**Демченко, Олег Вячеславович.**

## Арифметические свойства спаривания Гильберта на формальных группах : диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.01.06. - Санкт-Петербург, 2000. - 67 с.

## Оглавление диссертациикандидат физико-математических наук Демченко, Олег Вячеславович

1°. Проблема получения явных формул для символа Гильберта имеет длинную историю, которая началась с работы Артина и Хассе [2]. В этой работе были получены явные формулы для символа Гильберта в круговом расширении Кп = Qp(Cn), Of = Для пар (а,Сп) и (а, (п - 1), где а; — главная единица. В частности, л \ A~Frtr loga

ОС, Cnjn = Cn P где tr = tr Kn/Qp жрф2.

Другой тип явных формул имеет свои корни в формулах Куммера [18]. Результат Куммера на современном языке можно написать следующим образом. Пусть Ki =';.Qp(£i), р ф 2. Для главной единицы е = 1 + ai7Г + а2тт2 + ., где 7г = ^^уни^^рмизующая К\ и а{ Е Z, обозначаем ряд 1 + а\х + а2х2 + . через'^ж)-, таким образом £(7г) = е. Тогда для главных единиц е и г/ из К\ имеет место формула ч >.res х (log n-f- log е/хр)

M)i = Ci ~

Мы видим, что в формулах Артина-Хассе ответ дается в виде следа некоторого числа, в формулах Куммера — в виде вычета некоторого ряда. В этом смысле второй тип формул ближе к аналогиям с алгебраическими функциями.

Дальнейшее получение явных формул для символа Гильберта пошло по этим двум направлениям — типа Артина-Хассе и типа Куммера. Надо отметить, что в первом направлении на один из аргументов, например, на второй, всегда накладываются ограничения вида v{f3 — 1) > где v - регулярное нормирование. Соответствующие явные формулы типа Артина-Хассе в круговом поле Qp(Cn) были получены К. Ивасава [16], а в произвольном локальном поле — Ш. Сеном [20]. Полные формулы Куммеров-ского типа в локальном поле были получены независимо X. Брюкнером [6] и С. Востоковым [23].

2°. Понятие символа Гильберта допускает обобщение на случай произвольной формальной группы над кольцом целых локального поля (см. [14]). При

- з этом обычный символ Гильберта получается как частный случай обобщенного символа Гильберта для мультипликативной формальной группы. Полной классификации формальных групп в настоящее время не существует, однако приведенное ниже описание некоторых классов формальных групп свидетельствует об их многообразиии.

В локальной теории полей классов исключительно важную роль играет теория формальных групп Любина-Тэйта, которая позволяет конструктивно строить абелевы расширения локальных полей. Формальные группы Любина-Тэйта (см. [19]) находятся ближе всех остальных групп к мультипликативной формальной группе и имеют наиболее простое строение. Они также известны тем, что в отличие от большинства других формальных групп, строящихся по своему логарифму, могут быть определены через выделенную изогению.

Обобщением формальных групп Любина-Тэйта, незначительным с точки зрения теории формальных групп, но достаточно существенным в некоторых аспектах локальной теории полей классов, являются относительные формальные группы Любина-Тэйта (см. [10]). Они также весьма просты по своей структуре и определяются через выделенный гомоморфизм.

Идя дальше по пути обобщения, мы встретимся с таким замечательным классом формальных групп, как формальные группы Хонды (см. [15]). С одной стороны, эти формальные группы вполне изучены и полностью классифицированы, а с другой, представляют собой достаточно общий случай — например, ими исчерпываются все формальные группы для как базисного поля. Но формальные группы Хонды, хотя и являются обобщением групп Любина-Тэйта, строятся по своему логарифму. Если же мы намереваемся обобщить какие-нибудь результаты, касающиеся формальных групп Любина-Тэйта, на случай групп Хонды, то нам необходимо иметь аналог конструкции Любина-Тэйта с выделенным гомоморфизмом для формальных групп Хонды.