Никольский Евгений Владимирович. Визуализация функциональных зависимостей компьютерными средствами в курсе математики средней школы : Дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 : Арзамас, 2000 205 c. РГБ ОД, 61:00-13/1562-0

Арзамасский государственный педагогический институт имени А. П. Гайдара

*/* На правах рукописи

**НИКОЛЬСКИЙ** Евгений Владимирович

**ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ОУНКЩЮНАЛЬШХ ЗАЕЮМОСГЕЙ ШШШШ СРЕДСТВАМИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЬ**

13.00.02 - теория и методика обучения математике

Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук

Научный руководитель: доктор педагогических наук, профессор **ЗАЙКИН М.И.**



\

Арзамас - 2000

**СОДЕРЖАНИЕ**

стр

3

**12**

13

29

50

75

77

1. **121**

145

152

165

1. 168 183

**ВВЕДЕНИЕ**

**ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ВИЗУАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ФУНКШОНАЛЫЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ СРЕДСТВАМИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

§ 1.1. Научно-теоретический анализ понятия "функциональная зависимость"

§ 1.2. Визуализация и способы визуального

представления функциональных зависимостей

§ 1.3. Приемы визуального моделирования функциональных зависимостей компьютерными средствами

**Выводы по главе 1**

**ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ КУРСА АЛГЕБРЫ СРЕДНЕЙ ШКОШ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЫШЕРШХ СРЕДСТВ**

і 2.1. Визуализация основных свойств элементарных функций компьютерными средствами

§ 2.2. Компьютерные исследования уравнений, неравенств и их систем

§ 2.3. Использование компьютера при изучении элементов математического анализа и их приложений

§ 2.4. Постановка педагогического эксперимента и его результаты

**Выводы по главе 2 ЗАКЛОЧЕНИЕ ЛИТЕРАТУРА ПРИЛОЖЕНИЕ**

- З -

**ВВЕДЕНИЕ**

Идею функциональной зависимости в школу по мнению В. JL Гонча-

чг

рова насильно не притащишь:рано или поздно,она явится сама. Задача преподавателя - создать предпосылки для ее возникновения!! 48, с. 41]. Именно функциональная идея является сегодня главным направлением развития системы школьного математического образования,лишь на ее основе можно решать дидактические,развиваюцие и воспитательные задачи обучения математике, f, Проблемы функции всегда интересовали и ученых-математиков, и

методистов, и учителей. Однако до настоящего времени исследования в этой области не нашли должного отражения в практике работы сред­ней школы и, в частности,в обучении алгебре, поскольку:

* не была правильно оценена значимость самого понятия "функция” для всего математического образования и формирования мышления и мировоззрения в целом:
* не преодолены трудности, которые возникают у учащихся на уроках математики в процессе изучения основных свойств элементарных

^ функций,уравнений, неравенств и их систем разными педагогически­

ми приемами и методами:

* не решены вопросы преемственности функционального содержания математического образования от начального звена до старших классов:
* не раскрыто значение функции в реализации внутрипредметных свя­зей в математическом материале.

Исследования,проведенные ранее, и наш научно - теоретический анализ понятия функции позволяют констатировать тот факт, что пол- \* ноценное формирование данного понятия поможет учащимся лучше

осознать существующие взаимосвязи, выделить и обобщить существен­ные свойства зависимости между изменяющимися явлениями, найти их выраженияСинтерпретации} с помощью всевозможных правил, формул, таблиц,графиков, алгоритмов,моделей. На базе функционального подхо-

да решать разнообразные задачи,развивать функциональное мышление, суть которого состоит в умении понять закономерность,закон,прави­ло, зависимость явлений или процессов.Данные вопросы были и ос­таются в поле зрения многих выдающихся математиков: Евклида, Архи­меда, Диофанта, Ариабхатта.,Р. Декарта, И. Ньютона, Г. Лейбница, Г. Кантора, Р.Дедекинда, Н. БурбакиЕ27], Ф.КлейнаЕ 90,91], М. КлайнаЕ 88] и др. , в том числе и отечественных-Л.ЭйлераЕ195], Н. И. ЛобачевскогоЕ98] ,М.В. Остроградского, А. Н. КолмогороваЕ101,96,100], Л. С. Понтрягина[36], А. Н. ТихоноваЕ 36], А. Я. ХинчинаЕ13£],П.С.АлександроваЕ 9] и др., а также ряда известных методистов-М. И. БашмаковаЕ18,19], Н. Я. ВиленкинаЕ 34], В.С.ВладимироваЕ 36], В. Л. ГончароваЕ 48], В. А. ГусеваЕ 57], Г. В. Дорофее­ва С 65],В.И. Крупича Е105],Г.Л.Луканкина,А.М. МаркушевичаЕ119],С. М. Никольс-когоЕ 1351, Г. И. СаранцеваЕ 155], А. А. СтоляраЕ 166], П. М. Эрдниева Е194] и др..

Но сформировать у учащихся правильное и полное понятие функ­циональной зависимости довольно трудно, так как оно представляет собой математическую абстракцию высокого порядка, в которой взаи­мосвязи между элементами сложны и скрыты от глаза человека. Лишь открытие функциональной ассиметрии головного мозга,и в частности, правогоСневербального - образного) полушария,позволило говорить о значении приобретения учащимися навыка "математического видения". В употребление вошел термин - "визуальное мышление",означающий оперирование образами. С момента открытия такого "математического зрения",появилась возможность активно и сознательно изучать мно­гие непонятные абстрактные понятия, быстрее достигать результата при работе с функциями, уравнениями, неравенствами,системами урав­нений и неравенств. Поэтому к перечисленным выше ученым, которые используют в своих трудах наглядные образы,можно по праву отнес­ти и ряд других исследователей,активно работающих над проблемами визуализации: Р. АрнхеймаЕ13,14], А. В. БрушлинскогоЕ 28], П. Я. Гальпери- наЕ 42], Р. ГрегориЕ 53,54], М. И. ЗайкинаЕ 75], В. Е1. ЗинченкоЕ 78,79], В. А. КрутецкогоЕ106], А. Н. ЛеонтъеваЕ111], А. Р. ЛурияЕ115],С. Л. Рубинштейна

[ 1501,0. К. Тихомирова С172,173*1*, М. С. ШехтераЕ 1921, В. Н. БереэинаЕ £2],

М. В. ГамезоЕ 43], Е. Н. Кабанові/ - МеллерЕ 84], Т. И. КузнецовуЕ 108], Н. А. МенчинскуюЕ126],Н.А.РезникС147],Л. М.ФридманаЕ178,179], И. С. Якиман- скук£ 198] и др..

Но развитие образного мышления на уроках математики,особен­но алгебры, прежде всего, должно быть связано с графической интер­претацией математических понятий и требует постоянной апелляции к чертежам,схемам и пространственным моделям математических объек­тов. Вот почему одна из приоритетных задач школьного обучения се­годня - это повышение **эффективности** обучения мате­матике за счет использования компьютерной техники не только как универсального вычислительного прибора,но, главным образом, как со­временного средства обучения, позволяшего быстро, точно и ярко ви­зуализировать и исследовать сложные графические объектыСизобра­жения) ,представленные на экране электронно-вычислительной машины. Этой проблеме посвящен ряд публикаций следующих ученых: С.А.Абра- моваЕ1],Е. П. ВелиховаЕ 31,32],Б. С. Е’ершунскогоЕ 45],Г.М.КлейманаЕ 92], А. П. ЕршоваЕ 713, Е. VI. МашбицаЕ 121,122], В. М. МонаховаЕ 130], С. ЕІейперта [ 141], Ю. А. Первина, Е. В. АшкинузеЕ 15], JI. Г. КузнецоваЕ 107], С. А. Степано- ваЕ 164], М. А. СтепановаЕ 165] и др..

Содержание,Формы и методы использования вычислительной тех­ники на уроках алгебры в полной мере еще недостаточно изучены,со- ответствундие теоретические положения не устоялись, конкретные ме­тодики по практическому использованию отсутствуют, поэтому реше­ние данной методической проблемы находится на стыке наук: матема­тики, медицины,кибернетики,инженерной психологии и педагогики. Про­веденный нами анализ психолого - педагогической и методической литераторы,посвященный проблеме визуализации функциональных зави­симостей с помощью компьютерных средств в алгебре средней школы, позволяет констатировать, что в настоящее время:

- отсутствуют единые подходы к трактовкам понятий функция, визуа­лизация, компьютерные средства,каждый из авторов поясняет сущ-

ность этих понятий на частных примерах, раскрывающих лишь от­дельные их аспекты;

* не разработаны теоретические основы визуализации функцио­нальных зависимостей с помощью компьютера, не выявлены и не оха­рактеризованы их способы задания, приемы, методы, формы и т. п.:
* не раскрыты методические особенности использования компьютера при визуализации функциональных зависимостей в процессе обуче­ния алгебре.

Результаты проведенного нами анкетирования учителей матема­тики средних школ показывают, что большинство педагогов считают необходимым систематическое использование компьютера при изуче­нии функциональных зависимостей на уроках алгебры, поскольку оно активизирует учебную деятельность, повышает эффективность обуче­ния, развивает у учащихся визуальное,функциональное и исследова­тельское мышление,позволяет применять знания, полученные на уро­ках алгебры при изучении других предметов и в повседневной жизни. Однако практические шаги в этом направлении затруднены по причине отсутствия соответствующего методического, программного и техничес­кого обеспечения.

Таким образом,противоречие между потребностью школьной прак­тики в научно-обоснованной методике визуализации функциональных зависимостей компьютерными средствами и ее фактическим состоя­нием определяет **актуальность проблемы,** кото­рая состоит в поиске путей систематического применения компьютер­ной визуализации функциональных зависимостей в процессе усвоения знаний при обучении алгебре в средней школе.

Цель исследования состоит в разработке теоретических и методических основ визуализации функциональных зависимостей ком­пьютерными средствами в процессе обучения алгебре.

**Объектом** исследования является процесс обучения ал­гебре в средней школе, а его **предметом** - визуализация функ­циональных зависимостей компьютерными средствами и ее дидактичес­кие возможности в обучении алгебре.

**Гипотеза** исследования: если выделить и показать во веек взаимосвязях способы и приемы визуального представления Функ­циональных зависимостей компьктерными средствами с учетом специ­фики предметного содержания школьной алгебры и познавательной деятельности учащихся, дать им характеристику, определить их место в процессе усвоения знаний и умений и разработать соответствую­щую методику проведения занятий,то это позволит повысить эффек­тивность процесса обучения алгебре в средней школе.

Для достижения поставленной цели и проверки сформулирован­ной гипотезы потребовалось решить следукщие основные задачи:

1. дать научно - теоретический анализ эволюции развития функцио­нальных зависимостей, определить взаимосвязь понятия функции и способов ее задания в математике;

2Dизучить и уточнить сущность визуализации, охарактеризовать спо­собы визуального представления функциональных зависимостей в ал­гебре:

3Dвыделить основные приемы визуализации Функциональных зависимос­тей компьютерными средствами:

43провести отбор тем и задач курса алгебры,предполагающих эффек­тивное использование компьютера;

1. разработать методическое обеспечение для компьютерных исследо­ваний функциональных зависимостей при изучении алгебры в 7-11 классах и экспериментально его проверить.

Для решения поставленных задач были использованы различные методы педагогического исследования :

* изучение и анализ психолого - педагогической, методической и спе­циальной литературы по данной проблеме;
* анализ программ,учебников, учебных пособий по алгебре для об­щеобразовательных школ;
* изучение и теоретическое осмысление передового опыта в аспекте рассматриваемой проблемы, анкетирование учителей математики и

учащихся средних школ:

* констатирующий, поисковый, обучающий эксперименты;
* статистическая обработка и анализ проведенного эксперимента.

Исследование проводилось поэтапно. На первом этапе осущест­влялся анализ научной и методической литературы по проблеме ви­зуализации функциональных зависимостей с целью выявления и уточ­нения теоретических основ их использования в обучении алгебре,а также изучалось состояние проблемы в школьной практике, проводил­ся констатирующий эксперимент.На втором этапе разрабатывались ме­тодические основы визуализации функциональных зависимостей ком­пьютерными средствами в процессе обучения алгебре в средней шко­ле. На третьем этапе проводился обучающий эксперимент с целью про­верки эффективности разработанной методики,формулировались окон­чательные выводы.

**Научная новизна** диссертационного исследования заключается в том,что впервые в методике преподавания математики проблема визуализации функциональных зависимостей курса алгебры средней школы решена на основе компьютерных моделей, применимых к исследованию свойств элементарных функций, решению уравнений, нера­венств и их систем, изучению элементов математического анализа и его приложений.

**Теоретическая значимость** исследова­ния заключается в уточнении трактовки понятия визуализации функ­циональных зависимостей компьютерными средствами, в выделении и характеристике приемов визуального моделирования и способов ви­зуального представления различных функциональных зависимостей курса математики средней школы.

**Практическая ценность** диссертации сос­тоит в том,что разработанное в ней методическое обеспечение ви­зуализации функциональных зависимостей компьютерными средствами курса алгебры и начал анализа средней школы может быть непосред­ственно использовано в школьной практике обучения математике.

**Методологической основой** исследова­ния явились основные положения теории познания,теории развития личности, концепция развивающего обучения, работы по проблеме диа-

\*

лектического единства теории и практики, труды выдающихся отечест­венных и зарубежных психологов и педагогов - математиков.

**Достоверность** полученных результатов исследо­вания обеспечивается опорой на теоретические разработки в облас­ти психологии, педагогики, теории и методики обучения математи­ке; на основные положения теории познания, развития личности, кон-

^ цепцию деятельностного подхода,концепцию разработки педагогичес­

ких программных средств; на труды выдающихся педагогов, программис­тов^ также на совокупность разнообразных методов и приемов педа­гогического исследования,на результаты проведенного эксперимента.

**Апробация** результатов исследования осуществлялась в виде открытых уроков по математике и информатике, рефератов, докла­дов и выступлений на научно-методических семинарах и секциях в средних школах N 1 и N 8 г. Кулебаки Нижегородской областиС1984-93 гг.),на кафедре теории и методики обучения математике и физике

* Арзамасского государственного пединститутаС1996-99 гг.), на Все­российских научно - практических конференциях С г. Арзамас, 1997г, г.Калуга,1998 г.), на кафедре вычислительной математики и кибер­нетики в Нижегородском госуниверситетеС1996 г.).

На защиту выносятся следующие положения:

1.Под визуализацией функциональных зависимостей,содержащихся в учебном материале по алгебре, следует понимать их образное пред­ставление, а также мысленное оперирование этими образами при опи­сании и характеристике основных свойств изучаемого материала.

* 2.Повышению эффективности визуализации функциональных зависимос­тей курса алгебры способствует рациональное сочетание всех основ­ных визуальных способов задания функциональных зависимостей - текстуального, табличного, аналитического, графического, алгоритми­ческого, которые совокупно представимы в компьютерных моделях.

3.Систематическому визуальному исследованию функциональных зави­симостей с помощью компьютера при обучении алгебре в средней шко­ле должно предшествовать Формирование графического образа функ­ции и обучение приемам чтения основных свойств элементарных функ­ций на материале функциональной линии курса алгебры.

На защиту выносится также методическое обеспечение компью­терных исследований свойств элементарных Функций,уравнений,нера­венств и их систем, элементов математического анализа и его прило­жений, разработанное в диссертации.

**Структура диссертации.** Диссертация сос - тоит из введения,двух глав,заключения, списка использованной лите­ратуры, приложенния.

**Во введении** обосновывается актуальность исследо­вания, определена проблема научного поиска, намечены задачи теоре­тического и экспериментального характера,показана новизна, теоре­тическая и практическая значимость работы.

**В первой главе** << Теоретические основы визуаль­ного представления функциональных зависимостей компьютерными средствами при обучении математике>> на основе научной и методи­ческой литературы дан теоретический анализ эволюции развития по­нятия функции и способов ее задания,уточнены сущность и понятие визуализации,определены приемы работы на компьютере,представлена и обоснована методика выбора программного обеспечения.

**Во второй главе** << Методические аспекты визуа­лизации функциональных зависимостей в курсе алгебры средней шко­лы с помощью компьютерных средств>> раскрываются методические особенности компьютерных исследований различных функциональных зависимостей - элементарных функций, уравнений,неравенств и их систем,элементов математического анализа, приложений; представлены приемы визуального изучения всех основных свойств элементарных функций с помощью ЭВМ без применения элементов высшей математики, показана организация уроков алгебры, определены дополнительные

- и -

Формы учебной деятельности.

**В заключении** подводятся итоги проведенного иссле­дования. Результаты, полученные в ходе эксперимента, излагаются в единстве с выводами,сделанными в теоретическом исследовании.

**Приложение** включает разработанное дидактическое средство для исследования графиков элементарных функций,которое написано на языке программирования высокого уровня и предназначе­но для учащихся 7-8 классов.

Результаты поискового эксперимента нашли отражение во второй части § 1.3 и §§ 2.1-3 диссертации.

**Обучающий** эксперимент проводился в 1998-1999 учебном году. Им охвачено 125 учащихся 10-11-х классов средней школы N 1 г.Ку- лебаки Нижегородской области.Цель эксперимента заключалась в экс­периментальной проверке выдвинутой гипотезы, исследовался вопрос о влиянии визуализации функциональных зависимостей с помощью ком­пьютера на качество знаний учащихся.

Как известно, сущность педагогического эксперимента заключа­лась в изменении одних условий осуществления учебного процесса и сохранении других. К неварьируемым условиям в нашем эксперименте

относились: объем учебного материала, установленный учебной прог­раммой по алгебре для средних школ,одинаковое количество времени, отводимое на его изучение,одни и те же тексты контрольных работ. Различной же была методическая работа по изучению алгебраическо­го материала, в частности, в экспериментальных классах использова­лось нами методическое обеспечение. Для осуществления сравнитель­ной эффективности выбирались классы,находящиеся в приблизительно равных условиях,для чего анализировалась успеваемость учащихся, учитывались результаты контрольных работ и текущие оценки школьников, проводились специальные проверочные работы по оконча­нии первой учебной четверти 1997 - 1998 учебного года.

Контрольную и экспериментальную группы составили школьники соответствующих параллелей. Выборки были однородны и независи­мы. Единственным отличием в данных классах была методика препода­вания: в экспериментальной группе - разработанная в ходе нашего исследования, в контрольной группе - традиционная. Уроки проводи­лись по предложенной методике в специализированном классе,осна­щенном современными IBM АТС4863.

Согласно программе "Математика”С1998) на изучение темы "Три­гонометрические функции,уравнения и неравенства" в 10 классе от­ведено 40 часов учебного времени. Оказалось, что данную расчасовку можно уплотнить на 12 часовС30%), куда и включить использование компьютера. Примерное планирование таково.

1. Повторение тригонометрических формуле 3].
2. Тригонометрические функции,их свойстваЕ101.

* Исследование свойств тригонометрических функций: область опреде­

ления и значения,монотонность и ограниченность, периодичность и четность, асимптоты и выпуклость,нули функции и непрерывность, максимум и минимуме 2].

* Исследование и сравнение конкретного свойстваСнапример, периодич­ности или четности) у всех тригонометрических функцийС1] .

1. Самостоятельная работаГ1].

* Геометрические преобразования над тригонометрическими функциями С перенос, деформация,растяжение, композиция преобразованиях£].
* Изучение свойств тригонометрических функций с применением ал­

гебраических операций над графикамиСсложение, вычитание,умноже­ние, деление и т. д. )С2].

1. Самостоятельная работаЕ1/1»].
2. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системыС10].

ж Использование свойств функций при решении уравнений, неравенств и их системе 2].

\*- Исследование поведения более сложных тригонометрических Функций и изучение ИХ СВОЙСТВЕ 1] .

1. Самостоятельная работаС1/1\*].
2. Урок - консультация!! 1].
3. Контрольная работаС1].

Итого:28 часов - преподавание алгебры традиционным способом и 12 часов - с помощью компьютераС » - дополнительные темы, которые могут быть эффективно изучены учащимися с использованием ЭВМ).

Практическое использование компьютера осуществлялось по **трем основным направлениям:**

1. демонстрация на экране Фрагментов учебного материала:
2. самостоятельное **исследование** объектов на экране при изуче­нии, повторении, обобщении, закреплении и углублении знаний тео­рии на задачном материале, а также тренировка умений и навыков:
3. контроль за выполнением различного рода самостоятельных,конт­рольных и зачетных работ.

**Демонстрация.** Урок в рамках лекционно - семинарской системы. Форма его проведения и работа учащихся определялась учителем.Ис­пользовались варианты:

ІЗучитель сначала объяснял материал традиционное затем "оживлял" результаты на общем демонстрационном дисплее:

2D в начале урока учитель демонстрировал на компьютере ряд проб­лемных задач и обсуждал их возможные решения,а также - результа­

ты устно,а затем обосновывал "увиденное" аналитически вместе с учащимися на доске и в тетрадях".

1. прерывая время от времени свои рассуждения, учитель постоянно пользовался услугами компьютера,оживляя процесс решения задачи;
2. все доказательства учитель проводил только на компьютере,решая задачу в графическом или символьном виде,то есть все теоретичес­кие исследования отображались непосредственно на дисплее ЭВМ.

Так,изучая, тему "Свойства тригонометрических функций", учи­тель выписывал предварительно на доске свойства Функции y=sin(x), аналитически доказывал некоторые из них,и одновременно пользовал­ся компьютером для демонстрации на экране каждого из этих свойств. Во время исследования функции y=sin(x) в старших классах мы реко­мендовали учителю разбирать все свойства тригонометрической функ­ции, предлагать ученикам для сравнения более яркие примеры каждого из свойств данной функции,которые позволили бы лучше усвоить то или иное понятие и сразу же применить его при решении задач.

Итак, при изучении нового материала учащиеся усваивали не только содержание теории, но и скрытые аспекты учебной деятельнос­ти: последовательность выполняемых действий учителя на доске и компьютере, характер его аргументаций при доказательстве,интуитив­но пытались догадаться о конечном результате, моделируя в памяти проблемную ситуацию,и т. д..

**Исследование** учебных задач на компьютере предполагало:

а)решение типовых задаче отработка умений и навыков учащихся);

б)обобщение теоретического материалаСповторение и систематизация знаний);

в)решение нестандартных задач.

Функция учителя - направляющая, организующая, консультирующая. Учащиеся, выполнившие учебное задание раньше других, получали до­полнительное задание либо индивидуальную консультацию учите­ля. Кроме того, ученик запрашивал помощь у самого компьютера,обра­щаясь к специально созданной для этого базе данных или подсказ­

ке,находящейся непосредственно в самой модели.Перечисленные спо­собы применялись нами в ходе проведения эксперимента, и конечно же не исключали другие варианты организации урока. Для проведения практических исследований на ЭВМ мы разбивали учеников на группы С в основном по 2-3 человека),которые варьировались в зависимости от типа урока.Так,изучая тему "Тригонометрические Функции y=sinx, y=cosx,y=tgx,y=ctgx”„ ученикам было предложено задание: самостоя­тельно изучить данные функции по учебнику, с помощью компьютера свойства функций обобщить, занести свои выводы в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V** | **Свойства** | **Т р и г о** | **нометрически** | | **в функции** |
| **п/п** | y=slnx | y=cosx | y=tgx | y=ctgx |
| **1** | **Обл. определ.** |  |  |  |  |
| **10** | **Экстремумы** |  |  |  |  |

Анализ обобщающих таблиц подтвердил наше предположение о том,что компьютер позволил ученику отнестись творчески к заданию такого рода. При этом еще раз отметим, что мы использовали компью­тер при обзоре всех свойств тригонометрических функций. Хотя мно­гие свойства не были доказаны,а всего лишь обоснованы визуально, интуитивно, но и в этом случае данный подход означал серьезную подготовку к будущему изучению начал анализа. Этот факт и был под­твержден обучашим экспериментом.‘Формулировка задач предлагалась школьникам на доске,на карточках или в виде текстового файла,за­готовленного заранее учителем. Запись существенно отличалась от привычных записей в учебнике, что позволяло расширить смысловые возможности задач, и приблизить их к требованиям ЭВМ. Приведем текст только некоторых из них.

Даны тригонометрические функции y(x}={sinx,cosx,tgx,ctgx>.