МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Орлов Андрей Олегович

Переходные слои в задачах реакция-диффузия с разрывным реактивным членом

01.01.03 — математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико–математических наук

Москва — 2020

Работа выполнена на кафедре математики физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

Научный руководитель —	**Нефедов Николай Николаевич** доктор физико–математических наук, профессор
Официальные оппоненты —	**Кобельков Георгий Михайлович** доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «МГУ имени М.В.Ломоносова», механико-математический факультет, кафедра вычислительной математики, заведующий кафедрой
	Качалов Василий Иванович доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ», институт электроэнергетики, кафедра высшей математики, заведующий кафедрой
	Доброхотов Сергей Юрьевич доктор физико-математических наук, профессор, ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, лаборатория механики природных катастроф, главный научный сотрудник

Защита состоится 17 декабря 2020 г. в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета МГУ.01.06 Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ, дом 1, стр 2, физический факультет, ауд. 4-46.

E-mail: ff.dissovet@gmail.com

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27). Со сведениями о регистрации участия в защите в удаленном интерактивном режиме и с диссертацией в электронном виде также можно ознакомиться на сайте ИАС «ИСТИНА»: https://istina.msu.ru/dissertations/285890354/

Автореферат разослан «___» ноября 2020 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.06,
доктор физико-математических наук
профессор П.А. Поляков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

В последние годы, в связи с потребностью таких областей научного знания, как биофизика, химическая кинетика, астрофизика, геология, физика полупроводников и т.д., возрастает интерес к сингулярно возмущенным дифференциальным уравнениям. Такие уравнения являются эффективными инструментоми математического моделирования, поскольку с их помощью можно описывать физические величины, резко изменяющиеся от одного уровня насыщения до другого, при этом особое внимание уделяя области перехода [1]–[20].

Является известным тот факт, что некоторые дифференциальные уравнения с малым параметром при старшей производной допускают решения вида контрастных структур [21]. Контрастной структурой принято называть функцию, внутри области определения которой присутствует интервал, на котором наблюдается резкое изменение значений этой функции. Данная область называется внутренним переходным слоем. Решения, содержащие внутренний переходный слой, подходят для описания физических явлений в областях, в которых характеристики сред претерпевают резкие изменения. К таким явлениям относятся, например, явление изменения температуры жидкости на границе раздела вода-воздух [2], скорости воздушных потоков или газовых концентраций на границах различных типов растительности [3]. Разработанные в диссертации подходы были успешно применены автором при описании "пикообразного"поведения волновых функций носителей на границе раздела двух сверхпроводников. Большой интерес представляют также нестационарные контрастные структуры, которые с успехом применяются при моделировании динамики автоволнового фронта в моделях биофизики [1], [5].

Нельзя не отметить активно развивающуюся область численно-аналитических методов. На основе априорной информации, полученной в результате асимптотического анализа задач с внутренними переходными слоями удается разработать эффективные и экономичные численные алгоритмы решения как прямых, так и некоторых классов обратных задач [22]–[24].

Одними из основных методов исследования как стационарных, так и нестационарных контрастных структур являются метод пограничных функций и метод дифференциальных неравенств. Метод пограничных функций, позволяющий строить равномерные асимптотические разложения решения по степеням малого параметра, был предложен в работе А.

Б. Васильевой [25], и получил дальнейшее развитие в работе [26]. Асимптотический метод дифференциальных неравенств, развитый в работах Н. Н. Нефедова [27]–[29], является эффективным методом доказательства теорем существования, локальной единственности и асимптотической устойчивости решений с внутренними переходными слоями. В настоящей работе оба указанных метода развиваются на новый класс задач с разрывными нелинейностями.

Степень разработанности темы исследования

В последние годы наблюдается интерес к изучению нелинейных сингулярно возмущенных задач, решения которых имеют резкие внутренние переходные слои. Решения такого типа в литературе принято называть контрастными структурами типа ступеньки. Первые результаты в данном направлении были получены профессором А. Б. Васильевой для двухточечной краевой задачи

$$\varepsilon^2 \frac{d^2 u}{dx^2} = f(u, x, \varepsilon), \quad u(0, \varepsilon) = u^0, \quad u(1, \varepsilon) = u^1, \tag{1}$$

где ε - малый параметр, $u(x, \varepsilon)$ - искомая скалярная функция. Было доказано, что при определенных условиях на правую часть у задачи существует решение близкое при малых ε к корню $u = \varphi_1(x)$ вырожденного уравнения $f(u, x, \varepsilon) = 0$ левее некоторой точки x_0, и близкого к корню $u = \varphi_2(x)$ вырожденного уравнения правее x_0, а также с помощью метода пограничных функций построена его асимптотика. Полученное решение удовлетворет предельному равенству

$$\lim_{\varepsilon \to 0} u(x, \varepsilon) = \begin{cases} \varphi_1(x), & 0 \le x < x_0 \\ \varphi_2(x), & x_0 \le x < 1 \end{cases}$$

Дальнейшее развитие теории контрастных структур отражено в обзорах А.Б. Васильевой, В.Ф. Бутузова, Н.Н. Нефедова [30], [31].

Цели и задачи исследования

Целью настоящей работы является исследование контрастных структур в сингулярно возмущенных задачах реакция-диффузия в случае разрыва реактивного слагаемого. Рассматриваемые задачи:

- Одномерная и двумерная по пространственной переменной эллиптическая краевая задача с решением, содержащим внутренний переходный слой.

- Двумерная по пространственной переменной параболическая периодическая краевая задача с решением, содержащим внутренний переходный слой в произвольной односвязной области с гладкой границей.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

– Разработать алгоритм построения асимптотических разложений для данного класса задач.

– Определить условия, при которых в рассматриваемых задачах существуют гладкие решения, содержащие внутренний переходный слой. Провести строгое обоснование существования решений, обладающих построенной асимптотикой.

– Доказать теоремы о локальной единственности и асимптотической устойчивости по Ляпунову стационарных решений указанных задач. Определить локальные области притяжения устойчивых стационарных решений.

– Разработать примеры, иллюстрирующие предлагаемые алгоритмы.

Научная новизна

Научная новизна заключается в том, что в работе

– Метод пограничных функций модифицирован и обобщен, и впервые применен для уравнения реакция-диффузия с разрывным реактивным слагаемым. В результате построена формальная асимптотика вида контрастной структуры.

– Для указанных выше задач проведено доказательство корректности построенной асимптотики, доказаны теоремы существования, локальной единственности и асимптотической устойчивости по Ляпунову. Данные результаты получены путем развития метода дифференциальных неравенств для данного класса задач.

Теоретическая и практическая значимость

Практическая значимость работы состоит в том, что ее результаты могут быть использованы при построении математических моделей в теории нелинейных волн, акустике, физике полупроводников, биофизике, а также в других областях естественных наук, в которых при моделировании возникает необходимость описания скачкообразно изменяющихся величин.

Теоретическая значимость работы заключается в развитии методов теории сингулярных возмущений на новый класс задач с разрывными нелинейностями. Теоретические результаты также могут быть использованы при разработке численно-аналитических методов исследования как стационарных, так и движущихся внутренних переходных слоев: алгоритмы, предлагаемые в диссертации, позволяют получать информацию о локализации и структуре внутреннего переходного слоя, что позволяет строить динамически адаптивные сетки, параметры которых определяются на основе информации, получаемой аналитически в процессе асимптотического анализа задачи.

Методология и методы исследования

В диссертационной работе используются два классических метода асимптотической теории контрастнных структур. Для построения асимптотических приближений решений рассматриваемых задач применяется метод пограничных функций Васильевой А. Б. Для доказательства теорем существования и асимптотической устойчивости применяется асимптотический метод дифференциальных неравенств, который основан на теоремах сравнения для эллиптических и параболических задач, использующий предварительно построенную формальную асимптотику.

Положения, выносимые на защиту

– Существуют решения в виде контрастных структур для сингулярно возмущенных задач реакция-диффузия в случае разрыва реактивного члена.

– Полученный в ходе написания работы алгоритм позволяет построить асимптотические разложения по малому параметру решений одномерных и двумерных задач, которые содержат внутренний переходный слой.

– Теоремы существования и асимптотической устойчивости по Ляпунову гладких решений задач реакция-диффузия с разрывными реактивными слагаемыми, содержащих внутренний переходный слой в окрестности разрыва, справедливы для каждой из рассмотренных в диссертации задач.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность изложенных в диссертационной работе результатов обеспечивается строгостью математических доказательств и использованием апробированных научных методов.

Результаты работы были доложены на следующих конференциях: Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики – 2015 (2015, Новосибирск), Тихоновские Чтения 2015 года (2015, Москва), Тихоновские Чтения 2016 года (2016, Москва), International Conference on Mathematical Modeling in Applied Sciences (2017, Санкт-Петербург), Ломоносовские чтения - 2018 (2018, Москва), Integrable Systems and Nonlinear

Dynamics (2018, Ярославль), Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования: Пятая Международная конференция, посвященная 95-ти летию со дня рождения члена-корреспондента РАН Л.Д. Кудрявцева.(2018, Москва), 2nd International Conference on Mathematical Modelling in Applied Sciences, ICMMAS'19 (2019, Белгород), Динамика. 2019. Ярославль (2019, Ярославль), Тихоновские Чтения 2019 года (2019, Москва).

Личный вклад автора

Основные идеи и положения работы изложены в 18 публикациях автора (общим объемом 4,7 п.л.), из них 6 статей в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 01.01.03 — математическая физика. В написанных в соавторстве работах все результаты, представленные в диссертации, получены лично Орловым А. О.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации – 164 страницы, диссертация содержит 6 рисунков, список литературы включает в себя 106 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность исследуемых задач, определены научная новизна и практическая значимость, приведены основные положения, выносимые на защиту, а также данные об апробации работы.

В **Главе 1** приведен обзор научных работ, близких к теме диссертации — исследованию переходных слоев в задачах реакция-диффузия с разрывным реактивным членом.

Глава 2 посвящена изучению краевой задачи для одномерного уравнения реакция-диффузия

$$\varepsilon^2 \frac{d^2u}{dx^2} = f(u,x,\varepsilon), \quad x \in (-1;1), \quad \frac{du}{dx}(\mp 1, t) = u^{(\mp)}, \tag{2}$$

где ε - малый параметр, лежащий в интервале $(0;\varepsilon_0]$, функция $f(u,x,\varepsilon)$ определена на множестве $\overline{\Omega} := (u,x,\varepsilon) \in I_u \times [-1;1] \times (0;\varepsilon_0]$ и претерпевает разрыв первого рода вдоль отрезка прямой $\{u \in I_u,\ x = x_0\}$:

$$f(u,x,\varepsilon) = \begin{cases} f^{(-)}(u,x,\varepsilon), & u \in I_u,\ -1 \le x \le x_0 - 0, \\ f^{(+)}(u,x,\varepsilon), & u \in I_u, \quad x_0 + 0 \le x \le 1, \end{cases}$$

где $f^{(-)}(u,x,\varepsilon)\in C^3(I_u\times[-1;x_0]\times(0;\varepsilon_0])$, $f^{(+)}(u,x,\varepsilon)\in C^3(I_u\times[x_0;1]\times(0;\varepsilon_0])$ и $f^{(-)}(u,x_0,\varepsilon)\neq f^{(+)}(u,x_0,\varepsilon)$, $u\in I_u$.

Сформулированы условия существования, локальной единственности и асимптотической устойчивости стационарного решения, содержащего внутренний переходный слой. Для доказательства сформулированных теорем использован асимптотический метод дифференциальных неравенств, развитый для данного класса задач

В **Главе 3** рассмотрена краевая задача для уравнения Пуассона в двумерном случае:

$$\begin{cases}\varepsilon^2\Delta u = f\left(u,M,\varepsilon\right), \quad M\in D,\\ \left.\dfrac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\partial D} = u^0\left(S\right), \quad S\in\partial D.\end{cases} \tag{3}$$

Здесь D – односвязная область на плоскости (x,y) с гладкой границей ∂D, ε–малый параметр, лежащий в интервале $(0;\varepsilon_0]$, $\mathbf{n}$ – нормаль к кривой ∂D, внешняя по отношению к области D. Будем считать, что существует простая гладкая замкнутая кривая C_0, целиком лежащая в области D и делящая эту область на две части: $D^{(in)}$, ограниченную кривой C_0, и $D^{(ex)}$, ограниченную кривыми C_0 и ∂D.

Пусть функция $f\left(u,M,\varepsilon\right)=f\left(u,x,y,\varepsilon\right)$ в правой части уравнения (3) имеет вид:

$$f\left(u,x,y,\varepsilon\right)=\begin{cases}f^{(in)}\left(u,x,y,\varepsilon\right), & \text{если } (x,y)\in\bar{D}^{(in)};\\ f^{(ex)}\left(u,x,y,\varepsilon\right), & \text{если } (x,y)\in\bar{D}^{(ex)}.\end{cases}$$

Где $f^{(in)}(u,x,y,\varepsilon)$, $f^{(ex)}(u,x,y,\varepsilon)$ - достаточно гладкие ограниченные функции, соответственно в областях $I_u\times\bar{D}^{(in)}\times(0;\varepsilon_0]$ и $I_u\times\bar{D}^{(ex)}\times(0;\varepsilon_0]$, где I_u – интервал изменения функции u, причем функция $f\left(u,x,y,\varepsilon\right)$ претерпевает разрыв первого рода на поверхности
$S\left(u,x,y\right):\{u\in I_u;\ (x,y)\in C_0\}$.

Считаем, что в области $\bar{D}^{(in)}$ определена функция $u\hat{=}\varphi^{(in)}\left(x,y\right)$, являющаяся изолированным решением уравнения $f^{(in)}\left(u,x,y,0\right)=0$, а в области $\bar{D}^{(ex)}$ определена функция $u\hat{=}\varphi^{(ex)}\left(x,y\right)$, являющаяся изолированным решением уравнения $f^{(ex)}\left(u,x,y,0\right)=0$, и пусть для всех точек $\left(x,y\right)$, лежащих на кривой C_0, выполняется неравенство
$\varphi^{(in)}\left(x,y\right)>\varphi^{(ex)}\left(x,y\right)$.

Для задачи получены условия, при которых существует решение, построено его асимптотическое приближение по малому параметру и доказано существование и асимптотическая устойчивость по Ляпунову.

В **Главе 4** исследовано решение вида контрастной структуры следующей параболической задачи реакция-диффузия в среде с разрывными характеристиками:

$$\begin{cases} \varepsilon^2 \Delta u - \varepsilon \dfrac{\partial u}{\partial t} = f\left(u, M, t, \varepsilon\right), \quad M \in D, \ t \in \mathbb{R}, \\ \left.\dfrac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\partial D} = u^0\left(S, t\right), \quad S \in \partial D, \\ u\left(M, t\right) = u\left(M, t + T\right). \end{cases} \tag{4}$$

Здесь D – односвязная область на плоскости (x, y) с гладкой границей ∂D, ε–малый параметр, лежащий в интервале $(0; \varepsilon_0]$, $\mathbf{n}$ – нормаль к кривой ∂D, внешняя по отношению к области D. Будем считать, что в каждый момент времени $t \in \mathbb{R}$ существует простая замкнутая кривая C_T, целиком лежащая в области D, контур которой задается с помощью гладких Т-периодических функций.

Кривая C_T делит область D на две части: $D^{(in)}$, ограниченную кривой C_T, и $D^{(ex)}$, ограниченную кривыми C_T и ∂D. Будем считать, что функция $u^0\left(S, t\right)$ Т-периодическая и непрерывная при $S \in \partial D, \ t \in \mathbb{R}$.

Функция $f\left(u, M, t, \varepsilon\right) = f\left(u, x, y, t, \varepsilon\right)$ в правой части уравнения (4) имеет вид:

$$f\left(u, x, y, t, \varepsilon\right) = \begin{cases} f^{(in)}\left(u, x, y, t, \varepsilon\right), & \text{если } (x, y, t) \in \bar{D}^{(in)} \times \mathbb{R}; \\ f^{(ex)}\left(u, x, y, t, \varepsilon\right), & \text{если } (x, y, t) \in \bar{D}^{(ex)} \times \mathbb{R}. \end{cases}$$

Где $f^{(in)}(u, x, y, t, \varepsilon)$, $f^{(ex)}(u, x, y, t, \varepsilon)$ – достаточно гладкие Т-периодические функции, определенные соответственно в областях $I_u \times \bar{D}^{(in)} \times \mathbb{R} \times (0; \varepsilon_0]$ и $I_u \times \bar{D}^{(ex)} \times \mathbb{R} \times (0; \varepsilon_0]$, где I_u – допустимый интервал изменения функции u, причем функция $f\left(u, x, y, t, \varepsilon\right)$ в каждый момент времени претерпевает разрыв первого рода на поверхности $S\left(u, x, y\right)$: $\{u \in I_u; \ (x, y) \in C_T\}$

Изучен вопрос о существовании устойчивого периодического решения задачи с внутренним переходным слоем. Построено асимптотическое приближение решения, доказаны теоремы существования, устойчивости и локальной единственности решения при помощи асимптотического метода дифференциальных неравенств.

В **Главе 5** рассмотрена параболическая задача для уравнения реакция-диффузия с источником модульно-кубичного типа:

$$
\begin{aligned}
&N_\varepsilon(u) := \varepsilon^2\left(\triangle u - \frac{\partial u}{\partial t}\right) - f(u,x,y,t,\varepsilon) = 0,\\
&(x,y,t) \in D_t := \{(x,y,t) \in R^3 : (x,y) \in D, t \in R\},\\
&\frac{\partial u}{\partial n_\Gamma}(x,y,t,\varepsilon) = 0, \quad (x,y) \in \Gamma, t \in R,\\
&u(x,y,t,\varepsilon) = u(x,y,t+T,\varepsilon), \quad (x,y) \in \overline{D}, t \in R,
\end{aligned} \tag{5}
$$

где $\triangle = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, а производная $\frac{\partial}{\partial n_\Gamma}$ берется по внутренней нормали к гладкой границе Γ заданной двумерной односвязной области D, а $\varepsilon > 0$ - малый параметр.

Задача (5) рассматривается при условии, что функция $f(u,x,y,t,\varepsilon)$ имеет вид:

$$
f\left(u,x,y,t,\varepsilon\right) = \begin{cases} f^{(+)}\left(u,x,y,t,\varepsilon\right), & \text{если } u \ge \varphi_2(x,y,t) \quad (x,y) \in \bar{D},\ t \in R;\\ f^{(-)}\left(u,x,y,t,\varepsilon\right), & \text{если } u < \varphi_2(x,y,t) \quad (x,y) \in \bar{D},\ t \in R, \end{cases}
$$

где $f^{(+)}\left(u,x,y,t,\varepsilon\right)$, $f^{(+)}\left(u,x,y,t,\varepsilon\right)$ – достаточно гладкие функции. Такие нелинейности принято называть нелинейностями модульного типа.

Рассмотрен случай существования внутреннего переходного слоя в условиях несбалансированной и сбалансированной реакции. Построено асимптотическое приближение и исследована асимптотическая устойчивость по Ляпунову периодических решений в каждом из рассмотренных случаев. Для доказательства существования решения и его асимптотической устойчивости использован асимптотический метод дифференциальных неравенств. Приведен пример и проведены численные расчеты, иллюстрирующие теоретический результат.

Заключение

Диссертационная работа посвящена теоретическому исследованию нелинейных сингулярно возмущенных уравнений реакция-диффузия, ключевой особенностью которых является разрыв реактивного слагаемого.

Перечислим основные результаты работы.

– Получены условия, при которых в рассматриваемых задачах существуют решения, содержащие внутренний переходный слой.

– Разработан алгоритм построения асимптотических разложений для данного класса задач.

– Доказаны теоремы существования, локальной единственности и асимптотической устойчивости по Ляпунову.

– Асимптотический метод дифференциальных неравенств развит в применении к новому классу задач с разрывными нелинейностями.

Методы исследования, предложенные в диссертационной работе, могут быть обобщены на уравнения произвольной размерности по пространственным переменным, а также на более сложные задачи, например, на задачи для систем уравнений и прикладные задачи, связанные с моделями биофизики и перколяции. Также результаты диссертационной работы могут быть использованы для разработки численных методов решения жестких задач с разрывными нелинейностями.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

Статьи, опубликованные в журналах Scopus, WoS, RSCI

1. Orlov A. O., Levashova N. T., Burbaev T. M. The use of asymptotic methods for modelling of the carriers wave functions in the Si/SiGe heterostructures with quantum-confined layers // Journal of Physics: Conference Series. — 2015. — V. 586. — P. 012003-012007. (IF WoS: 0.677)

2. Левашова Н. Т., Нефедов Н. Н., Орлов А. О. Стационарное уравнение реакции диффузии с разрывным реактивным членом // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2017. — Т. 57. — № 5. — С. 854–866.; Levashova N. T., Nefedov N. N., Orlov A. O. Time-independent reaction–diffusion equation with a discontinuous reactive term // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2017. — V. 57. — № 5. — P. 854–866. (IF WoS: 0.677)

3. Орлов А. О., Нефедов Н. Н., Левашова Н.Т. Решение вида контрастной структуры параболической задачи реакция-диффузия в среде с разрывными характеристиками // Дифференциальные уравнения. — 2018. — Т. 54. — № 5. — С. 673–690.; Orlov A. O., Nefedov N. N., Levashova N. T. Solution of Contrast Structure Type for a Parabolic Reaction–Diffusion Problem in a Medium with Discontinuous Characteristics // Differential Equations. — 2018. — V. 54. — № 5. — P. 669–686. (IF WoS: 0.674)

4. Levshova N.T., Nefedov N. N., Nikolaeva O. A., Orlov A. O., Panin A. A. The solution with internal transition layer of the reaction-diffusion equation in case of discontinuous reactive and diffusive terms

// Mathematical Methods in the Applied Sciences. — 2018. — P. 1–15. (IF WoS: 1.533)

5. Нефедов Н. Н., Левашова Н. Т., Орлов А. О. Асимптотическая устойчивость стационарного решения с внутренним переходным слоем задачи реакция-диффузия с разрывным реактивным слагаемым // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2018. — № 6. — С. 565–572.; Nefedov N. N., Levashova N. T., Orlov A. O. Asymptotic stability of the internal transition layer of the reaction-diffusion problem with a discontinuous reactive term // Moscow University Physics Bulletin. — 2018. — № 6. — P. 565–572. (IF WoS: 0.580)

6. Левашова Н. Т., Нефедов Н. Н., Орлов А. О. Асимптотическая устойчивость стационарного решения многомерного уравнения реакция диффузия с разрывным источником // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2019. — Т. 59, № 4. — С. 611–620.; Levashova N. T., Nefedov N. N., Orlov A. O. Asymptotic Stability of a Stationary Solution of a Multidimensional Reaction–Diffusion Equation with a Discontinuous Source // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2019. — V. 59. — № 4. — P. 854–866. (IF WoS: 0.774)

Иные публикации (сборники тезисов)

7. Орлов А. О., Левашова Н. Т., Бурбаев Т. М. Применение асимптотических методов при моделировании волновых функций носителей заряда в гетероструктурах si/sige с квантово-размерными слоями //Физика полупроводников и наноструктур, полупроводниковая опто и наноэлектроника. Тезисы докладов 16 всероссийской молодежной конференции. — Издательство Политехнического университета. — Санкт-Петербург. — 2014. — С. 44–44.

8. Орлов А. О., Левашова Н. Т. Применение асимптотических методов при моделировании волновых функций носителей заряда в гетероструктурах si/sige // Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. Проблемы математического и естественнонаучного образования: Тезисы и тексты докладов международной конференции. Москва, РУДН, 15-18 декабря 2014 г. — Издательство РУДН Москва. — 2014. — С. 225–227.

9. Орлов А. О., Левашова Н. Т., Николаева О. А. Стационарная задача реакция-диффузия в средах с разрывными характеристиками // Научная конференция Тихоновские чтения. 26 октября - 2 ноября 2015 года. МГУ им. М. В. Ломоносова. — МАКС Пресс Москва. — 2015. — С. 69–69.

10. Левашова Н. Т., Нефедов Н. Н., Орлов А. О., Николаева О. А. Внутренние переходные слои в решениях краевых задач с разрывными неоднородностями // Тезисы Международной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики - 2015 посвященной 90-летию со дня рождения академика Гурия Ивановича Марчука. — Новосибирск. — 2015. — С. 11–11.

11. Левашова Н. Т., Орлов А. О. Контрастные структуры в краевых задачах с разрывной неоднородностью // Современные проблемы математической физики и вычислительной математики, международная конференция, приуроченная к 110-летию со дня рождения академика А.Н. Тихонова, Москва, 31 октября – 3 ноября 2016 г., Тезисы докладов. — Москва. — 2016. — С. 226–226.

12. Левашова Н. Т., Нефедов Н. Н., Орлов А. О., Николаева О. А. Устойчивость решения вида контрастной структуры уравнения реакция-диффузия в среде с разрывными характеристиками // Тихоновские чтения: научная конференция: тезисы докладов (23 октября - 27 октября 2017 г.). — МАКС Пресс Москва. — 2017. — С. 76–76.

13. Levashova N. T., Nefedov N. N., Nikolaeva O. A., Orlov A. O. The contrast structure type solution of the reaction-diffusion equation in case of discontinuous reactive and diffusive terms // International conferense on mathematical modelling in applied sciences. Saint Petersburg-Russia. July 24-28 2017. — Saint Petersburg-Russia. — 2017. — P. 241–242.

14. Левашова Н. Т., Нефедов Н. Н., Орлов А. О., Николаева О. А. Существование решения и устойчивость решений с внутренними слоями в задачах типа реакция — диффузия — адвекция с разрывными коэффициентами // Научная конференция "Ломоносовские чтения. Секция физики. 16-25 апреля 2018 года". — Москва, Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова. — 2018. — С. 92–94.

15. Orlov A. O., Levashova N. T. The autowave front stating in the discontinuous media // Integrable Systems and Nonlinear Dynamics. — Yaroslavl. — 2018. — P. 52–53.

16. Орлов А. О., Левашова Н. Т. Движение и стабилизация фронта в среде с разрывными характеристиками // Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Проблемы математического образования. Тезисы докладов Пятой Международной конференции, посвященной 95-летию со дня рождения Л.Д. Кудрявцева, Москва, РУДН, 26-29 ноября 2018 г. — Российского университета дружбы народов Москва РУДН. —2018. — С. 204–205.

17. Levashova N.T., Nefedov N.N., Orlov A.O. Propagation and Stabilizing of a Front in a Media with Discontinuous Characteristics // 2nd International Conference on Mathematical Modelling in Applied Sciences. Belgorod, Russia, August 20-24, 2019. — Belgorod-Russia, 2019. — P. 129–130.

18. Орлов А. О., Нефедов Н. Н. Контрастные структуры в задачах для уравнения реакция-диффузия с разрывной правой частью // Международная конференция Динамика 2019. Ярославль. — Ярославль.— 2019. — P. 83–84.

Список цитированной литературы

1. Сидорова А. Э., Левашова Н. Т., Мельникова А. А., Яковенко Л.В. Популяционная модель урбоэкосистем в представлениях активных сред // Биофизика. — 2015. — Т. 60. — № 3. — С. 574–582.; Sidorova A.E., Levashova N.T., Melnikova A.A., Yakovenko L.V. A model of a human dominated urban ecosystem as an active medium // Biophysics. — 2015. — V. 60. — № 3. — P. 466–473.

2. Левашова Н. Т., Николаева О. А., Пашкин А. Д. Моделирование распределения температуры на границе раздела вода-воздух с использованием теории контрастных структур // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2015. — № 5. — С. 12–16.; Levashova N. T., Nikolaeva O. A., Pashkin A. D. Simulation of the temperature distribution at the water–air interface using the theory of contrast structures // Moscow University Physics Bulletin. — 2015. — V. 70. — № 5. — P. 341–345.

3. Левашова Н. Т., Мухартова Ю. В., Ольчев А. В. Трехмерное моделирование турбулентного переноса в приземном слое атмосферы с применением теории контрастных структур // Компьютерные исследования и моделирование. — 2016. — Т. 8. — № 2. — С. 355–367.

4. Левашова Н. Т., Мухартова Ю. В., Ольчев А. В. Два подхода к описанию турбулентного переноса в приземном слое атмосферы // Математическое моделирование. — 2017. — Т. 29, № 5. — С. 46–60.; Levashova N. T., Muhartova J. V., Olchev A. V. Two approaches to describing the turbulent exchange within the atmospheric surface layer // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2017. — V. 9. — № 6. — P. 697–707.

5. Сидорова А. Э., Левашова Н. Т., Мельникова А. А., Семина А. Е. Модель структурообразования урбоэкосистем как процесс автоволновой самоорганизации в активных средах // Математическая биология и биоинформатика. — 2017. — Т. 12. — № 1. — С. 186–197.; Sidorova A.E., Levashova N.T., Melnikova A.A., Semina A.E. The Model of Structurization of Urban Ecosystems as the Process of Self-Organization in Active Media // Mathematical Biology and Bioinformatics. — 2017. — V. 12. — № 1. — P. 186–197.

6. Мельникова А. А., Дерюгина Н. Н. Периодические изменения автоволнового фронта в двумерной системе параболических уравнений

// Моделирование и анализ информационных систем. — 2018. — Т. 25. — № 1. — С. 112–124.; Melnikova A.A., Deryugina N.N. Periodic Variations of an Autowave Structure in Two-dimensional System of Parabolic Equations // Modeling and Analysis of Information Systems.— 2018. — V. 25. — № 1. — P. 112–124.

7. Мельникова А. А., Чэнь М. Существование и асимптотика автоволнового решения системы уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2018. — Т. 58, № 5. — С. 705–715.; Melnikova A. A., Chen M. Existence and asymptotic representation of the autowave solution of a system of equations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2018. — V. 58. — № 5. — P. 705–715.

8. Грачев Н. Е., Дмитриев А. В., Сенин Д. С., Волков В. Т., Нефедов Н. Н. Моделирование динамики фронта внутрипластового горения // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. — 2010. — № 11. — С. 306–312.

9. Волков В.Т., Нефедов Н.Н., Грачев Н.Е., Сенин Д.С. Оценка параметров фронта внутрипластового горения при закачке воздуха в нефтяной пласт // Нефтяное хозяйство. — 2010. — № 4. — С. 93–96.; Volkov V.T., Nefedov N.N., Grachev N.E., Senin D.S. Analytical estimating the parameters of the in situ combustion front // OIL INDUSTRY. — 2010. — № 4. — P. 93–96.

10. Белянин М. П., Васильева А. Б. О внутреннем переходном слое в одной задаче теории полупроводниковых плёнок // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1988. — Т. 28. — № 2. — С. 145–153.; Belyanin M. P., Vasil'yeva A. B. On the interior transitional layer in a problem of semiconductor film theory — 1988. — V. 28. — № 2. — P. 145–153.

11. Белянин М. П., Васильева А. Б., Воронов А. В., Тихонравов А. В. Об асимптотическом подходе к задаче синтеза полупроводникового прибора // Матем. моделирование. — 1989. — Т.1. — № 9. — С. 43–63.

12. Волков В. Т., Крючков С. В., Обухов И. А., Румянцев С. В. Численно асимптотический анализ переходных процессов в полупроводниках // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1989. — Т. 29. — № 8. — С. 1159–1167.; Volkov V. T., Kryuchkov S. V.,

Obukhov I. A., Rumyantsev S. V. An asymptotic-numerical method of analysing transport processes in semiconductors // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics — 1989. — V. 29. — № 8. — P. 132–138.

13. Калачев Л.В., Обухов И.А. Приближенное решение уравнения Пуассона в модели двумерной полупроводниковой структуры // Вестник Московского Университета. — 1989. — Т. 30. — № 3. — С. 63–68.

14. Mikhailov E. A. Wavefronts of the magnetic field in galaxies: asymptotic and numerical approaches // Magnetohydrodynamics. — 2016. — V. 52. — №1. — P. 117–125.

15. Михайлов Е. А. Задачи с малым параметром и распространение фронтов в теории галактического динамо // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2015. — № 2. — С. 27–31.; Mikhailov E. A. Problems with a small parameter and propagation of fronts in the galactic dynamo theory // Moscow University Physics Bulletin. — 2015. — V. 70. — № 2. — P. 101–106.

16. Murray J. D. Mathematical biology. I, volume 17 of Interdisciplinary Applied Mathematics. — Springer, New York, third edition, 2002., — p.370

17. Нефедов Н. Н., Руденко О. В. О движении фронта в уравнении типа Бюргерса с квадратичной и модульной нелинейностью при нелинейном усилении // Доклады Академии наук. — 2018. — Т. 478. — № 3. — С. 274–279.; Nefedov N. N., Rudenko O. V. On front motion in a burgers-type equation with quadratic and modular nonlinearity and nonlinear amplification // Doklady Mathematics. — 2018. — V. 97. — № 1. — P. 99–103.

18. Руденко О. В. Неоднородное уравнение Бюргерса с модульной нелинейностью: возбуждение и эволюция интенсивных волн // Доклады Академии наук. — 2017. — Т. 474, № 6. — С. 671–674. Rudenko O. V. Inhomogeneous burgers equation with modular nonlinearity: Excitation and evolution of high-intensity waves // Doklady Mathematics. — 2017. — V. 95. — № 3. — P. 291–294.

19. Варфоломеев С. Д. Кобельков Г. М., Судбина Г. Ф. Диффузия и реакция в ферментативной системе, инактивирующейся в процессе реак-

ции // Вестник Московского университета. Серия 2: Химия. — 1982. — Т. 23, № 3. — С. 195–206.

20. Варфоломеев С. Д. Кобельков Г. М., Судбина Г. Ф. Макрокинетическое поведение ферментативной системы, содержащей фермент, который инактивируется в процессе реакции // Вестник Московского университета. Серия 2: Химия. — 1986. — Т. 27, № 5. — С. 443–454.

21. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф., Нефедов Н. Н. Контрастные структуры в сингулярно возмущенных задачах // Фундаментальная и прикладная математика. — 1998. — Т. 4, № 3. — С. 799–851.

22. Volkov V. T., Nefedov N. N., Antipov E. A. Asymptotic-numerical method for moving fronts in two-dimensional r-d-a problems // Lecture Notes in Computer Science — 2015. — V. 9045. — P. 408–416.

23. Volkov V.T., Nefedov N.N., Antipov E.A. Asymptotic-numerical method for the location and dynamics of internal layers in singular perturbed parabolic problems // Lecture Notes in Computer Science. — 2017. — V. 10187. — P. 721–729.

24. Lukyanenko D. V., Shishlenin M. A., Volkov V. T. Solving of the coefficient inverse problems for a nonlinear singularly perturbed reaction-diffusion-advection equation with the final time data // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2018. — V. 54. — P. 233–247.

25. Васильева А. Б. Асимптотика решений некоторых задач для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1963. — Т. 18. — № 3. — С. 13–84.; Vasil'eva A. B. Asymptotic behaviour of solutions to certain problems involving non-linear differential equations containing a small parameter multiplying the highest derivatives // Russian Mathematical Surveys — 1963. — V. 18. — № 3. — P. 13–84.

26. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. — М.: Высшая школа, 1990. — 208 с.

27. Нефедов Н. Н. Метод дифференциальных неравенств для некоторых классов нелинейных сингулярно возмущенных задач с внутренними

слоями // Дифференциальные уравнения. — 1995. — Т. 31. — № 7. — С. 1132–1139.

28. Нефедов Н. Н. Метод дифференциальных неравенств для некоторых классов сингулярно возмущенных уравнений в частных производных // Дифференциальные уравнения. — 1995. — № 4. — С. 719–723.

29. Волков В. Т., Нефедов Н. Н. Развитие асимптотического метода дифференциальных неравенств для исследования периодических контрастных структур в уравнениях реакция-диффузия // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2006. — Т. 46. — № 4. — С. 615–623. Volkov V. T., Nefedov N. N. Development of the asymptotic method of differential inequalities for investigation of periodic contrast structures in reaction-diffusion equations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2006. — V. 46. — № 4. — P. 585–593.

30. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф., Нефедов Н.Н. Асимптотическая теория контрастных структур // Автоматика и телемеханика — 1998. — Т. 58. — № 7. — С. 4-32.; Vasil'eva A. B., Butuzov V. F., Nefedov N. N. Asymptotic Theory of Contrasting Structures. A Survey // Automation and Remote Control — 1998. — V. 58. — № 7. — P. 1068–1091

31. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф., Нефедов Н.Н. Сингулярно возмущенные задачи с пограничными и внутренними слоями // Труды Математического института им.В.А.Стеклова РАН. — 2010. — №268. — С. 268–283.; Vasil'eva A. B., Butuzov V. F., Nefedov N. N. Singularly perturbed problems with boundary and internal layers // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics — 2010. — №268. — P. 268–283.;