**Жигалкин Константин Александрович. Деформация и разрушение жесткопластических тел в условиях плоской деформации : диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.02.04.- Комсомольск-на-Амуре, 2003.- 93 с.: ил. РГБ ОД, 61 03-1/815-8**

**Жигалкин Константин Александрович**

**ДЕФОРМАЦИЯ И РАЗРУШЕНИЕ ЖЕСТКОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

**01.02.04 - механика деформируемого твердого тела**

**Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук**

**Научный руководитель д.ф.-м.н., профессор А. И. Хромов**

**Комсомольск-на-Амуре - 2003**

**Оглавление**

**Введение 3**

**Глава 1. Общие соотношения 12**

1. **Общие положения теории идеального жесткопластического тела. 13**
2. **Теория плоской деформации 15**
3. [**Определение полей деформаций 18**](#bookmark5)
4. [**Критерий выбора предпочтительного решения 23**](#bookmark11)
5. [**Условия проведения экспериментов на одноосное растяжение 25**](#bookmark12)

**Глава 2. Деформация и разрушение жесткопластической полосы при одноосном деформировании 29**

1. **Растяжение плоского образца с непрерывным полем скоростей....29**
2. **Растяжение плоского образца с разрывным полем скоростей 38**
3. [**Деформирование плоского образца при одноосном сжатии 41**](#bookmark18)
4. **Накопление пластических деформаций при последовательном**

**растяжении и сжатии плоского образца 46**

1. **Растяжение полосы с разрушением. Определение констант**

**разрушения 58**

1. [**Растяжение полосы с круговой выточкой 69**](#bookmark53)

[**Глава 3. Накопление деформаций и пересчет кривых упрочнения 74**](#bookmark56)

* [**Теоретические и экспериментальные величины деформации 74**](#bookmark57)
* [**Новые координаты для кривых упрочнения 78**](#bookmark58)

**Глава 4. Задача об изгибе полосы с растяжением 79**

[**Заключение 84**](#bookmark60)

**Список литературы 85**

**Введение**

**Теория идеального жесткопластического тела является одним из наиболее разработанных разделов механики деформируемого твёрдого тела. Большинст­во работ посвящено задачам о предельном равновесии тел, т. е. задачам о воз­никновении пластического течения. Отдельные решения задач с учётом изме­няющейся геометрии были получены Е. Ли, Е. Онатом, В. Прагером, О. Ричмондом, Р. Хиллом, это задачи о внедрении клина в полупространство, о раздавливании клина, о растяжении полосы. На их основе были получены пол­ные решения определенного класса задач с учетом изменяющейся геометрии Г. И. Быковцевым, А. И. Хромовым.**

**Другой особенностью развития этой теории является то, что на её базе не была сформулирована теория разрушения, которая получила развитие на осно­ве других моделей. Основные положения теории разрушения жесткопластиче­ских тел были сформулированы в работах А. И. Хромова, но не был сформули­рован подход к определению констант разрушения. Развитие данного подхода для описания процессов разрушения актуально при расчётах технологических режимов обработки материалов давлением и резанием, при расчёте конструк­ций одноразового действия, при прогнозировании поведения конструкций в ус­ловиях экстремальной ситуации.**

**В связи с этим целью данной работы является разработка подхода к опре­делению констант разрушения в условиях плоской деформации на основе стан­дартных механических испытаний.**

**Начальный этап развития механики разрушения, основанный на исследо­вании деформационных свойств тел связан с именами Р.Гука, Т. Юнга. Ш. Ку­лона, О. Мора и в дальнейшем определен построением математических моде­лей сплошной среды.**

**Формирование современных представлений о механике разрушения во многом связано с результатами анализа полей напряжений для конкретных за­**

**дач в теории упругости (Г. Кирш, 1988 г., Г. В. Колосов, 1909 г., К. Инглис," 1913 г.), а также экспериментальных исследований (А.Ф.Иоффе, 1920г.).**

**Основы линейной механики разрушения упругих тел даны в основопола­гающей работе А. А. Гриффитса (1920 г.). После усовершенствования этой тео­рии Дж. Ирвином и Е. Орованом, стало возможным применение ее в исследо­вании конкретных материалов.**

**Уже на начальном этапе исследований было ясно, что разрушение мате­риалов тесно связано со свойствами пластичности. Дж. Ирвин и Е.Орован счи­тали, что вершина трещины окружена зонами пластического течения, в кото­рых поглощается основная часть энергии, предполагая, что эти зоны малы по сравнению с упругими. Следствием такого предположения служит вывод о том, что в окрестности вершины трещины преобладает упругое распределение на­пряжений.**

**Естественным шагом в дальнейшем развитии линейной механики разру­шения стало применение ее к исследованию таких процессов упругопластиче­ского разрушения, для которых влиянием перераспределения напряжений и де­формаций в зонах упругости и пластичности пренебречь нельзя. Подробный обзор основополагающих идей и результатов в этом направлении дан в работе [47].**

**Важнейший момент в развитии теории трещин - формулировка условия локального разрушения. Простейший вариант этого условия был предложен уже Дж. Р. Ирвином (1948 г.). Он заключался в том, что коэффициент при осо­бенности в выражении для напряжений в рассматриваемой точке в момент ло­кального разрушения считается равным некоторой постоянной материала, при этом напряжения вычисляются в предположении, что тело идеально упругое.**

**В дальнейшем было предложено множество различных локальных крите­риев разрушения:**

**трещины развиваются перпендикулярно направлению наибольших растя­гивающих напряжений (Н. 08с1Шг, 1933 г.);**

**коэффициент интенсивности напряжений у вершины трещины достигает предельной величины (G. R. Irwin, 1957 - 1960 г.);**

***8к* - теория разрушения (М. *Я.* Леонов, В. В. Панасюк. 1959 г.); принцип локальной симметрии (Г. И. Баренблатт, Г. П. Черепанов, 1961 г.);**

**вариационный принцип теории трещин (E. М. Морозов, Я. Б. Фридман, 1961 г.);**

**энергетический критерий разрушения (Г. П. Черепанов, 1966 г.); инвариантные J и Г - интегралы, как мера упругопластического состоя­ния (Г. П. Черепанов, .J. Rice, 1967 г.).**

**Это далеко неполный перечень критериев, указывающий основное на­правление исследований упругопластического разрушения. Основной особен­ностью этого подхода является относительная малость деформаций в пластиче­ской области, ограничиваемых деформациями охватывающей ее упругой об­ласти.**

**За последние десятилетия область исследований в механике разрушения значительно расширилась. Можно выделить основные направления: пластическое разрушение, хрупкое разрушение, усталостное разрушение, разрушение при ползучести, коррозионное разрушение, разрушение в условиях радиации.**

**Этому в значительной степени способствовало издание энциклопедиче­ского справочника "Разрушение" [51] под редакцией Г. Либоевица. Обзоры по­следних достижений достаточно полно представлены в работах [3, 41, 47, 48, 53,51,54,56,70].**

**В частности, в работе В. Э. Партона, E. М. Морозова [47] даны современ­ные представления о развитии магистральных трещин в упругопластических, линейных вязкоупругих средах, исследованы специальные задачи механики разрушения, учитывающие воздействие внешних сред на рост трещин, темпе­ратурные задачи механики разрушения, разрушение при наличии электромагнитных полей.**

**В работе Л. И. Слепяна [57] рассмотрены статика, медленный рост и ди­намика трещин в нелинейно-упругих, упругопластических телах, а также в сре­дах со структурой.**

**В работах Г.П.Черепанова [70, 71, 72] заложены теоретические основы применения аппарата инвариантных Г - интегралов и на их основе развита тео­рия разрушения горных пород, рассмотрены различные аспекты теории разру­шения композиционных материалов.**

**Другой крайний случай (по отношению к линейной механике разруше­ния), когда пластическая область преобладает над упругой и охватывает все поперечное сечение тела, остается мало изученным. Из немногочисленных ра­бот, посвященных этому направлению, можно отметить работы Ф. А. Макклин- тока [40], А. Арагона [41] и Л. М. Качанова [33]. Ф. А. Макклинтоком [40] был предложен деформационный критерий разрушения [83] - разрушение наступа­ет, когда деформации на некотором расстоянии перед вершиной трещины дос­тигают предельной величины. Трудности чисто пластического аспекта разру­шения связаны с необходимостью анализа деформированного состояния при больших деформациях с учетом изменения геометрии свободных поверхностей тела. Простейшей моделью пластического тела, позволяющей провести анализ процессам разрушения в рамках нелинейной механики, служит модель идеаль­ного жесткопластического тела. Этому направлению исследования процессов разрушения и посвящена данная работа.**

**Несмотря на бурное развитие механики разрушения, выработке большого числа критериев разрушения, постоянно ощупается их недостаточность. Теория трещин занимает особое место в механике деформируемого тела. Это связано с тем, что разрушение определяется процессами, происходящими как на макро­уровне, так и на микроуровне. Поэтому построение частных критериев пред­ставляет большой интерес. Во-первых, они сами по себе могут хорошо описы­вать разрушение определенного класса материалов. Во-вторых, они способст­вуют пониманию процесса разрушения. Исходя из этого, могут быть выработа­ны рекомендации по выбору материала, требования к технологическим процес­сам и оценке несущей способности конструкции. Простейшие критерии могут служить своеобразными "реперными точками" для более сложных моделей раз­рушения. Идеализация картины разрушения, кроме того, включает рассмотре­ние некоторых простых форм разрушения, таких как отрыв, рост пор и т.д. С помощью интерполяции можно получить представление о промежуточных формах, поведения материала. Деформационная картина у вершины трещины имеет весьма тонкую структуру с очень большими градиентами деформаций, поэтому простейшие критерии могут быть использованы для рекомендации по испытанию материалов, а также для построения численных методов расчета [65,32,89].**

**Предлагаемая работа анализу процессов деформации и разрушения поло­сы из идеального жесткопластического материала, формулировке подхода для определения констант разрушения и их расчету для основных конструкцион­ных материалов.**

**Наиболее полно разработанным разделом теории идеального жесткопла­стического тела является теория плоской деформации. Полная система уравне­ний плоского деформированного состояния была установлена Б. Сен-Венаном [95] еще в семидесятых годах 19-го столетия. Л. Прандтль [94] показал, что ос­новные соотношения плоской задачи пластичности Приводят к гиперболиче­ской системе уравнений, и вычислил нагрузки, необходимые для вдавливания плоского штампа в полупространство и усеченный клин. Общая теория, лежа­щая в основе специальных решений Л. Прандтля, была дана Г. Генки [78], ко­торый обнаружил простые геометрические свойства поля линий скольжения и исследовал статически определимые случаи равновесия. Далее важнейшие ре­**

**зультаты были получены X. Гейрингер [77]. С. Г. Михлиным [45], С. А. Хри- стиановичем [61]. В. В. Соколовским [58], создавшим строгий математический метод решения - метод характеристик. В окончательной форме принцип кор­ректного подхода к решению задач плоской деформации был сформулирован в работах Р. Хилла [79], Е. Ли [82] и Дж. Бишопа [74], в которых впервые была отмечена необходимость построения согласованных полей напряжений и ско­ростей, дано понятие полного решения и рассмотрены методы построения и критерии существования статически допустимого продолжения поля напряже­ний в жесткие области.**

**В дальнейшем методы решения задач теории плоской деформации были значительно усовершенствованы в работах Д. Д. Ивлева. Г. И. Быковцева [1], В. В. Соколовского, Б. А. Друянова, в которых было получено множество реше­ний задач со смешанными граничными условиями, имеющих большое практи­ческое значение. Интересные приложения теории плоской деформации пред­ложены в работах В.М.Сегала [55]. Значительный успех был достигнут и в раз­витии аналитических Методов в работах К. Каратеодори. Е. Шмидта [75], X. Гейрингер [77], Р. Хилла [79], Б. А. Друянова [12,** 6**,10, 13, 9,11,** 8**, 7, 14, 15], Д. Д. Ивлева [27], И. Ф. Коллинза [36], в которых было получено много точных решений.**

**Общая плоская задача как общий случай двумерной задачи, включающий в себя частные задачи о плоском деформированном состоянии и плоском на­пряженном состоянии, исследовалась Д. Д. Ивлевым [27].**

**Задача о плоском напряженном состоянии подробно исследовалась В. В. Соколовским [59].**

**Исследование осесимметричного состояния в первую очередь связано с именами А. Ю. Ишлинского [28,29], Р. Т. Шилда [96], Г. Липпмана [38].**

**Необходимо заметить, что несмотря на успешное решение плоских задач, их исследование проводилось, как правило, без учета изменения геометрии свободной поверхности. Исключение составляет ограниченное число решений, одно из них - это решение задачи о растяжении полосы с выточкой В. Прагера [90], В. В. Дудукаленко, Ю. М. Мяснянкина, В. Н. Николаенко [16].**

**Впервые задача о растяжении плоского образца была рассмотрена Е. Онатом и В. Пратером [91, 92, 93, 94]. В дальнейшем она рассматривалась в различных постановках в работах [**66**, 63, 67, 69,20,68, 19]. Различные подходы к описанию механизма локализации пластической области и образования шей­ки при растяжении жесткопластической полосы представлены в работах [43,25, 26, 64, 4, 50, 24, 42, 49, 22, 35, 87,2,** 88**, 97, 84, 81, 76, 21, 98,** 86**, 17, 85]. Задача об изгибе полосы с растяжением рассмотрена в работах [39,23, 73, 44,18, 34].**

**Задача об одноосном сжатии плоского образца представлена работами [30,63,31,80].**

**Построение решений с учетом изменения геометрии необходимо во мно­гих задачах пластического формоизменения тел. Особое значение влияния под­вижных границ имеет место в задачах о разрушении. Это связано с тем, что де­формирование материала в пластической области происходит крайне неравно­мерно. Можно условно выделить два типа деформирования: постепенное де­формирование, происходящее в непрерывном поле скоростей с конечной ско­ростью деформации и мгновенное (скачкообразное) деформирование, которое происходит при пересечении частицей особенности поля линий скольжения (веер характеристик, линия разрыва скоростей). Как показывают конкретные примеры расчетов, второй тип деформирования определяющий. Величина де­формации при этом определяется скоростью движения особенности** ПОЛЯ **линий скольжения, которая связана с изменением границ тела.**

**Указанный факт локализации пластических деформаций эксперименталь­но подтверждается наличием "полос сдвига" (линий Людерса). В работе Дж. Р. Райса [52] локализация пластической деформации в полосе сдвига рас­сматривается как неустойчивость пластического течения и предшественник разрушения, (в этой же работе приводится обзор экспериментальных наблюде­ний).**

**В работе Дж. Р. Райса показано, что условие локализации тесно связано с особенностями определяющих соотношений для пластического течения. Лока­лизации благоприятствует низкий модуль упрочнения материала. На основе физических данных предсказано наличие эффектов негладкости поверхности нагружения.**

**В работах Д. Д. Ивлева, Г. И. Быковцева установлено, что наличие осо­бенностей у поверхности текучести приводит, как правило, к гиперболической системе разрешающих уравнений, которые допускают существование разрывов скоростей перемещений.**

**Возможность существования механизма разрушения на особенностях по­ля скоростей отмечено также в работе Ф. Макклинтока [40].**

**Содержание работы по главам распределяется следующим образом.**

**В первой главе приводятся основные соотношения теории идеального жесткопластического тела. В качестве условия текучести принимается условие Треска - Сен-Венана или Мизеса, оба этих условия приводят к одной и той же системе определяющих уравнений. Формулируются основные критерии выбора предпочтительного решения. Необходимость формулировки этих критериев связана с тем, что, как правило, поле скоростей перемещений неединственно. Выбор определенного поля скоростей приводит к соответствующему ему про­цессу деформирования, величинам деформации и условиям разрушения мате­риала. Описываются условия проведения одного из основных механических экспериментов по определению механических констант материалов - одноос­ного растяжения плоских образцов.**

**Во второй главе рассматривается задача об одноосном деформировании плоского образца в различных постановках: с разрывным полем скоростей, ко­гда пластическая область локализована на изолированных линиях разрыва (за­дача Оната - Прагера); и с непрерывным полем скоростей, когда пластическая область охватывает все поперечное сечение деформируемого образца. Иссле­дуются получаемые поля деформаций в том и другом случае, полученные ре­шения сравниваются. Вводится деформационный критерий разрушения. Пред­лагается подход к описанию процесса разрушения при растяжении плоского образца. Вводятся новые константы разрушения материалов в виде значений инвариантных характеристик тензора деформаций, которые более удобны в теоретических вычислениях. Приводится методика их расчета по уже извест­ным экспериментальным характеристикам, получаемым в процессе испытаний на одноосное растяжение. Исследуется процесс накопления пластических де­формаций при циклическом растяжении и сжатии плоского образца. Решается задача о растяжении жесткопластической полосы с круговой выточкой с раз­рушением.**

**В третьей главе анализируются параметры, характеризующие кривые уп­рочнения. Анализ проводите я на основе задачи об одноосном растяжении (сжа­тии) плоского образца при однородном поле скоростей деформаций. Упрочне­ние предполагается изотропным. Предлагаются методики расчета новых коор­динат для кривых упрочнения в зависимости от инвариантов тензора Альманси.**

В четвертой главе рассматривается задача об изгибе полосы с растяжени­ем. Исследуется режим изгиба, когда сжимающие напряжения в полосе отсут­ствуют.

Заключение

1. Предложено решение задачи, описывающей одноосное растяжение и сжатие плоского образца, в основу которой положено предположение об одно­родности поля деформаций, охватывающем все поперечное сечение образца.
2. В рамках предложенных решений задач о сжатии и растяжении плоско­го образца проведено исследование процесса накопления пластических дефор­маций при циклическом растяжении и сжатии;
3. Исходя из гипотезы об однородности поля скоростей на начальном этапе деформирования, предложено решение задачи об одноосном растяжении жесткопластической полосы с разрушением.
4. Предложен подход к определению констант разрушения материалов, удобных в теоретических вычислениях, позволяющих определить начало раз­рушения - момент появления макротрещины внутри образца и процесс распро­странения макротрещины. Предложена методика их расчета из эксперимен­тальных данных, получаемых в ходе стандартных механических испытаний об­разцов.
5. Получено решение задачи о растяжении полосы с круговой выточкой численным методом. Показано, что при использовании деформационного кри­терия разрушения, зарождение и распространение макротрещины происходит из центра образца.
6. Установлена связь между экспериментально определяемыми механиче­скими характеристиками степени деформации и используемыми в теоретиче­ских исследованиях инвариантами тензора Альманси. Предложена схема пере­счета экспериментально получаемых кривых упрочнения в зависимости от ин­вариантов тензора Альманси.
7. Получено аналитическое решение задачи об изгибе полосы с растяже­нием в новой постановке.

Список литературы

1. Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. - Владивосток: Даль- наука, 1998. - 528 с.
2. Артемов М. А., Ивлев Д. Д. Об идеально-пластическом состоянии приз­матических тел переменного прямоугольного сечения // Докл. РАН. -

* -353, 1.-С. 47-50.

1. Атомистика разрушения: Сб. Статей 1983-1985 гг.//Сост. А. Ю. Ишлин- ский.- М.: Мир, 1987.- 248 с.
2. Батаев А. А., Тушинский Л. И., Которое С. А., Батаев В. А. Локализация пластического течения в холоднодеформированной стали 18ЮА // Ме­талловед. и терм, обраб. мет. - 1998. - 6. - С. 34-36.
3. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды - М.: Наука, 1978.— 304 с.
4. Друянов Б. А. Метод решения статически неопределимых задач плоского течения идеальнопластических тел//Докл. АН СССР, 1962.- Т.143, №4.- С.808-810.
5. Друянов Б. А. О движении цилиндрического индентора по поверхности полупространства // Теория трения и износа.- М.: Наука, 1965.
6. Друянов Б. А. О деформации полосы при волочении через криволиней­ную матрицу//МТТ.- 1966-№1.- С.125-131.
7. Друянов Б. А. О полных решениях некоторых задач деформации полосы //МТТ.- 1968.- №2.-С.171-173.
8. Друянов Б. А. Начальное течение полосы при непоступательном вдавли­вании штампа // Изв. АН СССР.- МТТ.- 1969.- №2.- С.95-98.
9. Друянов Б. А. Волочение полосы через криволинейную матрицу // ПМФТ.-1962.- № 1.- С. 165-168.
10. Друянов Б.А. Об интегрировании уравнений плоского течения идеально­пластических тел// Докл. АН СССР.- 1965.- Т. 167.- №5.- С. 1023-1024.
11. Друянов Б.А. Начальное течение полосы при вдавливании гладкого кри­волинейного штампам // Исследование пластического течения металлов.- М.: Наука, 1970.- С.98-106.
12. Друянов Б. А. О применении жесткопластического анализа к некоторым технологическим задачам//Изв. АН СССР.- МТТ.- 1971.- №3.- С. 179-183.
13. Друянов Б.А., Непершин Р.И. Теория технологической пластичности.- М.: Машиностроение, 1990,- 272 с.
14. Дудукаленко В.В., Мяснянкин Ю. М. Об определении изменяющейся границы тела при плоском пластическом деформировании // Науч. тр. фак. прикл. мат. и мех. Воронеж, ун-та.- 1971.- Вып. 2.- С.131-134.
15. Жигалкин К. А., Хромов А. И. Разрушение полосы с выточкой при одно­осном растяжении // Вестник Комсомольского-на-Амуре гос. техн. уни­верситета “Прогрессивные технологии в машиностроении” / Тез. докл. - Комсомольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре гос. техн. ун-т. - 2000. - Вып.2. - Сборник 1.-Ч.З.- С. 19-23.
16. Жигалкин К. А. Изгиб полосы с растяжением // Обозрение прикл. и про- мышл. матем. / Тез. докл. - М.- 2002 - Т.9.- Вып.2 - С.373 - 375.
17. Жигалкин К. А. Накопление деформаций и пересчет кривых упрочнения // Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е.В. Золотова / Тезисы докладов. - Владивосток: “Дальнаука”. - 2002. - С.75-

76.

1. Жигалкин К. А. Накопление пластической деформации при последова­тельном растяжении и сжатии плоского образца // Обозрение прикл. и промышл. матем. / Тез. докл. - М.: Редакция журнала “ОПиП”.- 2002- Т.9.-Вып.1-С.189- 190.
2. Захарова Т. Л. Об образовании шейки при растяжении идеально пласти­ческой неоднородной анизотропной полосы // Изв. Инж.-технол. акад. Чуваш. Респ. - 1996. - № 2. - С. 33-35.
3. Захарова Т. Л. Об образовании шейки при растяжении идеально пласти­ческой изотропной полосы // Докл. РАН \_[бывш. Докл. АН СССР\_]. -

1998.-358,3.-0.340-342.

1. Звороно Б. П. Пластический изгиб с растяжением широкой полосы //Кузнечно-штамповочное производство. - 1988. - №5. - С.13-15.
2. Ивлев Д. Д., Максимова Л. А. Об образовании шейки при течении жест­копластической плоской полосы // Изв. Инж.-технол. акад. Чуваш. Респ. - 1997-1998. - 3-4 - 1-2. - С. 16\_з27. - Рус.
3. Ивлев Д. Д., Максимова Л. А О возмущенном течении растягиваемой идеально-пластической полосы *И* Докл. РАН. - 1998. - 363, 5. - С. 632- 633.
4. Ивлев Д. Д., Максимова Л. А. Об идеальном жесткопластическом тече­нии плоской полосы // Докл. РАН. - 1998. - 363,4. - С. 483-485.
5. Ивлев Д.Д. Теория идеальной пластичности.- М.: Наука, 1966.- 232 с.
6. Ишлинский А. Ю. Осесимметричная задача пластичности и проба Брине- ля //ПММ.- 1944.- Т.8, вып. 3.- С.201-224.
7. Ишлинский А. Ю. Прикладные задачи механики.- Кн. 1. Механика вязко­пластических и не вполне упругих тел.- М.: Наука, 1986.- 360 с.
8. Кадымов В. А., Махутов Н. А. Об одном обобщении задачи Л. Прандтля о сжатии пластической полосы и его приложении // Пробл. машиностр. и надеж, машин. - 1998. - 6. - С. 30-34.
9. Кадымов В. А., Махутов Н. А. Об одном обобщении задачи Л. Прандтля о сжатии пластической полосы и его приложении // Пробл. машиностр. и надеж, машин. - 1998. - 6. - С. 30-34.
10. Каминский А. А., Кипнис Л. А., Колмакова В. А. Расчет пластической зо­ны в конце трещины в рамках модели "трезубец" // Прикл. мех. (Киев). - 1997.-33,5.-0. 70-76.
11. Качанов Л. М. Основы механики разрушения.- М.: Наука, 1974.- 312 с.
12. Клименков А. Н. Выявление предельной деформации при изгибе с растя­жением полосы на ребро // Прогрес. технол. авиац. и машиностроит. пр- ва / Воронеж, гос. техн. ун-т, НИИ автоматизир. средств пр-ва и контро­ля. - Воронеж, 1996. - С. 38-41.
13. Колбасников Н. Г., Мете Ю. А., Трифанова И. Ю. Вероятностный крите­рий пластичности // Изв. вузов. Чер. металлургия. - 1997. - 7. - С. 23-28.
14. Коллинз И. Ф. Алгебра и геометрия полей линий скольжения с приложением к краевым задачам // Механика: Сб. переводов.- 1969.- №4.- С.94-152.
15. Кроха В. А. Упрочнение металлов при холодной пластической деформа­ции: Справочник. - М.: Машиностроение, 1980. - 157 с.
16. Липман Г. Теория главных траекторий при осесимметричной пластиче­ской деформации //Механика: Сб. переводов.- 1963.- №3.- С. 155-167.
17. Макаров К.А., Меркулов В. И., Егорова Ю. Г., Хромов А. И. Пластиче­ский изгиб листа с растяжением // Кузнечно-штамповочное производство. -1999. -№1.- С.9-12.
18. Макклинток Ф. Пластические аспекты разрушения // Разрушение- Т. 111- С.67-262.
19. Макклинток Ф., Арагон А. Деформация и разрушение материалов - М.: Мир, 1970 - 443 с.
20. Максимова Л. А. Об образовании шейки в полосе из идеального жестко­пластического материала // Изв. Нац. акад. наук и искусств Чуваш. Респ.- 1997.- 4.-С. 95-100.
21. Максимова Л. А. О течении полосы из идеального жесткопластического материала, ослабленного пологими выточками // Изв. РАН. Мех. тверд, тела.- 1999.- 3.- С. 65-69.
22. Меркулов В. И., Макаров К. А., Хромов А. И., Жигалкин К. А. Изгиб лис­та с растяжением. Жесткопластическая модель // Материалы междуна­родной научной конференции “Синергетика 2000” /Тез. докл. - Комсо- мольск-на-Амуре: Комсомольский-на-Амуре гос. техн. ун-т. - 2000. - С. 191-192.
23. Михлин С. Г. Математическая теория пластичности // Некоторые новые вопросы механики сплошной среды.- М.: Изд-во АН СССР, 1983.
24. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел.- ИЛ, 1954.
25. Партон В. 3., Морозов Е. М. Механика упругопластического разруше­ния.- М.: Наука, 1985.- 504 с.
26. Партон В. 3. Механика разрушения: От теории к практике.- М.:Наука, 1990.- 240 с,
27. Петров Г. В., Чекмарев Г. Е. О деформировании плоской полосы из уп­рочняющегося материала, ослабленной пологими выточками // Докл. РАН.- 1998.- 358, 5.- С.630-632.
28. Петров Г. В., Чекмарев Г. Е. О плоской задаче деформировании тел из упрочняющегося материала // Изв. Инж.-технол. акад. Чуваш. Респ.- 1997-1998.- 3-4 - 1-2.- С. 57-60.
29. Разрушение: Энциклопед. справочник / Под ред. Г. Либоевица.- М.: Мир, 1973.- Т.1.- 616 с.; 1975.- Т.2.- 764 с.; 1976.- Т.З.- 797 с.
30. Райс. Дж. Р. Локализация пластической деформации // Теоретическая и прикладная механика. Труды XIV Междунар. конгр. ЩТАМ.- М.: Мир, 1979.- С.438-471.
31. Роботнов Ю. Н. Введение в механику разрушения - М.:Наука, 1987.- 80 с.
32. Свердко В. П., Сегал В. М. Обзор современного состояния теории обра­ботки металлов давлением // Кузнечно-штамповочное производство.- 1970,- №9.- С. 2-7.
33. Сегал В.М. Технологические задачи теории пластичности.- Минск: Наука и техника, 1977.- 256 с.
34. Сиратори М., Миеси Т., Мацусита X. Вычислительная механика разру­шения.- М.: Мир, 1969.- 334 с.
35. Слепян Л. И. Механика трещин.- Л.: Судостроение, 1990.- 296 с.
36. Соколовский В. В. Построение полей напряжений и скоростей в задачах пластического течения // Инж. журн.- 1961.- Т. 1, вып. 3.- С. 116-121.
37. Соколовский В. В. Теория пластичности.- М.: Высш. шк., 1969.- 608 с.
38. Фридман Я.Б. Механические свойства металлов - В 2 ч. - М.: Машино­строение, 1974-Ч. 2.-368 с.
39. Христианович С.А. Плоская задача математической теории пластичности при внешних силах, заданных на замкнутом контуре: Мат.сб. (Нов. сер.).- 1983.- Т.1, вып. 4.
40. Хромов А. И. Разрушение жесткопластических тел. - Владивосток: Дальнаука, 1996.- 181 с.
41. Хромов А. И., Щибрикова Е. В. Сжатие полосы в поле сил тяжести // Пробл. мех. сплош. среды / РАН. ДВО. Ин-т автомат, и процессов упр.- Владивосток, 1996.- С. 196-201.
42. Хромов А. И. Локализация пластических деформаций и разрушение иде­альных жесткопластических тел // Докл. РАН.- 1998.- 362, 2.- С. 202-205.
43. Хромов А. И. Локализация пластических деформаций и разрушение иде­альных жесткопластических тел // Докл. РАН- 1998- Т.362.- №2- С. 202-205.
44. Хромов А. И. Деформация и разрушение жесткопластической полосы при растяжении // Механика твердого тела. - 2000. -№1. - С. 136-142.
45. Хромов А. И., Жигалкин К. А. Определение констант разрушения при растяжении плоского образца // Труды Международного форума по про­блемам науки, техники и образования. Т.2 / Под ред. В.П.Савиных,

В.В .Вишневского. - М.: Академия наук о Земле, 2001. - С.59-63.

1. Хромов А. И., Жигалкин К. А. Деформация плоского образца при одно­осном растяжении // Вестник Комсомольского-на-Амуре гос. техн. уни­верситета “Прогрессивные технологии в машиностроении”: Сб. науч. тр. // Редкол.: Ю. Г. Кабалдин и др.- Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КнАГТУ».-2002.-Вып. 3.-Сб. 2.-С.128- 136.
2. Хромов А. И., Жигалкин К. А. Математическое моделирование процесса деформирования материалов // Дальневосточный математический жур­нал. - Ч. 3. - № 1. - Владивосток: “Дальнаука”. - 2002. - С.93-101.
3. Черепанов Г. П., Ершов JI. В. Механика разрушения.- М.: Машинострое­ния, 1977.- 224 с.
4. Черепанов Г. П. Механика разрушения композиционных материалов.- М.: Наука, 1983.-296 с.
5. Черепанов Г. П. Механика разрушения горных пород в процессе буре­ния.- М.: Недра, 1987.- 308 с.
6. Чудин В. Н. Изгиб с растяжением элементов корпусных конструкций // Кузнечно-штамповочное производство - 2001- №6 - С. 3-6.
7. Bishop J. F.W. On the complete solution to problems deformation of a plastic- rigid material // J. Mech. and Phys Solids.- 1953.- V.2, №1.- P. 43-53.
8. Caratheodori C., Schmidt E. Uiber die Hencky-Prandtlischen Kurven // ZAMM.- 1923.- Bd. 3, h 6.- P. 468.
9. Esche S. K., Shivpuri R. Обобщенный критерий распространения шейки в металлических листах, использующий поверхность течения Хилла 1979. A consistent criterion for diffuse necking in sheet metals using Hill's 1979 yield surface // Trans. ASME. J. Eng. Mater, and Technol.- 1998 - 120, 2.- C. 177-182.
10. Geiringer-Pollaczek H. Beitrag zum Vollständig ebenen Plastizitatsproblem // Verhandlungen d. 3. Internat. / Kongress für technische Mechanik.- Stock­holm, 1930.- V.2.-P. 185-190.
11. Hency H. Uber einige statisch bestimmten Falle des Gleichgewichts in plas­tischen, Körpern // ZAMM, 1923.- Bd.3 h.4.- P. 241-251.
12. Hill R. The mathematical theory of plasticity.- Oxford, 1950.
13. Kadymov V., Wille R. Пластическое течение конечного однородного слоя. Plastic flow in piece-wise-homogeneous layer *II* Z. angew. Math, und Mech. -
14. - 75, Suppl. nl.- C. 293-294.
15. Kannan K., Hamilton C. H. Влияние неоднородности материала и условий испытаний на определение сверхпластической деформируемости. The role of material and test in homogeneities in determining superplastic ductility // Acta Mater.- 1998.- 46, 15.- C. 5533-5540.
16. Lee E. H. The theoretical analysis of metal forming problems in plane strain // J. Appl. Mech.- 1952.-Y. 19.-P. 97-103.
17. MacClintock F. A. Ductile fracture insability in shear // J. Appl. Mech.- 1958.- V.25.- №4.- P. 582-587.
18. Mamuzic I., Binkevic E. V., Binkevic I. V., Medvedeva L. V. Нестационар­ное пластическое течение стержня с симметричными вырезами произ­вольной формы. Nonstationary plastic flow of a bar with symmetrical cuts of arbitrary form // Metalurgija, Zagreb.- 1997.- 36, 2.- C. 105-107.
19. Moritoki H., Okuyama E. Внутренний критерий пластической неустойчи­вости. Intrinsic criterion of plastic instability // Nihon kikai gakkai ronbunshu. Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. A.- 1996.- 62, № 601.- C. 2157-2164.
20. Moritoki H., Okuyama E. Связь пластической нестабильности с много­значностью. Correlation of plastic instability with multiplicity // Nihon kikai gakkai ronbunshu. Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. A.- 1998.- 64, 617.-

* 193-199.

1. Moritoki Hitoshi, Okuyama Eiki Непоследовательность в структуре анали­за, предлагаемого для изучения полос сдвига. Inconsistency in the structure of analyses proposed for shear banding // Nihon kikai gakkai ronbunshu. Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. A. - 1997. - 63, 613. - C. 1955-1962.
2. Moshfegh Ramin, Nilsson Larsgunnar Конечноэлементный расчет процеду­ры испытаний Эриксена с выявлением условий возникновения шейки. Fi­nite element analysis of the Erichsen cupping test with special reference to necking // 9th Nord. Semin. Comput. Mech., Lyngby, Oct. 25-26, 1996. - Lyngby, 1996.-C. 41-45.
3. Oliver J. Моделирование сильных разрывов в механике твердых тел через определяющие уравнения с деформационным разупрочнением. Ч. 1. Ос­новы. Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. Pt 1. Fundamentals // Int. J. Numer. Meth. Eng. - 1996. -39,21.-0.3575-3600.
4. Onat E., Prager W. // J. Appl. Phys.- 1954.- № 4,- P. 491-493.
5. Prager W, Hodge Ph G. Theory of perfectly plastic solids.- N. Y., 1951.
6. Prager W A Geometrical Discussion of the slip line field in plane flow // Trans. Roy Inst. Technology.- Stockholm, 1953.- № 65.
7. Prager W. Problem der Plastizitatstheorie.- Basel, 1955.- 1955.
8. Prandl L. Yber die Harte des plastischer Korper // ZAMM, 1921,- Bd. 1, h. 1.
9. Saint Venant В. Mémoire sur i'etablissement des equations différentielles des mouvements inteneurs opérés dans les corps solides ductlies au delà des limites ou l'elasticite pourrait les ramener a leur premier état // C. R. Acad. Sci. (Paris).- 1870,- V.70.
10. Schield R F, Plastic potential theory and Prandtl bearing capacity solution // J. Appl. Mech.- 1954.- V.21.- №2.
11. Xu Siguang, Weinmann Klaus J., Chandra Abhijit Анализ предельных деформаций с использованием критерия текучести Хилла 1993 г. Analysis of forming limits using the Hill 1993 yield criterion // Trans. ASME. J. Eng. Mater, and Technol. - 1998. - 120, 3. - C. 236-241.
12. Zahorski S. Шейкообразование при стационарной вытяжке полимерных волокон. Necking in steady-state drawing of polymer fibres // Arch. Mech. -
13. - 48, 6. - C. 1101\_sl 113.-Англ.

*2(ёо* ~ео +0.5X1 *-б)2*