

На правах рукописи

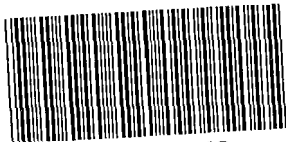
И. Владим

Владимиров Игорь Юрьевич

**ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ОБТЕКАНИИ
ПРЕПЯТСТВИЙ В НЕОДНОРОДНОЙ ПО
ПЛОТНОСТИ МОРСКОЙ СРЕДЕ**

Специальность 25.00.28 — Океанология

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук



005059172

16 МАЙ 2013

Москва — 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Корчагин Николай Николаевич

Официальные оппоненты: **Бадулин Сергей Ильич**,
доктор физико-математических наук, доцент,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт океанологии
им. П.П. Ширшова Российской академии наук,
ведущий научный сотрудник

Ильичёв Андрей Теймуразович,
доктор физико-математических наук, профессор,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Математический институт
им. В.А. Стеклова Российской академии наук,
ведущий научный сотрудник

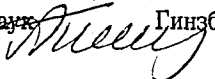
Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт физики атмосферы
им. А.М. Обухова Российской академии наук

Защита состоится "04" июня 2013 г. в 15 часов 00 мин. на
заседании диссертационного совета Д 002.239.02 при Федеральном государ-
ственном бюджетном учреждении науки Институте океанологии им. П.П.
Ширшова Российской академии наук по адресу: Нахимовский просп., д. 36,
г. Москва, 117997.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государ-
ственного бюджетного учреждения науки Института океанологии им. П.П.
Ширшова Российской академии наук.

Автореферат разослан "29" апреля 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

кандидат физико-математических наук  Гинзбург Анна Ивановна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Предмет исследования. Диссертация посвящена теоретическому исследованию генерации поверхностных волн, вызванных обтеканием препятствий (или движением тел) в толще неоднородно-стратифицированной по плотности морской среды со структурными особенностями в виде резких скачков плотности воды, характерных для реальных условий моря. Обтекаемые препятствия моделируются гидродинамическими особенностями, такими как точечные источники, стоки, диполи. В рамках разработанной в диссертации методики решения модельных задач проведены исследования эволюции выходящих на поверхность глубинных возмущений. Выявлены эффекты влияния структурных неоднородностей в стратификации морской среды и глубины моря на изменчивость параметров волновой структуры поверхности воды. Выявлены эффекты блокировки глубинных возмущений, возникающих при обтекании препятствий под скачком плотности в условиях морской среды.

Актуальность работы. Поля гидрофизических характеристик морской среды, как правило, неоднородны по пространству и времени. Вследствие неоднородности полей температуры и концентрации растворенных в ней веществ, а также действия сил тяжести и плавучести образуются неоднородности в поле плотности среды вдоль направления действия этих сил (т.е. вертикали), характеризующие ее стратификацию. Подобные плотностные неоднородности являются условием существования волновых процессов в стратифицированной среде. Исследование этих процессов необходимо в практических приложениях, связанных с освоением морских глубин, обеспечением безопасности морских акваторий, и во многих других задачах.

Одним из типов плотностных неоднородностей, наблюдаемых в реальных условиях моря, являются относительно резкие перепады плотности воды, связанные с наличием сезонного термоклина или иных скачков плотности воды. Поэтому важно исследовать возможное влияние пикноклинных неоднородностей на параметры поверхностных возмущений, возникающих при обтекании глубинных препятствий, особенно в случае обтекания препятствия вблизи скачка плотности. И здесь практически важно рассмотреть задачу о различии параметров поверхностных возмущений в зависимости от местоположения препятствия относительно самого скачка плотности: над скачком или под ним.

В условиях мелководных шельфовых и прибрежных зон морских акваторий (на больших пространствах, окружающих территорию России) важ-

ной является также задача исследования влияния глубины моря на параметры поверхностных волн, генерируемых обтеканием подводных препятствий. Указанные задачи могут быть решены методом математического моделирования.

Основная цель диссертационной работы заключается в теоретическом исследовании поверхностных волн, генерируемых при обтекании подводных препятствий в толще неоднородно-стратифицированной морской среды. Для достижения основной цели были поставлены следующие задачи:

1. Методами теории функций комплексного переменного найти аналитическое выражение для потенциала (либо комплексно-сопряженной скорости) течения, возникающего при обтекании подводного препятствия, моделируемого точечной особенностью (диполем), двухслойным потоком идеальной жидкости бесконечной глубины со свободной границей. При этом рассмотреть оба варианта локализации диполя относительно слоя скачка плотности: над ним и под ним.

2. Исследовать аналогичную задачу об обтекании препятствия двухслойным потоком конечной глубины, ограниченным горизонтальным дном.

3. Получить интегральное представление для величины возвышения свободной поверхности жидкости. Выделить в нем волновую часть и найти для параметров поверхностных волн аналитические выражения, удобные для проведения численных расчетов. Провести расчеты для тех значений параметров задачи, которые соответствуют морским условиям. Их результаты представить в графическом виде.

4. Установить характер влияния параметров морской среды (скорости потока, мощности скачка плотности, толщины верхнего слоя, соотношения толщин слоев (в случае потока конечной глубины)) и локализации препятствия относительно скачка плотности на параметры генерируемых волн.

На защиту выносятся следующие результаты:

1. В рамках задачи об определении формы обтекаемого тела, моделируемого гидродинамической особенностью — точечным источником или диполем в потоке под “твердой крышкой” или со свободной границей, получены критерии возможности замены свободной поверхности “твердой крышкой”, а также свободной поверхности и “твердой крышки” безграничным потоком. Их применение может существенно упростить решение задач об обтекании тел более сложной геометрии, моделируемых системами гидродинамических особенностей.

2. В задаче о поперечном обтекании моделируемого точечным диполем цилиндра двухслойным потоком идеальной жидкости бесконечной глубины

выявлены существенные различия между параметрами поверхностных волн при различных его локализациях относительно скачка плотности воды: над или под ним.

3. В результате сравнения параметров поверхностных возмущений, генерируемых при обтекании препятствия потоками двухслойной жидкости бесконечной и конечной глубины, обнаружены их существенные различия. Найдены зависимости параметров поверхностных волн от глубины и мощности скачка плотности, локализации препятствия и глубины потока.

4. Установлена особая роль скорости потока в формировании и изменчивости амплитуд поверхностных возмущений: волны на свободной поверхности проявляются на двух разнесенных между собой интервалах скорости потока, а в промежуточной зоне они отсутствуют.

Научная новизна. Генерации поверхностных волн при обтекании подводных препятствий посвящены многочисленные исследования и в лабораторных опытах, и в рамках теоретических работ. Однако в диссертации впервые исследуется задача о сравнительном влиянии локализации препятствия, обтекаемого двухслойным потоком жидкости, на параметры образующихся поверхностных возмущений при двух его положениях относительно скачка плотности воды: сверху и снизу от скачка. При этом мощность скачка и глубина его залегания соответствуют характерным значениям, присущим морской среде. В такой постановке решаемых в работе задач выявлены существенные различия между параметрами поверхностных волн при различных локализациях препятствия относительно скачка плотности: над и под ним. Данные исследования выявили характерную роль скачка плотности (в условиях морской среды) как естественной гидрофизической неоднородности, ослабляющей (вплоть до полной блокировки) выход возмущений на поверхность воды, что является новым в этих исследованиях.

В результате проведенных исследований установлено существование интервала скоростей потока (от критической скорости внутренней моды до определенной характерной величины, соответствующей заданным модельным параметрам задачи), внутри которого отсутствуют волновые возмущения морской поверхности, т.е. эта зона (зона "тени") представляется закрытой для выхода глубинных возмущений на поверхность воды.

Практическая значимость работы состоит в том, что на основе решений рассмотренных задач об определении зависимости формы свободной границы от параметров водной среды и находящихся в ней источников глубинных возмущений могут быть разработаны методы восстановления характеристик таких источников по вызываемым ими поверхностным волнам.

Построенные математические модели могут быть использованы при создании систем дистанционного мониторинга морских акваторий.

Достоверность результатов диссертации базируется на корректном применении известных математических методов, сравнении полученных результатов с результатами других авторов.

Личный вклад автора. Соискателем лично:

Получены аналитические решения задачи об обтекании точечной гидродинамической особенности (диполя) потоком двухслойной жидкости (как бесконечной, так и конечной глубины) в форме, удобной для проведения численных расчетов амплитуд образующихся поверхностных волн. Построены графики, иллюстрирующие результаты этих расчетов.

Для анализа общего решения задачи об обтекании препятствия потоком двухслойной жидкости конечной глубины, найденного в интегральной форме, разработана методика определения количества полюсов подынтегрального выражения, расположенных на положительной действительной оси (равного числу образующихся за препятствием волн), в зависимости от параметров задачи, что способствовало возможности вычисления подобных интегралов.

Исследованы методические аспекты влияния верхней границы потока жидкости (свободной поверхности либо “твердой крышки”) на форму находящегося вблизи такой границы препятствия, моделируемого точечной особенностью. В итоге получены критерии возможности замены свободной поверхности “твердой крышкой”, а также свободной поверхности и “твердой крышки” безграничным потоком.

Подготовлены публикации и доклады по теме работы (в соавторстве).

Апробация работы. Изложенные в диссертации результаты докладывались: на семинаре Лаборатории гидрологических процессов Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН (2012 г.); на заседании Ученого совета Физического направления Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН (2012 г.); на семинаре кафедры высшей математики МГТУ им. Н.Э. Баумана (2012 г.); на заседании Ученого совета Института физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН (2013 г.); на X Всероссийской конференции “Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики” (Санкт-Петербург, 2010 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 5 работ, 4 из которых — статьи в ведущих изданиях, рекомендованных ВАК, 1 — в Трудах Всероссийской конференции.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из Введения, четырех глав, Заключения и списка литературы (137 наименований, из них 44

иностранных). Общий объем диссертации составляет 130 страниц, включая 23 рисунка.

Благодарности. Автор благодарен научному руководителю работы доктору физико-математических наук Н.Н. Корчагину, доктору физико-математических наук, профессору МГТУ им. Н.Э. Баумана А.С. Савину за активную помощь в проведении исследований в данной работе.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении показана актуальность темы диссертации, ее научная новизна и практическая значимость, сформулирована цель работы, перечислены положения, выносимые на защиту. Кратко излагается содержание диссертации по главам.

В первой главе в целях обоснования актуальности проведения в представляемой работе теоретического исследования генерации возмущений при обтекании (движении) погруженных тел с последующим выходом возмущений на поверхность и образованием на ней волновой структуры представлен обзорный анализ имеющихся по этой теме работ с тем, чтобы в диссертации можно было определиться в наличии новизны исследования и актуальности результатов решения комплекса модельных задач с возможностью применения их на практике. В конце Главы 1 на основе анализа профильных работ (в рамках темы диссертации) обозначена новизна представляемого исследования и возможность его практического приложения с целью идентификации глубинных возмущений по их следным проявлениям на поверхности воды.

Из проведенного в Главе 1 обзорного анализа теоретических исследований эволюции подводных возмущений с последующим выходом их на поверхность следует, что не полностью исследованными являются проблемы влияния плотностных неоднородностей морской среды, особенностей рельефа дна и глубины моря на параметры поверхностных возмущений, возникающих при обтекании глубинных препятствий. Следует учесть, что для структуры стратификации морской среды характерны проявления относительно резких перепадов плотности воды, связанные с наличием сезонного термоклина или иных часто возникающих скачков плотности. Поэтому представляет интерес исследование влияния плотностных неоднородностей воды на параметры поверхностных возмущений, особенно при обтекании препятствий вблизи скачков плотности. И здесь практически важно рассмотреть задачу о различии параметров поверхностных возмущений в за-

висимости от местоположения препятствия относительно скачка плотности: над скачком или под ним.

Кроме того, проведенный анализ работ по исследуемой теме показал, что результаты теоретических решений задач о генерации поверхностных возмущений представлены в основном в самой общей интегральной форме, и их трудно проанализировать из-за сложных подынтегральных выражений. В этом случае общие интегральные представления дополнительно требуют разработки специальных методов вычисления таких интегралов и их анализа для получения достаточно простых аналитических выражений, допускающих проведение на их основе численных расчетов параметров поверхностного волнения.

Во второй главе для двухслойного потока бесконечной глубины исследуются поверхностные возмущения стратифицированной идеальной жидкости (с параметрами скачка плотности, соответствующими реальным условиям в морской среде), возникающие при обтекании подводного препятствия. При этом оно может быть расположено как над поверхностью раздела плотностей (задача 1), так и под ней (задача 2). В разделе 2.1 дана физическая постановка задачи: рассматриваемое препятствие (цилиндрическое тело) моделируется точечным диполем с моментом R , внезапно (в момент времени $t = 0$) пришедшим в движение вблизи границы раздела слоев с постоянной скоростью V , направленной горизонтально (вдоль оси x , совпадающей с невозмущенным положением этой границы). Плотность верхнего слоя ρ_1 , а плотность нижнего — ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$). Толщина верхнего слоя равна H , нижний слой — бесконечно глубокий. Движущийся в направлении отрицательных x диполь располагается вначале на горизонте $z = z_0$ в верхнем слое, а затем на горизонте $z = -z_0$ — в нижнем.

В параграфе 2.1.1 рассматривается случай, когда диполь локализован над слоем скачка. В терминах потенциала скоростей $\Phi(x, z, t)$ ($\nabla\Phi = \vec{U}$, $\vec{U} = (u, v)$, где u, v — соответственно горизонтальная и вертикальная компоненты вектора скорости в произвольной точке потока) математическая постановка исходной задачи выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \Delta\Phi(x, z, t) = \theta(t)\delta(z - z_0)\delta'(x + Vt), \quad \Phi(x, z, t) \equiv 0 \text{ при } t < 0, \\ \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial t^2} + g\frac{\partial\Phi_1}{\partial z} = 0 \text{ при } z = H, \quad \frac{\partial\Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial\Phi_2}{\partial z} \text{ при } z = 0, \\ \rho_1\left(\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial t^2} + g\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}\right) = \rho_2\left(\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial t^2} + g\frac{\partial\Phi_2}{\partial z}\right) \text{ при } z = 0. \end{cases}$$

Здесь $\delta(\cdot)$ — дельта-функция, $\delta'(\cdot)$ — ее производная, g — ускорение свобод-

ного падения;

$$\theta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad \Phi(x, z, t) = \begin{cases} \Phi_1(x, z, t), & z > 0, \\ \Phi_2(x, z, t), & z < 0. \end{cases}$$

(Здесь и далее все обозначения сохраняют силу только в пределах той главы, в которой они были введены.)

Исследуется установившаяся картина поверхностных волн вдали от диполя. С этой целью осуществляется предельный переход для нестационарного решения при $t \rightarrow \infty$. В результате для установившейся части поверхностных возмущений в системе отсчета $\xi = x + Vt$, связанной с препятствием, найдено следующее интегральное представление:

$$\eta(\xi) = \frac{R}{4\pi V} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\rho_2(|k|V^2 - g) + \rho_1(|k|V^2 + g)) e^{|k|z_0} + (\rho_2 - \rho_1)(|k|V^2 - g) e^{-|k|z_0}}{(\rho_2 \operatorname{ch} |k|H + \rho_1 \operatorname{sh} |k|H)(|k|V^2 - g)(1 - \psi(|k|))} e^{-ik\xi} dk,$$

где $\psi(|k|) = \frac{\omega_1^2(|k|)}{|k|^2 V^2}$, $\omega_1^2(k) = \frac{gk(\rho_2 - \rho_1) \operatorname{th} kH}{\rho_2 + \rho_1 \operatorname{th} kH}$ — дисперсионное соотношение для внутренних волн в двухслойной жидкости бесконечной глубины, k — волновое число, ω_1 — частота. Далее с помощью теории вычетов в явном виде находится предел волновых возмущений свободной поверхности при $\xi \rightarrow +\infty$. Показано, что волновая структура определяется вкладом двух полюсов подынтегрального выражения $k = g/V^2$ и $k = k_\psi$, где k_ψ — действительный корень уравнения $\psi(k) = 1$. Первый полюс соответствует поверхностной моде

$$\eta_{\Pi}(\xi) = -R \frac{2\rho_1 g e^{g z_0 / V^2}}{V^3 (\rho_2 \operatorname{ch}(g/V^2) + \rho_1 \operatorname{sh}(g/V^2)) (1 - \psi(g/V^2))} \sin(g\xi/V^2).$$

Второй полюс $k = k_\psi$ отвечает внутренней моде

$$\eta_{\text{в}}(\xi) = -R \frac{(\rho_2(kV^2 - g) + \rho_1(kV^2 + g)) e^{kz_0} + (\rho_2 - \rho_1)(kV^2 - g) e^{-kz_0}}{V(\rho_2 \operatorname{ch} kH + \rho_1 \operatorname{sh} kH)(kV^2 - g)(-\psi'(k))} \sin k\xi \Big|_{k=k_\psi}.$$

Отметим, что внутренняя мода существует (т.е. уравнение $\psi(k) = 1$ имеет вещественный корень k_ψ) в случае, когда значение V меньше некоторого $V_{\text{кр.}}$, которое определяется из соотношения

$$V_{\text{кр.}}^2 = gH \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right). \quad (1)$$

В параграфе 2.1.2 в аналогичной постановке рассмотрена задача 2 о возбуждении поверхностных возмущений при движении препятствия, моделируемого точечным диполем, под слоем скачка плотности. В начальный

момент времени диполь находится в точке $(0, -z_0)$. Установлено, что для стационарной части возвышения свободной поверхности в системе отсчета ξ , связанной с движущимся препятствием, справедливо следующее интегральное представление:

$$\eta(\xi) = \frac{R}{2\pi V} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho_2 |k| e^{-|k|z_0}}{(\rho_2 \operatorname{ch} |k|H + \rho_1 \operatorname{sh} |k|H)(|k| - g/V^2)(1 - \psi(|k|))} e^{-ik\xi} dk,$$

где, как и выше, $\psi(|k|) = \frac{\omega_1^2(|k|)}{|k|^2 V^2}$, $\omega_1^2(k) = \frac{gk(\rho_2 - \rho_1) \operatorname{th} kH}{\rho_2 + \rho_1 \operatorname{th} kH}$ — дисперсионное соотношение для внутренних волн в двухслойной жидкости бесконечной глубины. Волновая структура определяется суммой двух мод: поверхностной

$$\eta_{\Pi}(\xi) = -R \frac{2\rho_2 g e^{-gz_0/V^2}}{V^3 (\rho_2 \operatorname{ch}(gH/V^2) + \rho_1 \operatorname{sh}(gH/V^2))(1 - \psi(g/V^2))} \sin(g\xi/V^2)$$

и внутренней

$$\eta_{\text{в}}(\xi) = -R \frac{2\rho_2 k e^{-kz_0}}{(\rho_2 \operatorname{ch} kH + \rho_1 \operatorname{sh} kH)(k - g/V^2)(-\psi'(k))} \sin(k\xi) \Big|_{k=k_\psi}.$$

Здесь k_ψ — вещественный корень уравнения $\psi(k) = 1$. Как и в задаче об обтекании препятствия над слоем скачка, внутренняя мода возникает, если $V < V_{\text{кр.}} = \sqrt{gH(1 - \rho_1/\rho_2)}$. Следовательно, в обоих случаях волновая структура возмущений свободной поверхности будет определяться одним и тем же количеством мод и одинаковыми волновыми числами, различны будут лишь амплитуды. Возникновение внутренней моды обусловлено эффектом стратификации; в однородных потоках она отсутствует. Поверхностная же мода существует при любых значениях величины скорости набегающего потока, как и в классической задаче об обтекании препятствия потоком однородной жидкости бесконечной глубины (см., например, *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Т.1. — Л.-М.: Гостехиздат, 1948).

В разделе 2.2 приводятся результаты расчетов амплитуд поверхностных волн и их анализ. На рис. 1–2 продемонстрирован эффект влияния скачка плотности на изменение амплитуды поверхностной волны, возникающей при обтекании диполя. Расчеты велись при значениях параметров, соответствующих реальным условиям открытого моря. Так, плотность верхнего слоя моря можно выбрать как $\rho_1 = 1022 \text{ кг/м}^3$, а плотность нижнего

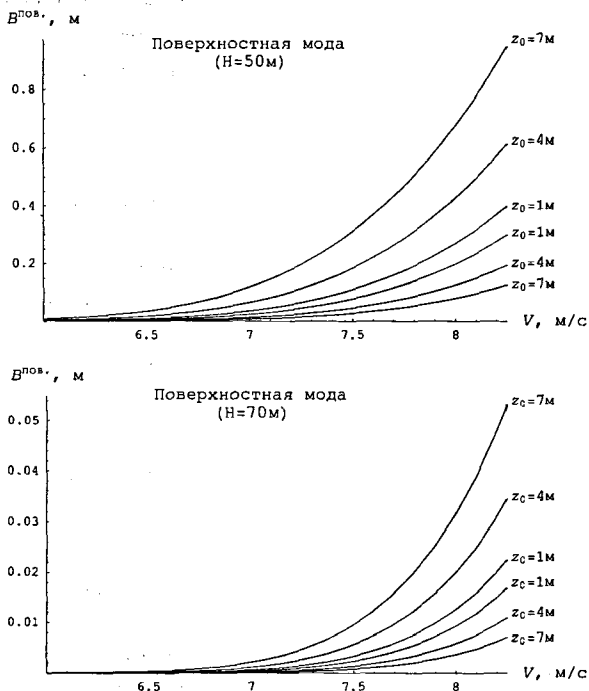


Рис. 1. Амплитуды поверхностной моды при обтекании препятствия над слоем скачка плотности и под ним в случаях $H = 50 \text{ м}$ и $H = 70 \text{ м}$.

— ρ_2 в пределах $1023 \text{ кг/м}^3 \leq \rho_2 \leq 1029 \text{ кг/м}^3$. Таким плотностям отвечают значения параметра $\delta = \rho_1/\rho_2$ в пределах $0.993 \leq \delta \leq 0.999$. На графиках 1–2 расчеты проводились для трех вариантов мощности скачка плотности: $\delta_1 = 0.996$, $\delta_2 = 0.998$ и $\delta_3 = 0.999$. Момент диполя R задавался пропорциональным скорости его движения V : $R/V = 1600 \text{ м}^2$. Положение препятствия (диполя) ограничивалось тремя горизонтами: $z_0 = 7 \text{ м}$, 4 м и 1 м как сверху, так и снизу от уровня границы раздела слоев воды.

На рис. 1 приведены кривые амплитуд поверхностной моды $B^{\text{пов}}$, рассчитанные над слоем скачка плотности (верхние три линии) и под ним (нижние три линии) для случаев $H = 50 \text{ м}$ и $H = 70 \text{ м}$. Здесь следует отметить,

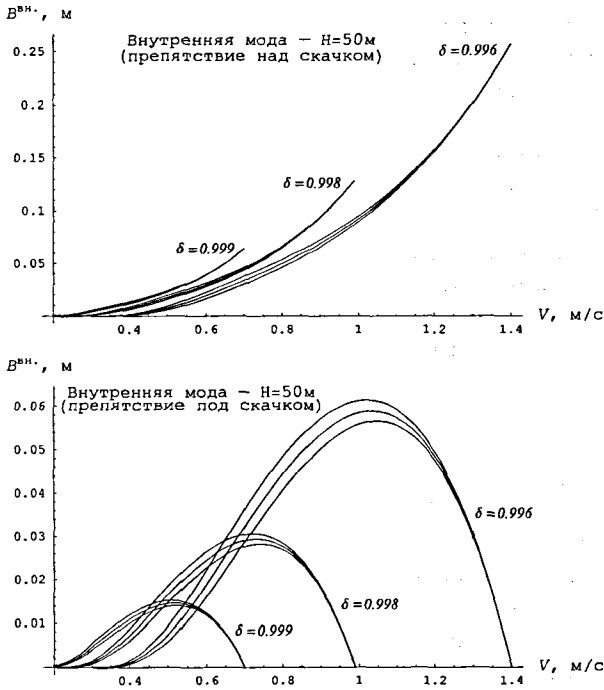


Рис. 2. Амплитуды внутренней моды при обтекании препятствия над слоем скачка плотности и под ним в случае $H = 50\text{ м}$.

что на каждой кривой практически совмещены три группы точек, соответствующие трем значениям δ_i ($i = 1, 2, 3$), что указывает на независимость поверхностной моды от мощности скачка плотности воды, т.е. такая мода проявляется непосредственно за счет обтекания диполя. Далее, на графиках видно, что амплитуды возмущений над скачком существенно выше соответствующих амплитуд под скачком.

На рис. 2 приведены кривые, соответствующие амплитудам внутренней моды $B^{\text{вн.}}$, рассчитанные над слоем скачка плотности (верхние части) и под ним (нижние части) для случая $H = 50\text{ м}$. На представленных графиках видно, что проявления амплитуд внутренней и поверхностной моды на

интервале скорости обтекания препятствия V существенно разнесены между собой. Так, внутренняя мода в зависимости от δ проявляется лишь при небольших скоростях V , а область проявления поверхностной моды существенно сдвинута в сторону больших V . Это обусловлено "привязкой" внутренней моды к структуре скачка плотности (см. (1)).

Кроме того, из рис. 2 видно, что поведение внутренней моды различно в случаях обтекания диполя над скачком плотности и под ним, причем как по форме, так и по величине амплитуды. Это указывает на характерную роль скачка плотности как неоднородности, блокирующей выход возмущений на поверхность воды. Данный эффект представляется важным для дальнейшего развития методов контролирующего мониторинга морских акваторий, основанных на данных, получаемых средствами дистанционного зондирования поверхности моря.

В третьей главе исследованы методические аспекты влияния верхней границы потока жидкости (свободной поверхности либо "твердой крышки") на форму находящегося вблизи такой границы препятствия, моделируемого точечной особенностью (источником мощности Q или диполем с моментом M). Скорость потока равна c и направлена вдоль положительной оси X , особенность расположена на глубине H (в точке с координатами $X = 0, Y = -H$).

Для решения поставленной задачи вводятся следующие безразмерные переменные:

$$x = \frac{X}{H}, \quad y = \frac{Y}{H}, \quad q = \frac{Q}{cH}, \quad m = \frac{M}{cH^2}, \quad E = \frac{gH}{c^2} = \frac{1}{F^2},$$

где F — число Фруда по глубине особенности. Кроме того, с целью качественной интерпретации результатов расчетов в случае обтекания источника введен безразмерный параметр Δy_D по формуле $\Delta y_D = \Delta Y/D$, где D — размерная толщина обтекаемого тела при $x \rightarrow +\infty$, т.е. далеко вниз по потоку ($D = Q/c$), ΔY — размерное асимптотическое (при $x \rightarrow +\infty$) смещение по вертикали тела, моделируемого источником вблизи стенки, по сравнению с телом, моделируемым источником в безграничном потоке.

В разделе 3.1 исследуется обтекание особенности под "твердой крышкой", а в разделе 3.2 — вблизи свободной поверхности. Результаты расчетов представлены в разделе 3.3.

В разделе 3.4 приводятся выводы, сделанные по результатам численного моделирования.

1. Источник в потоке у "твердой крышки" моделирует полубесконечное заглушенное тело, несимметричное относительно горизонта его локали-

зации. При малых значениях мощности q ($q \leq 1$) далеко вниз по потоку это тело смещено вниз примерно на четверть своей толщины по сравнению с телом, соответствующим обтеканию источника безграничным потоком. При уменьшении q параметр относительного смещения Δy_D не стремится к нулю, поэтому в задаче об отыскании формы тела, обтекание которого моделируется источником у стенки, наличием последней нельзя пренебрегать (т.е. считать поток безграничным) ни при каких значениях параметра q .

2. Диполь с моментом m в потоке под “твердой крышкой” моделирует цилиндрическое тело. С убыванием параметра $r = \sqrt{m/(2\pi)}$ относительное искажение формы этого тела по сравнению с круговым цилиндром радиуса r , отвечающим обтеканию того же диполя безграничным потоком, уменьшается, становясь незначительным при $r = 0.35$. Поэтому при моделировании обтекаемого под “твердой крышкой” тела диполем ее присутствие можно не учитывать при $r \leq 0.35$, тем самым считая поток безграничным.

3. Источник в потоке со свободной границей моделирует несимметричное затупленное тело с гофрированной поверхностью. Отношение a_D амплитуды волны на верхней части этой поверхности к толщине тела становится меньше 0.01, если $q \leq 1$ и $E \geq 3$, поэтому при моделировании обтекаемого тела источником свободную поверхность можно заменить “твердой крышкой” при выполнении условий $q \leq 1$ и $E \geq 3$. Однако поток со свободной поверхностью нельзя заменять безграничным ни при каких значениях q и E .

4. Если $r \leq 0.35$ и $E \geq 5$, то при моделировании обтекаемого тела диполем свободную поверхность можно заменить “твердой крышкой” либо считать поток безграничным.

В четвертой главе исследуется волновая структура поверхностных возмущений, возникающих при обтекании подводных препятствий потоком двухслойной идеальной жидкости конечной глубины, ограниченным горизонтальным дном. В разделе 4.1 приведена физическая постановка задачи. Препятствие моделируется точечным диполем с моментом m , локализованным в окрестности слоя скачка плотности, либо под ним, либо над ним. Толщина верхнего слоя — H , нижнего — H_1 , а их плотности — соответственно ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 < \rho_2$). Начало координат расположено на невозмущенной границе между слоями жидкости, ось x направлена вдоль этой границы, а ось y — вертикально вверх. Препятствие локализовано на оси y либо над границей раздела двух слоев, либо под ней. Скорость установившегося потока при $x \rightarrow -\infty$ равна V . Решения задач проводятся в рамках теории малых возмущений.

В параграфе 4.1.1 рассматривается случай, когда диполь находится

под скачком плотности, т.е. в точке $(0, -h)$. Решение ищется в виде разложения комплексно-сопряженной скорости в интеграл Фурье по волновым числам. В итоге для искомой величины возвышения свободной поверхности $\zeta(x)$ получено следующее выражение:

$$\zeta(x) = \frac{m}{\pi V} \int_0^{\infty} \frac{k^2 \operatorname{ch} k(H_1 - h) \cos kx dk}{\operatorname{ch} kH \operatorname{ch} kH_1 \{k^2 + [\delta k^2 + (1 - \delta)\nu^2] \operatorname{th} kH \operatorname{th} kH_1 - k\nu(\operatorname{th} kH + \operatorname{th} kH_1)\}}.$$

Здесь $\delta = \rho_1/\rho_2$, $\nu = g/V^2$, g — ускорение свободного падения, k — волновое число. Далее осуществляется переход к безразмерным переменным:

$$X = \nu x, Z = \frac{\zeta}{H}, \xi = \frac{k}{V}, M = \frac{m}{VH^2}, E = \nu H = \frac{gH}{V^2} = \frac{1}{F^2},$$

$$E_1 = \nu H_1 = \frac{gH_1}{V^2} = \frac{1}{F_1^2}, E_0 = \nu h = \frac{gh}{V^2} = \frac{1}{F_0^2}, \quad (2)$$

где F, F_1, F_0 — числа Фруда соответственно по глубине верхнего слоя, глубине нижнего слоя и расстоянию от диполя до невозмущенной поверхности раздела. В этих переменных безразмерное возвышение свободной поверхности $Z(X)$ записывается в виде

$$Z(X) = \frac{ME}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\xi^2 \operatorname{ch}(E_1 - E_0)\xi \cos X\xi d\xi}{\operatorname{ch} E\xi \operatorname{ch} E_1\xi \{\xi^2 + [\delta\xi^2 + (1 - \delta)] \operatorname{th} E\xi \operatorname{th} E_1\xi - \xi(\operatorname{th} E\xi + \operatorname{th} E_1\xi)\}}. \quad (3)$$

Искомая волновая структура $S(X)$ определяется нулями знаменателя подынтегрального выражения, расположенными на положительной действительной оси, т.е. положительными корнями уравнения

$$\xi^2 + [\delta\xi^2 + (1 - \delta)] \operatorname{th} E\xi \operatorname{th} E_1\xi - \xi(\operatorname{th} E\xi + \operatorname{th} E_1\xi) = 0. \quad (4)$$

Для вычисления интеграла (3) была разработана оригинальная методика определения количества таких корней. В итоге установлено, что уравнение (4) имеет два положительных корня при условии

$$E > E_{cr}^{вн.} = \frac{\beta + 1 + \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta}}{2\varepsilon\beta} \quad (5)$$

и хотя бы один положительный корень при

$$E > E_{cr}^{пов.} = \frac{\beta + 1 - \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta}}{2\varepsilon\beta}, \quad (6)$$

где $\varepsilon = 1 - \delta = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ — относительный перепад плотности между слоями, $\beta = H_1/H = E_1/E$. Интегрирование в (3) проведено с помощью теории вычетов, и в результате для $S(X)$ получено следующее выражение:

$$S(X) = -2ME \sum_{j=1}^s \frac{g_1(\xi_j)}{g_2'(\xi_j)} \sin \xi_j X.$$

Здесь ξ_j — корни уравнения (4), s — их количество,

$$g_1(\xi, E, \gamma, \beta) = \frac{\xi^2 \operatorname{ch}(\beta - \gamma) E \xi}{\operatorname{ch} E \xi \operatorname{ch} \beta E \xi}, \quad g_2(\xi, \varepsilon, E, \beta) = \\ = \xi^2 + [(1 - \varepsilon)\xi^2 + \varepsilon] \operatorname{th} E \xi \operatorname{th} \beta E \xi - \xi(\operatorname{th} E \xi + \operatorname{th} \beta E \xi),$$

где $\gamma = h/H = E_0/E$. Таким образом, при $E > E_{cr}^{ан.}$ волновые возмущения представляют сумму двух мод — внутренней (возникающей из-за наличия слоя скачка) и поверхностной (за счет непосредственного обтекания препятствия). Первая мода соответствует меньшему корню ξ_1 , вторая — большему ξ_2 . В случае $E_{cr}^{пов.} < E < E_{cr}^{ан.}$ $S(X)$ состоит лишь из одной поверхностной моды, а при $E < E_{cr}^{пов.}$ поверхностные волны не образуются и $S(X) \equiv 0$.

Следовательно, внутренняя мода возникает при $E > E_{cr}^{ан.}$ или

$$V < V_{cr}^{ан.} = \sqrt{\frac{gH(\beta + 1 - \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta})}{2}}, \quad (7)$$

а поверхностная — при $E > E_{cr}^{пов.}$, т.е. если

$$V < V_{cr}^{пов.} = \sqrt{\frac{gH(\beta + 1 + \sqrt{(\beta + 1)^2 - 4\varepsilon\beta})}{2}}. \quad (8)$$

Отметим, что $V_{cr}^{ан.} < V_{cr}^{пов.}$.

В параграфе 4.1.2 в аналогичной постановке исследована задача о генерации поверхностных возмущений обтекаемым препятствием, моделируемым точечным диполем, который локализован над скачком плотности, т.е. в точке $(0, h)$ ($0 < h < H$). Показано, что в переменных (2) для безразмерной величины отклонения свободной границы справедливо следующее представление:

$$Z(X) = \frac{ME}{2\pi} \frac{X^2 - (E - E_0)^2}{(X^2 + (E - E_0)^2)^2} - \frac{ME}{2\pi} \int_0^\infty \frac{g_1(\xi, E, E_0, E_1, \varepsilon)}{g_2(\xi, E, E_1, \varepsilon)} \cos X \xi \, d\xi, \quad (9)$$

где

$$g_1(\xi, E, E_0, E_1, \varepsilon) = \xi \left\{ e^{-E\xi} [(1-\varepsilon)\xi + \varepsilon] \operatorname{th} E_1\xi - \xi \right\} \cdot \left\{ \operatorname{ch}(E - E_0)\xi - \right. \\ \left. - \xi \operatorname{sh}(E - E_0)\xi \right\} + (\xi + 1) \left\{ [\varepsilon \operatorname{ch} E_0\xi - (1-\varepsilon)\xi \operatorname{sh} E_0\xi] \operatorname{th} E_1\xi - \xi \operatorname{ch} E_0\xi \right\} / \operatorname{ch} E\xi, \\ g_2(\xi, E, E_1, \varepsilon) = \xi^2 + [(1-\varepsilon)\xi^2 + \varepsilon] \operatorname{th} E\xi \operatorname{th} E_1\xi - \xi (\operatorname{th} E\xi + \operatorname{th} E_1\xi).$$

Поскольку подинтегральные выражения в (3) и (9) имеют одни и те же полюса, расположенные на положительной действительной оси, то волновая структура возмущений свободной поверхности, возникающих при обтекании препятствия над слоем скачка, будет определяться тем же количеством мод и теми же волновыми числами, что и в рассмотренном выше случае его локализации под слоем скачка. Поэтому критерии существования внутренней и поверхностной мод останутся неизменными (см. (5-6) или (7-8)).

Далее с помощью теории вычетов получено следующее выражение для волновой части поверхностных возмущений за обтекаемым препятствием:

$$S(X) = ME \sum_{j=1}^s \frac{g_1(\xi_j)}{g_2'(\xi_j)} \sin \xi_j X.$$

Здесь, как и выше, ξ_j — положительные корни уравнения (4), а s — их количество.

В разделе 4.2 приводятся результаты расчетов параметров поверхностных волн и их анализ. Расчеты велись при значениях характеристик среды, соответствующих реальным условиям моря. Так, плотность верхнего слоя $\rho_1 = 1023 \text{ кг/м}^3$, а плотность нижнего выбиралась, начиная с $\rho_2 = 1024 \text{ кг/м}^3$ и больше. Таким значениям плотностей соответствует минимальное значение параметра ε , равное 0.001. Момент диполя m был выбран пропорциональным скорости потока V : $m/V = 1600 \text{ м}^2$. Невозмущенное положение скачка плотности соответствовало глубинам $H = 50 \text{ м}$ и $H = 70 \text{ м}$, а локализация препятствия (диполя) ограничивалась тремя горизонтами: $h = 7, 4$ и 1 м как над скачком, так и под ним.

На рис. 3-5 для случая $H = 50 \text{ м}$, $h = 4 \text{ м}$ приведены графики зависимости амплитуд поверхностных волн $B^{\text{пов.}}$ от скорости набегающего потока V при различных значениях параметров ε и β . На этих графиках видно, что возмущения за счет внутренней и поверхностной мод проявляются на интервалах скорости потока, существенно разнесенных между собой: $0 - V_{\text{cr}}^{\text{вн.}}$ и $6.5 - 8.5 \text{ м/с}$ соответственно, далее выходя из области линейности задачи (при больших скоростях поверхностные волны перестают корректно описываться теорией малых возмущений). В первом интервале (при меньших скоростях) "работает" внутренняя мода, во втором — поверхностная.

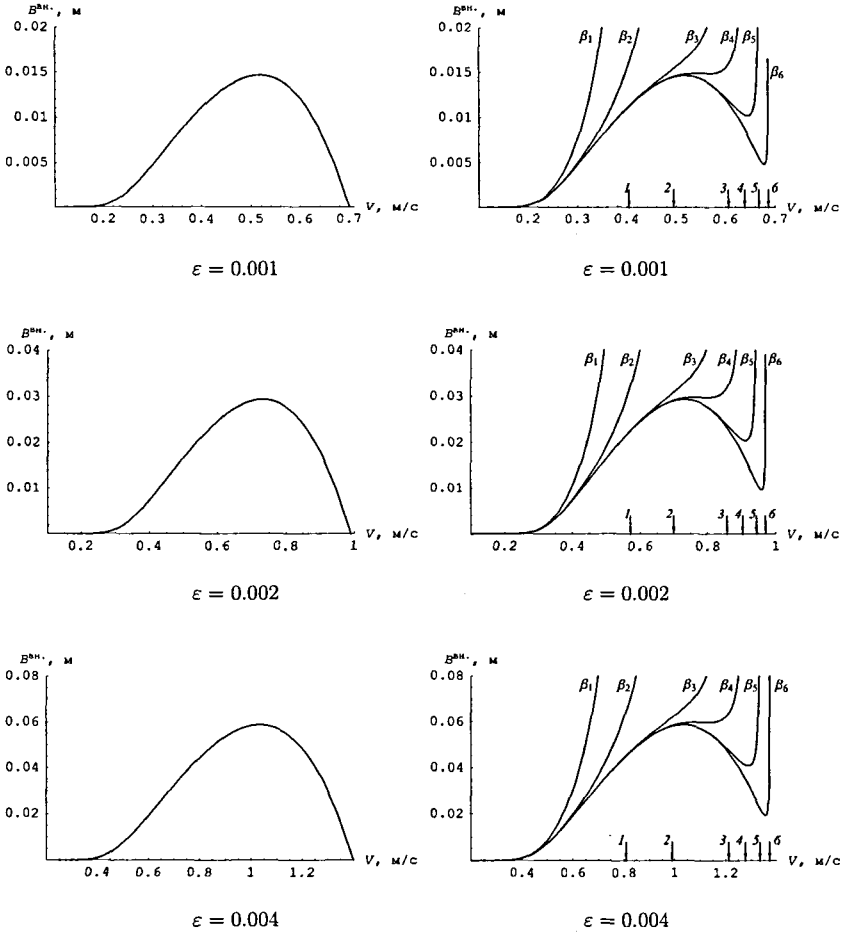


Рис. 3. Амплитуды внутренней моды поверхностных возмущений при обтекании препятствия под слоем скачка плотности при бесконечной (левые графики) и конечной (правые) глубинах для шести значений параметра β (соотношения толщин нижнего и верхнего слоев двухслойной жидкости): $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 3$, $\beta_4 = 5$, $\beta_5 = 10$, $\beta_6 = 25$.

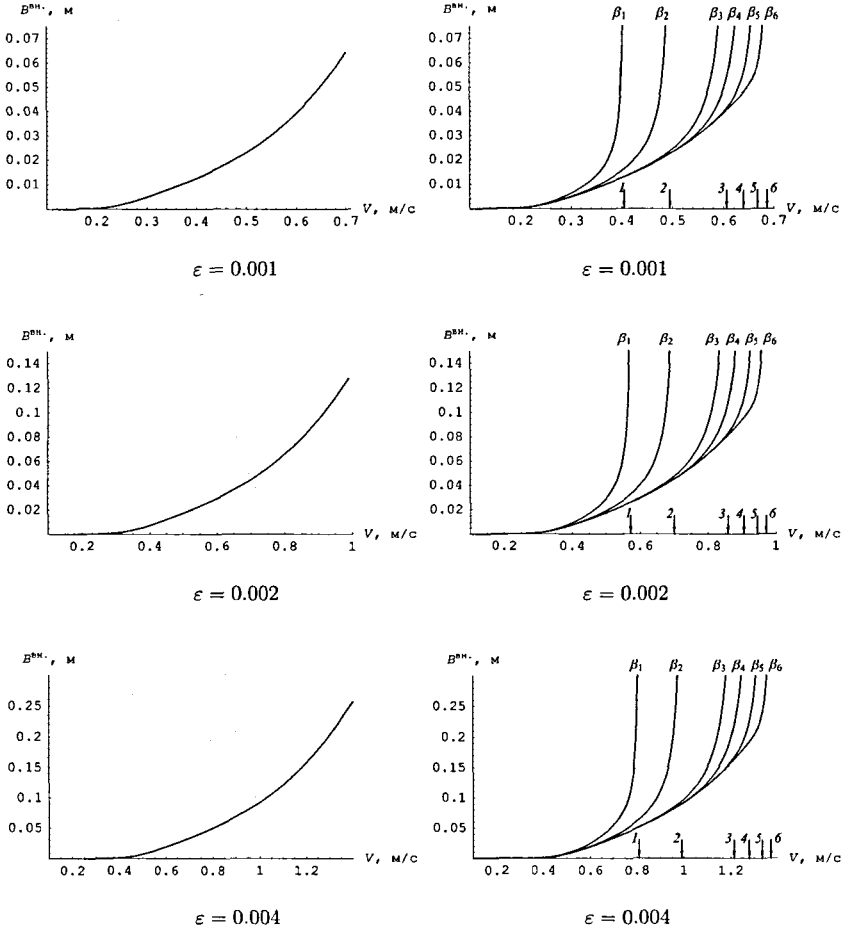


Рис. 4. Амплитуды внутренней моды поверхностных возмущений при обтекании препятствия над слоем скачка плотности при бесконечной (левые графики) и конечной (правые) глубинах для шести значений параметра β (соотношения толщин нижнего и верхнего слоев двухслойной жидкости): $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 3$, $\beta_4 = 5$, $\beta_5 = 10$, $\beta_6 = 25$.

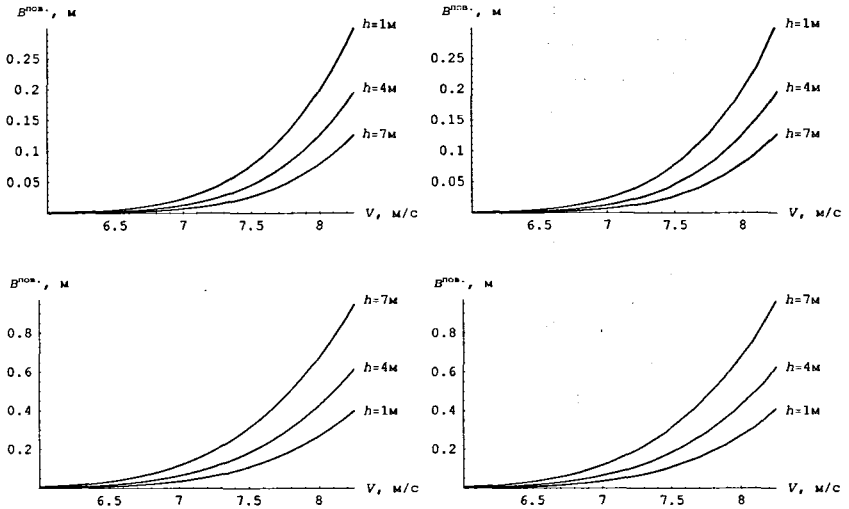


Рис. 5. Амплитуды поверхностной моды при обтекании препятствия под слоем скачка плотности (верхняя пара графиков) и над ним (нижняя пара).

Причем для внутренней моды характерно расширение диапазона ее существования при увеличении мощности слоя скачка плотности ϵ , что соответствует критерию ее возникновения (7) (или (5)). В целях наглядности сравнения амплитуд $B(V)$ при обтекании препятствия потоками бесконечной и конечной глубины графики на рис. 3–5 представлены парами (соответственно слева и справа). Результаты расчетов амплитуды внутренней моды для случая локализации диполя под слоем скачка и над ним приведены на рис. 3 и 4 соответственно. Пары графиков построены для трех значений мощности скачка ϵ , а правые графики — для шести значений параметра β ($\epsilon \in \{0.001, 0.002, 0.004\}$, $\beta \in \{0.5, 1, 3, 5, 10, 25\}$). Для каждого значения β стрелкой с цифрой, равной номеру индекса у β , указано значение критической скорости (максимальной скорости потока V , при которой возникает внутренняя мода). Следует отметить, что в морских условиях ее величина не превышает 1–1.5 м/с.

Для поверхностной моды (рис. 5) верхняя пара графиков соответствует обтеканию препятствия под слоем скачка, а нижняя — над ним. Величины ϵ были выбраны теми же самыми, что и в случае внутренней моды, а

$\beta \in \{0.5, 2, 10\}$. Как видно, для каждого фиксированного положения препятствия в потоке конечной глубины кривые на правых графиках, соответствующие различным значениям ϵ и β , сливаются. Это указывает на то, что амплитуды поверхностной моды практически не зависят от мощности слоя скачка плотности ϵ (в диапазоне значений ϵ , характерном для реальных морских условий) и от соотношения толщин нижнего и верхнего слоев β при $\beta > 0.5$. Таким образом, в этом случае глубинные возмущения при выходе на поверхность “не замечают” плотностную неоднородность и наличие у потока нижней границы. Из графиков также следует, что в морских условиях поверхностная мода визуально проявляется при относительно больших значениях скорости V ($V \geq 6$ м/с).

В Заключение сформулированы основные результаты диссертации.

1. В методических целях решена плоская задача об определении формы обтекаемого тела, моделируемого точечной особенностью (источником или диполем) в потоке под твердой крышкой и со свободной границей. Проведен сравнительный анализ форм тел, моделируемых точечной особенностью, при ее обтекании под “твердой крышкой” и под свободной поверхностью, в результате чего получены критерии возможности замены свободной поверхности “твердой крышкой”, а также свободной поверхности и “твердой крышки” безграничным потоком.

2. В решении модельной задачи обтекания подводного препятствия двухслойным потоком бесконечной глубины показано, что в реальных условиях моря за препятствием возможно образование двух типов поверхностных волн. Волны первого типа (поверхностная мода, обусловленная свободной поверхностью) образуются при любых значениях скорости набегающего потока V и слабо зависят от стратификации среды. В морских условиях визуально они начинают проявляться лишь при относительно больших значениях V (не менее 6 м/с). Параметры волн второго типа (внутренняя мода, обусловленная слоем скачка плотности) существенным образом зависят от мощности скачка и в морских условиях такие волны образуются при скорости V , не превышающей 1–1.5 м/с. Обнаружены существенные различия между параметрами поверхностных волн при локализации обтекаемого препятствия над скачком плотности и под ним. Этот эффект указывает на характерную роль скачка как естественной неоднородности, блокирующей выход возмущений на поверхность воды, что представляется важным при использовании такого эффекта в практических задачах, в частности, контролирующем мониторинге морских акваторий.

3. В условиях предыдущей задачи установлен характер влияния фак-

тора конечности глубины моря на параметры поверхностных возмущений. Сравнение параметров поверхностных возмущений, генерируемых обтеканием подводного препятствия потоками конечной и бесконечной глубины, выявило их существенные различия, которые также необходимо учитывать при решении практических задач.

4. Выявлена особая роль скорости потока в формировании поверхностных возмущений при реальных условиях моря. Так, возмущения на свободной границе проявляются на двух разнесенных интервалах скорости потока, а в промежуточной зоне от значений критической скорости внутренней моды до значимой величины поверхностной моды они отсутствуют, т.е. эта зона представляется закрытой для выхода глубинных возмущений на поверхность воды. Следуя принятой в морской гидроакустике терминологии, такой промежуточный интервал можно определить как “зону тени” для выхода на поверхность подобных гидродинамических возмущений.

5. При анализе общего решения задачи об обтекании препятствия потоком двухслойной жидкости конечной глубины в виде сложной интегральной формы разработана оригинальная методика вычисления такого интеграла. В результате получено решение задачи в аналитическом виде с возможностью последующего численного расчета параметров соответствующих поверхностных волн.

Список публикаций с результатами работы:

1. *Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С.* Поверхностные эффекты при обтекании препятствий в неоднородно-стратифицированной среде // Доклады Академии наук. — 2011. — Т. 440, № 6. — С. 826–829.
2. *Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С., Савина Е.О.* Обтекание препятствий стратифицированным потоком со свободной границей // Океанология. — 2011. — Т. 51, № 6. — С. 974–983.
3. *Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С.* Моделирование обтекания преград в потоке со свободной границей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. Спец. выпуск. Математическое моделирование. — 2011. — С. 119–140.
4. *Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С.* Поверхностные возмущения при обтекании препятствий стратифицированным потоком конечной глубины // Океанология. — 2012. — Т. 52, № 6. — С. 825–835.
5. *Владимиров И.Ю., Корчагин Н.Н., Савин А.С., Савина Е.О.* Модель возмущения поверхности стратифицированной морской среды // Труды X Всероссийской конференции “Прикладные технологии гидроакустики и гидродинамики” — СПб.: Наука, 2010. — С. 211–215.

