

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

имени М.В. ЛОМОНОСОВА



На правах рукописи

Беликов Александр Александрович

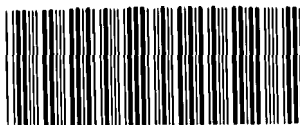
**Отношения следования в логиках с обобщенными истинностными значениями и их
формализация**

Специальность 09.00.07 – Логика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата философских наук



008714903

15 АВГ 2018

Москва – 2018

Работа выполнена на кафедре логики философского факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»

Научный руководитель:

Зайцев Дмитрий Владимирович, доктор философских наук, доцент, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», профессор кафедры логики философского факультета.

Официальные оппоненты:

Микиртумов Иван Борисович, доктор философских наук, доцент, ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет», профессор кафедры логики Института философии.

Шалак Владимир Иванович, доктор философских наук, ФГБУН Институт философии Российской академии наук, ведущий научный сотрудник сектора логики.

Архиереев Николай Львович, кандидат философских наук, ФГБОУ ВО «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», доцент кафедры СГН-4 («Философия») факультета социально-гуманитарных наук.

Защита диссертации состоится «26» сентября 2018 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета МГУ.09.01 Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 4 (Шуваловский учебно-научный корпус), философский факультет, ауд. А-518 (Зал заседаний Ученого совета).

E-mail: diss@philos.msu.ru

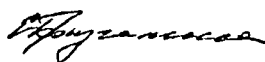
С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»:
<http://istina.msu.ru/dissertations/124363377/>

Автореферат разослан «___» _____ 20__ г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

кандидат философских наук, доцент



Е. В. Брызгалкина

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования обусловлена активным развитием в последние годы такого направления философской логики, как логики с обобщенными истинностными значениями. Будучи достаточно молодым направлением, оно уже продемонстрировало свою плодотворность в обсуждении одних из самых проблемных и интересных разделов современной логики.

Во-первых, обобщенные истинностные значения могут использоваться в качестве своеобразной методологической установки для обсуждения вопроса о предмете современной логики. Этот вопрос не перестает быть чрезвычайно актуальным уже на протяжении целого столетия. Ввиду бурного развития логики, расширения области её применения и увеличения объема её инструментария, вопрос о её предмете крайне запутан. Особая роль понятий истины и истинностного значения в вопросе определения предмета логики отмечалась как самим изобретателем этого термина Г. Фреге:

«Открывать истины — это задача всех наук; подход же логики состоит в том, чтобы познавать законы бытия истинного, бытия истины.»¹,

так и другим классиком логической науки Я. Лукасевичем:

«Под логикой я имею в виду науку о логических оценках (logical values). Воспринимаемая таким образом логика имеет свой собственный предмет исследований, к которому ни одна другая дисциплина не имеет отношения. Логика не является наукой о высказываниях (propositions), поскольку это дело грамматики; она не является наукой о суждениях или убеждениях, поскольку это дело психологии; она не является наукой о содержании, выражаемом высказываниями; поскольку это, в зависимости от этого содержания, является предметом множества специальных наук; она не является наукой об «объектах вообще», поскольку это дело онтологии. Логика — это наука об объектах особого типа, а именно — наука о логических оценках»².

В связи с этим парадигма обобщенных истинностных значений и логические системы, основанные на подобных семантических структурах, дают мощный фундамент для исследования различных как

¹Фреге Г. Мысль. Логическое исследование / Логика и логическая семантика // Под ред. Кузичевой З. А. — М.: Аспект Пресс, 2000. — С. 326-342.

²Lukasiewicz J. Two-Valued Logic / Jan Lukasiewicz Selected Works // Ed. by Borkowski L. — North-Holland Publishing Company, 1970. — Studies in Logic and The Foundations of Mathematics. — P. 89-109. *Перевод автора.*

внутрилогических вопросов на стыке эпистемической, модальной, интуиционистской, релевантной, многозначной, субструктурной и многих других логик, так и вопросов теории познания, когнитивных наук или классических метафизических вопросов, например, вопроса о природе истинности. Первые шаги в этом направлении уже осуществлены в некоторых работах отечественных и зарубежных исследователей³.

Во-вторых, обобщенные истинностные значения представляют удобный материал для построения различного рода алгебраических структур, которые в общем виде можно отнести к классу решеток. Эти алгебраические структуры крайне популярны в исследованиях мультиагентных систем, систем представления знаний и искусственного интеллекта. С этой точки зрения, обобщенные истинностные значения могут послужить связующим звеном между философией и компьютерными науками. Уже сейчас получен ряд результатов о соответствии алгебраических структур на основе обобщенных истинностных значений определенным отношениям логического следования, которые можно исследовать более привычными для философской логики синтаксическими и семантическими методами.

В-третьих, несмотря на то, что за всего лишь десятилетнюю историю логик с обобщенными истинностными значениями, в этой области уже получено много серьезных результатов, она все еще содержит много белых пятен, до которых, выражаясь обыденным языком, попросту ещё «не дошли руки» современных исследователей. Среди таких проблем можно выделить: различные импликативные и модальные расширения базовых логик с обобщенными истинностными значениями, так как последние зачастую основаны на конъюнктивно-дизъюнктивно-негативных пропозициональных

³Зайцев Д. В. Логика, рассуждение, информация // Современная логика: основания, предмет и перспективы развития / Под ред. Зайцева Д. В. — М.: ИД «ФОРУМ», 2018. — С. 111-127; Шрамко Я. В. Истина и ложь: что такое истинностные значения и для чего они нужны // Логос. — 2009. — №2. — С. 96-121; Шрамко Я. В. Логический способ бытия истины // Современная логика: основания, предмет и перспективы развития / Под ред. Зайцева Д. В. — М.: ИД «ФОРУМ», 2018. — С. 96-110; De M., Omori H. There is More to Negation than Modality // Journal of Philosophical Logic. — 2018. Vol. 47, no. 2. — P. 281-299; Shramko Ya. The Logical Way of Being True: Truth Values and the Ontological Foundation of Logic // Logic and Logical Philosophy. — 2014. — Vol. 23, no. 2. — P. 119-131; Wansing H. A Non-Inferentialist, Anti-Realistic Conception of Logical Truth and Falsity // Topoi. — 2012. — Vol. 31, no. 1. — P. 93-100.

языках⁴; изучение предикатных версий логик с обобщенными истинностными значениями⁵.

На первый взгляд может показаться, что интерес к изучению этих вопросов носит исключительно внутривероятностный характер, однако это в высшей степени обманчивое ощущение. В проблемное поле современной аналитической философии входит ряд вопросов, связанных с эпистемологическими особенностями модальных высказываний, или как их принято называть в англоязычной литературе – *модальными истинами (modal truths)*. Эти вопросы можно объединить под общей рубрикой *эпистемология модальности*⁶. Кроме того, для многих философов стало привычным делом формулировать свои идеи в виде так называемых *аргументов представимости (conceivability arguments)*, которые так же напрямую связаны с феноменом модальности. Все это требует осторожного исследования, со строгим прояснением базовых понятий, что, естественно, стимулирует исследования в различных направлениях современной логики. С этой точки зрения, использование парадигмы обобщенных истинностных значений, как удобного и эффективного инструмента для построения неклассических логик – прежде всего многозначных и модальных – представляется очень актуальной и перспективной областью исследований.

Степень разработанности темы. Как программное направление логики с обобщенными истинностными значениями возникает после публикации в 2005 и 2006 годах статей Я. В. Шрамко и Х. Ванзинга⁷. Единственной на сегодняшний день монографией по логикам с обобщенными истинностными значениями является работа Я. В. Шрамко и Х. Ванзинга⁸, опубликованная на английском языке в 2011 году. На русском языке тема обобщенных истинностных значений основательно пред-

⁴Карпенко А. С. Решётки четырёхзначных модальных логик // Логические исследования. – 2015. – Т. 21, №1. – С. 122-137; Карпенко А. С., Чарнов А. В. Модальная пропозициональная логика истины Tr и её полнота // Логические исследования. – 2016. – Т. 22, №1. – С. 13-31; Odintsov S. P., Speranski S. O. The Lattice of Belnapian Modal Logics: Special Extensions and Counterparts // Logic and Logical Philosophy. – 2016. – Vol. 25, no. 1. – P. 3-33; Odintsov S. P., Wansing H. Modal Logics with Belnapian Truth Values // Journal of Applied Non-Classical Logics. – 2010. – Vol. 20, no. 3. – P. 279-301; Rivieccio U. Paraconsistent Modal Logics // Electronic Notes in Theoretical Computer Science. – 2011. – Vol. 278. – P. 173-186;

⁵Sano K., Omori H. An Expansion of First-Order Belnap-Dunn Logic // Logic Journal of IGPL. – 2014. – Vol. 22, no. 3. – P. 458-481.

⁶Vaidya A. The Epistemology of Modality // The Stanford Encyclopedia of Philosophy / Ed. by Zalta E. N. – Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2017.

⁷Shramko Ya., Wansing H. Some Useful 16-Valued Logics: How a Computer Network Should Think // Journal of Philosophical Logic. – 2005. – Vol. 34, no. 2. – P. 121-153. Эта работа переведена на русский язык, см. Ванзинг Х., Шрамко Я. В. Логика компьютерных сетей // Логические исследования. – 2005. – №12. – С. 119-145. Shramko Ya., Wansing H. Hyper-Contradictions, Generalized Truth Values and Logics of Truth and Falseness // Journal of Logic, Language and Information. – 2006. – Vol. 15, no. 4. – P. 403-424.

⁸Shramko Ya., Wansing H. Truth and Falseness: An Inquiry into Generalized Logical Values. – Springer Science & Business Media, 2011. – Vol. 36. – 246 p.

ставлена в монографии Д. В. Зайцева⁹, однако эта работа не посвящена специально обобщенным истинностным значениям. Некоторые логики, которые можно отнести к классу логик с обобщенными истинностными значениями, представлены в книге А. С. Карпенко¹⁰. Различные варианты обобщения истинностных значений исследованы в работах М. Данна, Т. Такенаки, Д. В. Зайцева, Я. В. Шрамко, О. М. Григорьева, Х. Ванзинга, Е. А. Кубышкиной¹¹. Свойства различных логических связей в логиках с обобщенными истинностными значениями рассматриваются в работах Д. В. Зайцева, О. М. Григорьева, Л. Ю. Девяткина, Х. Омори, К. Сано¹². Различные варианты гильбертовских формулировок логик с обобщенными истинностными значениями предлагаются в работах С. П. Одипцова, Д. В. Зайцева, Я. В. Шрамко, Х. Ванзинга¹³, аналитико-табличные формулировки исследуются в работах О. М. Григорьева, С. Вингейна, Р. Маскенса, Ж. Маркоса¹⁴, секвенциальные формулировки предложены в ряде работ Н. Камиде, Х. Ванзинга, Я. В. Шрамко, М. Такано¹⁵, на-

⁹Зайцев Д. В. Обобщенная релевантная логика и модели рассуждений. — М.: Креативная экономика, 2010. — 312 с.

¹⁰Карпенко А. С. Развитие многозначной логики. — М.: Издательство ЛКИ, 2010. — 448 с.

¹¹Зайцев Д. В., Григорьев О. М. Две истины — одна логика // Логические исследования. — 2011. — №17. — С. 121-139; Shramko Ya. Truth, Falsehood, Information and Beyond: the American Plan Generalized // J. Michael Dunn on Information Based Logics. — Springer, 2016. — P. 191-212. Shramko Ya., Dunn J. M., Takenaka T. The Trilattice of Constructive Truth Values // Journal of Logic and Computation. — 2001. — Vol. 11, no. 6. — P. 761-788; Shramko Ya., Wansing H. Hyper-Contradictions, Generalized Truth Values and Logics of Truth and Falsehood // Journal of Logic, Language and Information. — 2006. — Vol. 15, no. 4. — P. 403-424; Zaitsev D. A Few More Useful 8-Valued Logics for Reasoning with Tetralattice *EIGHT*₄ // Studia Logica. — 2009. — Vol. 92, no. 2. — P. 265-280; Zaitsev D., Grigoriev O. Relevant Generalization Starts Here (and here = 2) // Logic and Logical Philosophy. — 2010. — Vol. 19, no. 4. — P. 329-340; Zaitsev D., Shramko Ya. Bi-Facial Truth: A Case for Generalized Truth Values // Studia Logica. — 2013. — Vol. 101, no. 6. — P. 1299-1318; Kubyshkina E., Zaitsev D. V. Rational Agency from a Truth-Functional Perspective // Logic and Logical Philosophy. — 2016. — Vol. 25, no. 4. — P. 499-520.

¹²Девяткин Л. Ю. Четыре следования, три порядка, две матрицы, одна бирешетка // Логические исследования. — 2012. — Т. 18. — С. 127-131; Зайцев Д. В., Григорьев О. М. Две истины — одна логика // Логические исследования. — 2011. — №17. — С. 121-139; Grigoriev O. M. Semantic Analysis of Classical Seminegations // Девятые Смирновские чтения: материалы Международной научной конференции. — Т.17. — 2015. — С. 58; Omori H., Sano K. Generalizing Functional Completeness in Belnap-Dunn Logic // Studia Logica. — 2015. — Vol. 103, no. 5. — P. 883-917;

¹³Odintsov S. P. On Axiomatizing Shramko-Wansing's Logic // Studia Logica. — 2009. — Vol. 91, no. 3. — P. 407-428; Shramko Ya., Wansing H. Some Useful 16-Valued Logics: How a Computer Network Should Think // Journal of Philosophical Logic. — 2005. — Vol. 34, no. 2. — P. 121-153; Zaitsev D. Logics of Generalized Classical Truth Values // The Logica Yearbook 2014, P. Arazim and Pelis, M. (eds.). — The Logica Yearbook. — London: College Publications London, 2015. — P. 331-341;

¹⁴Grigoriev O. M. Two Formalisms for a Logic of Generalized Truth Values // Bulletin of Symbolic Logic. — 2015. — Vol. 21, no. 1. — P. 71-72; Marcos J. The Value of the Two Values // Logic without Frontiers: Festschrift for Walter Alexandre Carnielli on the occasion of his 60th birthday / Ed. by J.-Y. Beziau, M. E. Coniglio. — College Publications, 2011. — Vol. 17 of Tribute series. — P. 277-294; Muskens R., Wintein S. Analytic Tableaux for all of *SIXTEEN*₃ // Journal of Philosophical Logic. — 2015. — Vol. 44, no. 5. — P. 473-487; Wintein S., Muskens R. From Bi-Facial Truth to Bi-Facial Proofs // Studia Logica. — 2015. — Vol. 103, no. 3. — P. 545-558.

¹⁵Kamide N. A Cut-Free System for 16-Valued Reasoning // Bulletin of the Section of Logic. — 2005. — Vol. 34, no. 4. — P. 213-226; Kamide N. An Eight-Valued Paraconsistent Logic // Reports on Mathematical Logic. — 2014. — Vol. 49. — P. 3-21; Kamide N. Embedding-Based Methods for Trilattice Logic // Multiple-Valued Logic (ISMVL), 2013 IEEE 43rd International Symposium on Multi-Valued Logic. — 2013. — P. 237-242; Kamide N. On Natural Eight-Valued Reasoning //

туральные исчисления исследуются в работах А. Тамминги, К. Танаки, Б. Койи, Я. И. Петрухина, В. О. Шангина¹⁶.

Объектом исследования являются различные отношения следования, основанные на четырехзначной семантике Данна-Белнапа, предметом исследования является аксиоматизация этих отношений, их металогические свойства, а также классификация полученных систем доказательств среди уже известных расширений логики Данна-Белнапа.

Научная новизна исследования:

- Настоящая работа является первым в отечественной логической традиции диссертационным исследованием, специально посвященным логикам с обобщенными истинностными значениями.
- В работе предлагаются различные семантические способы определения следования в семантике с обобщенными истинностными значениями, а также исследуются свойства этих отношений.
- В работе впервые предлагаются системы бинарных выводимостей, которые адекватно аксиоматизируют отношения следования $\vdash_{\text{нл}}$ и $\models_{\text{нл}}$, сформулированные в терминах четырехзначной семантики Данна-Белнапа. Последние хорошо известны в связи с недавними исследованиями различных расширений первоуровневой релевантной логики: одно следование позволяет семантически определить логику **ETL**¹⁷, другое – логику **NFL**¹⁸. Ключевая особенность предлагае-

Multiple-Valued Logic (ISMVL), 2013 IEEE 43rd International Symposium on Multiple-Valued Logic. — 2013. — P. 231-236; Kamide N., Wansing H. Sequent Calculi for Some Trilattice Logics // The Review of Symbolic Logic. — 2009. — Vol. 2, no. 2. — P. 374-395; Kamide N., Shramko Ya. Embedding From Multilattice Logic Into Classical Logic and Vice Versa // Journal of Logic and Computation. — 2016. — Vol. 27, no. 5. — P. 1549-1575; Takano M. Gentzenization of Trilattice Logics // Studia Logica. — 2016. — Vol. 104, no. 5. — P. 917-929; Wansing H. The Power of Belnap: Sequent Systems for SIXTEENs // Journal of Philosophical Logic. — 2010. — Vol. 39, no. 4. — P. 369-393; Wansing H., Kamide N. Intuitionistic Trilattice Logics // Journal of Logic and Computation. — 2010. — Vol. 20, no. 6. — P. 1201-1229.

¹⁶Kooi B., Tamminga A. Completeness via Correspondence for Extensions of the Logic of Paradox // The Review of Symbolic Logic. — 2012. — Vol. 5, issue 4. — P. 720-730; Petrukhin Ya. I. Correspondence Analysis for First Degree Entailment // Логические исследования. — 2016. — Т. 22, №1. — С. 108-124; Petrukhin Ya. I. Correspondence Analysis for Logic of Rational Agent // Челябинский физико-математический журнал. — 2017. — Т. 2, №3. — С. 329-337; Petrukhin Ya. I. Natural Deduction for Fitting's Four-Valued Generalizations of Kleene's Logics // Logica Universalis. — 2017. — Vol. 11, issue 4. — P. 525-532; Petrukhin Ya. I. Natural Deduction for Four-Valued both Regular and Monotonic Logics // Logic and Logical Philosophy. — 2018. — Vol. 27, n.1. — P. 53-66; Petrukhin Ya. I. Natural Deduction for Three-Valued Regular Logics // Logic and Logical Philosophy. — 2017. — Vol. 26, n. 2. — P. 197-206; Petrukhin Ya. I., Shagin V. O. Automated Analysis for the Binary Extensions of the Logic of Paradox // The Review of Symbolic Logic. — 2017. — Vol. 10, issue 4. — P. 756-781; Tamminga A. Correspondence Analysis for Strong Three-Valued Logic // Логические исследования. — 2014. — Вып. 20. — С. 255-268; Tamminga A. M., Tanaka K. A Natural Deduction System for First Degree Entailment // Notre Dame Journal of Formal Logic. — 1999. — Vol. 40, n. 2. — P. 258-272;

¹⁷Pietz A., Rivieccio U. Nothing but the Truth // Journal of Philosophical Logic. — 2013. — Vol. 42, no. 1. — P. 125-135.
¹⁸Shramko, Y., Zaitsev, D., Belikov A. First-Degree Entailment and its Relatives // Studia Logica. — 2017. — Vol. 105, no. 6. — P. 1291-1317.

мых в диссертации исчислений состоит в том, что каждое из них определяется с использованием двух отношений выводимости, одно из которых находится в подчинении другому.

- В работе впервые вводится понятие полубообщенного описания состояний и с его использованием предлагаются адекватные семантики, которые можно отнести к типу информационных семантик Е. К. Войтвилло, для двух логик: логики Клини и логики Приста. Также предлагаются адекватные семантики обобщенных описаний состояний для логик **ETL** и **NFL**.

Цель и задачи исследования. В круг основных целей данной работы входит: аксиоматизация логик **ETL** и **NFL** в виде систем бинарных выводимостей, исследование их металогических свойств, исследование взаимоотношений **ETL** и **NFL** с уже известными расширениями логики **FDE**, построение адекватных семантик полубообщенных описаний состояний для логик **K₃** и **LP**, построение адекватных семантик обобщенных описаний состояний для логик **ETL** и **NFL**. Для достижения этих целей требуется решить ряд задач:

- Сформулировать семантические определения следований $\models_{\text{etl}}$ и $\models_{\text{nfl}}$ в семантике Данна-Беллапа через прямую сохранность истинности и ложности и обратную сохранность ложности и неистинности.
- Предложить аксиоматизацию этих отношений в виде систем бинарных выводимостей.
- Сформулировать соответствующие теоремы об адекватности и доказать их.
- Описать дедуктивные свойства полученных систем.
- Рассмотреть полученные системы в их связи с другими расширениями логики **FDE**.
- Сформулировать семантические определения следований $\models_{\text{K}_3}$ и $\models_{\text{LP}}$ в семантике полубообщенных описаний состояний через прямую сохранность истинности и ложности и обратную сохранность ложности и неистинности.
- Сформулировать и доказать теоремы о том, что системы бинарных выводимостей для **K₃** и **LP** адекватно аксиоматизируют $\models_{\text{K}_3}$ и $\models_{\text{LP}}$.

- Сформулировать семантические определения следований $\models_{ETL}$ и $\models_{NFL}$ в семантике обобщенных описаний состояний через прямую сохранность истинности и ложности и обратную сохранность ложности и неистинности.
- Доказать эквивалентность отношений $\models_{ETL}$ и $\models_{etl}$, а также $\models_{NFL}$ и $\models_{nfl}$.

Методологическую основу исследования составляет аппарат современной символической логики. В качестве инструмента, используемого для синтаксической формализации отношений следования, выступают так называемые системы выводимостей и, в частности, системы бинарных выводимостей, которые можно отнести к классу формализмов гильбертовского типа. Семантическая формализация исследуемых отношений следования основывается на использовании матричных и теоретико-множественных семантик. Соответствие между синтаксическим и семантическим подходами устанавливается за счет специальных теорем.

Положения, выносимые на защиту:

- Сравнительный анализ исчислений А. Питца и У. Ривиеччио, а также Дж. М. Фонта, для логик ETL и BL , соответственно, показывает, что аксиоматизации в виде систем бинарных выводимостей, широко используемые в логиках с обобщенными истинностными значениями, обладают рядом преимуществ. Кроме того, в рамках данного анализа установлено, что исчисления упомянутых авторов сформулированы не достаточно строго. В частности, некоторые правила вывода, которые используются для построения доказательств в этих исчислениях, лишь подразумеваются, но непосредственно не формулируются. Принимая во внимание эту особенность, классификация данных исчислений как систем «гильбертовского типа» является не совсем корректной.
- Отношение следования $\models_{etl}$, детерминирующее логику Питца-Ривиеччио, может быть адекватно аксиоматизировано в виде системы бинарных выводимостей L_{etl} .
- Отношение следования $\models_{nfl}$ позволяет семантически определить логику NFL , двойственную логике Питца-Ривиеччио. Данное отношение естественным образом может быть задано через сохранность значений $\{T, B, N\}$ в матрице Беллани. Альтернативным образом это отношение

может быть определено через сохранность ложности-и-не-истинности от заключения к посылкам.

- Отношение $\models_{\text{н}}$ может быть адекватно аксиоматизировано в виде системы бинарных выводимостей $L_{\text{нн}}$.
- Замена аксиомы $\sim A \wedge (A \vee B) \vdash B$ на $A \wedge \sim A \vdash B$ в исчислении L_{etl} позволяет получить аксиоматизацию в виде системы бинарных выводимостей (L_{etl}^-) для логики $\mathcal{ECQ}$, открытой У. Ривичеттио. Аналогичная замена аксиомы $B \vdash \sim A \vee (A \wedge B)$ на $B \vdash A \vee \sim A$ в системе $L_{\text{нн}}$ позволяет получить логику $L_{\text{нн}}^-$, двойственную логике $\mathcal{ECQ}$, которая ранее в литературе не встречается. Каждая из систем L_{etl} и $L_{\text{нн}}$ есть расширение соответствующей системы из L_{etl}^- и $L_{\text{нн}}^-$ в том смысле, что множества теорем исчислений L_{etl}^- и $L_{\text{нн}}^-$ представляют собой подмножества множеств теорем L_{etl} и $L_{\text{нн}}$, соответственно.
- Отношения $\models_{K_3}$ и $\models_{LP}$, детерминирующие трехзначную логику Клини (K_3) и логику Приста (LP), могут быть сформулированы в терминах семантики полубообщенных описаний состояний. Для $\models_{K_3}$ требуется использование непротиворечивых, но возможно неполных описаний состояний, для $\models_{LP}$ – полных, но возможно противоречивых. Эти отношения адекватно аксиоматизируются системами бинарных выводимостей K_3 и LP .
- Отношения $\models_{\text{ETL}}$ и $\models_{\text{NFL}}$, детерминирующие логику ETL и логику NFL , могут быть сформулированы в терминах семантики обобщенных описаний состояний. Каждое из этих следований эквивалентно соответствующему отношению из двух уже упомянутых $\models_{\text{нн}}$ и $\models_{\text{нл}}$. Таким образом, $\models_{\text{ETL}}$ и $\models_{\text{NFL}}$ адекватно аксиоматизируются системами L_{etl} и $L_{\text{нн}}$, соответственно.

Теоретическое и практическое значение диссертации. Одним из главных результатов диссертации, имеющим теоретическое значение, является введение двухуровневых логических систем, которые позволяют аксиоматизировать различные отношения следования. Работа вносит вклад в развитие методов построения аксиоматизаций гильбертовского типа для широкого класса логик. Полученные в диссертации результаты позволяют уточнить понятие логического следования и выявить новые проблемы, связанные с формализацией подобных отношений.

Практическое значение диссертации заключается в том, что она может быть использована для чтения курсов по релевантной, многозначной логике, логикам с обобщенными истинностными значениями, отдельным аспектам логической семантики и теории доказательств для студентов, магистров и аспирантов, специализирующихся по логике. Результаты, полученные в ходе диссертационного исследования, могут быть использованы специалистами, чьи интересы лежат в области логик с обобщенными истинностными значениями, многозначных логик и алгебры логики.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на параграфы, заключения и библиографии. Кроме того, первая глава предваряется специальным разделом, в котором приведены некоторые формальные определения, упрощающие восприятие работы.

Основное содержание работы

Во **Введении** содержится обоснование актуальности темы исследования, характеристика степени её разработанности. Ставятся задачи и цели исследования, характеризуются теоретическое и практическое значения работы, описывается её апробация.

Вводный раздел **Предварительные определения** содержит необходимые формальные определения. Этот раздел носит чисто технический характер и создан с целью упростить восприятие последующего текста диссертации.

Основной массив диссертации состоит из трёх глав. Опишем краткое содержание каждой из них.

Глава под названием **Первоуровневая релевантная логика** состоит из трех параграфов. Её цель – проследить историю становления логик с обобщенными истинностными значениями как направления, возникающего в контексте релевантной логики.

В первом параграфе **История возникновения** описываются основные предпосылки к появлению системы «тавтологических следований» А. Андерсена и Н. Белнапа, прослеживается развитие идеи логики Данна-Белнапа: от «интуитивной семантики» М. Данна до четырехзначной семантики Н. Белнапа и бирешетки *FOUR*₂.

Второй параграф **Семантика Данна-Белнапа** посвящен более детальному рассмотрению первоуровневой релевантной логики. Описываются различные способы определения отношения сле-

дования $\models_{fde}$. Дается краткий обзор по истории формализации этого отношения. Основной акцент сделан на гильбертовских аксиоматизациях: системе FDE М. Данна и системе ВЛ Дж. М. Фонта и А. П. Пынько.

Третий параграф *Логика с обобщенными истинностными значениями* посвящен рассмотрению основных результатов в области обобщенных истинностных значений. Цель данного параграфа – краткий экскурс в проблематику обобщенных истинностных значений: рассмотрение логики Шрамко-Вагзинга и трирешетки *SIXTEEN*₃, логики Зайцева и тетрарешетки *EIGHT*₄. Также в этом параграфе рассматриваются различные способы обобщения истинностных значений: подход Г. Приста, концепция двухкомпонентной истины Зайцева-Григорьева-Шрамко.

Глава Прямая сохранность истинности и неложности, обратная сохранность ложности и неистинности содержит основные результаты диссертации. Эта глава состоит из семи параграфов.

Параграф *Семантика логики ETL* посвящен семантическому рассмотрению «Exactly True Logic»¹⁹. В нём рассматриваются различные способы семантического определения отношения $\models_{etl}$, а также некоторые свойства, которыми это отношение обладает и не обладает. Сначала $\models_{etl}$ определяется через сохранность выделенного значения *T* (только истина) в матрице Белнапа. Далее показано, что это же отношение может быть определено и без явного использования понятия выделенного значения. В рамках парадигмы обобщенных истинностных значений мы можем рассмотреть четыре значения Белнапа как результат обобщения классического двухэлементного множества истинностных значений $\{T, F\}$. Полученные таким образом семантические объекты позволяют сформулировать отношение $\models_{etl}$ через наложение дополнительного условия на определение $\models_{fde}$. Другими словами, $\models_{etl}$ может быть определено через сохранность истинности-и-неложности. Далее показано, что $\models_{fde}$ находится в подчинении к $\models_{etl}$, т. е. верно, что $\models_{fde} \Rightarrow \models_{etl}$. Указание на данное отношение между двумя следованиями имеет ключевое значение для всей последующей работы.

Во втором параграфе *Формализация А. Питца и У. Ривиеччио* рассматривается гильбертовская аксиоматизация логики ETL, предложенная А. Питцем и У. Ривиеччио. Обсуждаются её общие свойства и предлагается критика.

Третий параграф *Формализация логики ETL в виде системы бинарных выводи-*

¹⁹Pietz A., Riviaccio U. Nothing but the Truth // Journal of Philosophical Logic. — 2013. — Vol. 42, no. 1. — P. 125-135.

мостей содержит один из основных результатов работы. В этом параграфе предлагается авторская аксиоматизация логики **ETL** и доказывается её адекватность и исследуются основные металогические свойства полученной системы L_{etil} . В основе данного исчисления лежит использование двух отношений выводимости. Первое из них ($\vdash_1$), обозначим его как базовое, по классу теорем совпадает с системой **FDE**, второе ($\vdash_2$) является своеобразной надстройкой над первым и порождает класс теорем, которые являются характеристическими именно для **ETL**. Однако эти отношения не являются в полной мере независимыми. Этот факт выражается использованием особого правила вывода, которое фиксирует указанное ранее взаимоотношение между $\models_{\text{de}}$ и $\models_{\text{etil}}$, а именно:

$$\text{г6. } A \vdash_1 B / A \vdash_2 B.$$

Таким образом, сама логика аксиоматизируется именно отношением $\vdash_2$. Оставшаяся часть параграфа содержит доказательство теоремы об адекватности.

В четвертом параграфе **Семантика логики NFL** рассматриваются семантические способы определения логики **NFL**²⁰. Рассматриваются три эквивалентных способа определения отношения $\models_{\text{nl}}$. Первый способ предполагает использование матрицы Белнапа, где в качестве выделенных значений рассматривается трёхэлементное множество $\{T, B, N\}$. Соответственно, $\models_{\text{nl}}$ может быть определено через сохранность какого-либо из выделенных значений. Второй способ предполагает использование в той же матрице другого множества выделенных значений, а именно $\{F\}$. Тогда отношение $\models_{\text{nl}}$ можно определить через обратную сохранность выделенного значения, то есть от заключения к посылке. Наконец третий способ, как и в случае с $\models_{\text{etil}}$, не подразумевает непосредственного использования понятия выделенного значения. Если снова рассмотреть значения Белнапа как результат обобщения классического множества значений, то $\models_{\text{nl}}$ можно определить через обратную сохранность ложности-и-не-истинности.

В пятом параграфе **Подходы к формализации логики NFL** описывается аксиоматизация, предложенная Я. В. Шрамко, Д. В. Зайцевым и А. А. Великовым. Её особенностью является то, что следование определяется как отношение между формулой и множеством формул.

Во шестом параграфе **Формализация логики NFL в виде системы бинарных выводимостей** также содержится один из основных результатов работы. Здесь предлагается авторская

²⁰Shramko Y., Zaitsev D. Belikov A. First-Degree Entailment and its Relatives // Studia Logica. — 2017. — Vol. 105. no. 6. — P. 1291-1347.

аксиоматизация логики **NFL**, доказываемая её адекватность и исследуются основные металогические свойства полученной системы **L_{нл}**. Исчисление **L_{нл}** строится аналогичным образом, что и **L_{отл}**. Оно также основано на использовании двух отношений выводимости. Различие состоит лишь в другом наборе характеристических аксиом и правил вывода.

В седьмом параграфе Семейство логик первого уровня описывается множество известных синтаксических расширений системы **FDE**, представленное в виде так называемого «Воздушного змея» М. Данна. Исследуется вопрос о классификации систем **L_{отл}** и **L_{нл}** среди уже известных расширений системы **FDE**. Показано, что добавление к системе **FDE** дополнительного отношения выводимости, характеризуемого соответствующими аксиомами и правилами вывода, позволяет получить не только указанные системы **L_{отл}** и **L_{нл}**, но и две новые системы **L_{отл}⁻** и **L_{нл}⁻**. Первая из них является вариантом системы бинарных выводимостей для логики **ECQ** У. Ривичиччо, вторая ранее в литературе не описана.

Третья глава Семантика Е. К. Войшвилло для логик с обобщенными истинностными значениями посвящена построению так называемых информационных семантик для логики Клини **K₃**, логики Приста **LP**, **ETL** и **NFL**. Данная глава состоит из четырех параграфов.

В первом параграфе Общая характеристика семантики обобщенных описаний состояний представлены основные идеи, лежащие в основе семантик данного типа.

Во втором параграфе Семантика полуобобщенных описаний состояний для логики Клини и логики Приста предлагаются соответствующие семантики. В основе этих семантик лежит понятие полуобобщенного описания состояний, с использованием которого можно естественно определить отношения следования, формализующие **K₃** и **LP**. Для получения логики Клини нам необходимо определить следование через прямую сохранность истинности-и-не-ложности, учитывая при этом, что описания состояний должны обязательно быть непротиворечивыми, но при этом, сохраняя для них возможность быть как полными, так и неполными. В случае с логикой Приста нужно определить следование через обратную сохранность ложности-и-не-истинности, используя при этом обязательно полные, но возможно противоречивые описания состояний.

В третьем параграфе Аксиоматизация доказываются теоремы об адекватности информационных семантик для **K₃** и **LP** соответствующим системам бинарных выводимостей.

В четвёртом параграфе Семантика обобщённых описаний состояний для ETL и NFL предлагаются соответствующие семантики. Для их построения не требуется практически никаких изменений в оригинальной семантике Е. К. Войшвилло. Единственное отличие кроется в определении следования. Для получения логики ETL необходимо определить следование через прямую сохранность истинности-и-не-ложности, а для получения NFL через обратную сохранность ложности-и-не-истинности. Показано, что полученные таким образом отношения $\models_{ETL}$ и $\models_{NFL}$ эквивалентны $\models_{st}$ и $\models_{na}$, то есть отношениям, сформулированным в рамках семантики Данна-Белнапа. Таким образом, на основании результата о том, что последние аксиоматизируются системами L_{st} и L_{na} , получен результат об адекватной аксиоматизации $\models_{ETL}$ и $\models_{NFL}$.

В **Заключении** подводятся итоги исследования, суммируются полученные результаты и намечаются перспективы дальнейших исследований.

Основное содержание диссертации отражено в публикациях автора в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий ВАК при Министерстве образования и науки РФ, а также индексируемых в базах цитирования Scopus и Web of Science.

Публикации, отвечающие критериям п. 2.3. Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова:

1. Беликов А. А. Интерпретация идей Н. А. Васильева в русле теории обобщенных истинностных значений // *Ценности и смыслы*. — 2018. — Т. 54. №2. — С. 127 - 136. (журнал включен в список изданий по философским наукам, утвержденный Ученым советом МГУ имени М. В. Ломоносова).
2. Беликов А. А. Семантики Вейшвилло для некоторых расширений логики FDE: часть I // *Логические исследования*. — 2018. — Т. 24. №1. — С. 46-61. (журнал включен в список изданий по философским наукам, утвержденный Ученым советом МГУ имени М. В. Ломоносова).
3. Shramko Y., Zaitsev D., Belikov A. First-Degree Entailment and Its Relatives // *Studia Logica*. — 2017. — V. 105, no. 6. — С. 1291-1317. (журнал индексируется в базе цитирования Web of Science, идентификационный номер публикации WOS:000415716400010).

Публикации в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий ВАК при Министерстве образования и науки РФ, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (по философским наукам):

4. Беликов А. А. Обобщенные описания состояний для сильных логик первого уровня // *Гуманитарный вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана*. — 2018. — Т. 65, №3. — С. 1-7.

Результаты, полученные в ходе диссертационного исследования, были представлены на региональных и международных научных конференциях:

- Беликов А. А. «Свойство анти-простоты логических теорий». 6-я научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Философия. Язык. Культура», Высшая Школа Экономики, Россия, 29-30 апреля 2015.

- Беликов А.А. «Аксиоматизация логики Данна-Белнапа с одним выделенным значением». Десятые Смирновские чтения по логике. Международная научная конференция. 17-19 июня 2015 года, Москва, Россия, 17-19 июня 2015.
- Беликов А.А. «Первоуровневая релевантная логика и теория решеток». Философия в XXI веке: новые стратегии философского поиска, Философский факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, Россия, 1-4 декабря 2015.
- Беликов А. А. «Некоторые расширения логики Данна-Белнапа». XII международная научная конференция «Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке», Философский факультет СПбГУ, Россия, 22-24 июня 2016.
- Zaitsev D., Belikov A. «FDE and its Relatives». Десятые Смирновские чтения по логике, Философский факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, Россия, 15-17 июня 2017.
- Belikov A., Zaitsev D. «FDE and Its Relatives, Part II: Axiomatization». Десятые Смирновские чтения по логике, Философский факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, Россия, 15-17 июня 2017.

Отпечатано в копи-центре « СТ ПРИНТ »
Москва, Ленинские горы, МГУ, 1 Гуманитарный корпус.
e-mail: globus9393338@yandex.ru тел.: 8 (495) 939-33-38
Тираж 70 экз. Подписано в печать 10.07.2018г.

