Сеньо Петро Степанович, завідувач кафедри мате&shy;матичного моделювання соціально-економічних проце&shy;сів Львівського національного університету імені Івана Франка: &laquo;Методи локалізації функціональних невизначе- ностей для аналізу систем&raquo; (01.05.04 - системний аналіз і теорія оптимальних рішень). Спецрада Д 26.001.35 у Ки&shy;ївському національному університеті імені Тараса Шев&shy;ченка

Львівський національний університет імені Івана Франка

Міністерство освіти і науки України

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова

праця на правах рукопису

СЕНЬО ПЕТРО СТЕПАНОВИЧ

УДК 519.615.3:519.87:517.928.1

ДИСЕРТАЦІЯ

Методи локалізації функціональних невизначеностей

для аналізу систем

01.05.04 - системний аналіз і теорія оптимальних рішень

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,

результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ П.С. Сеньо

Науковий консультант:

Бартіш Михайло Ярославович,

доктор фізико-математичних наук, професор

Львів – 2019

ЗМІСТ

Стр.

ВСТУП ................................................................................................................ 32

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД СТАНУ ПРОБЛЕМИ ТА ВИБІР НАПРЯМІВ

ДОСЛІДЖЕНЬ .............................................................................................. 43

1.1 Функціональні невизначеності та їх локалізація ............................. 43

1.2 Методи зменшення ширини інтервального розширення функції ... 46

1.2.1 Методи зменшення ширини інтервального розширення

функції на основі узагальненої інтервальної арифметики .. 46

1.2.2 Методи зменшення ширини інтервального розширення

функції на основі арифметики напрямлених інтервалів ....... 48

1.2.3 Методи зменшення ширини інтервального розширення

деяких класів функцій ............................................................... 51

1.3 Інтервальні методи розв’язування задач на основі локалізації

невизначеностей ................................................................................. 54

1.3.1 Інтервальні методи розв’язування систем рівнянь та задач

оптимізації ................................................................................. 54

1.3.2 Інтервальні методи локалізації невизначеностей при

невідомих функціональних залежностях ................................ 60

1.4 Висновки до розділу 1 ........................................................................ 69

РОЗДІЛ 2 МЕТОДИ УСУНЕННЯ ЛОКАЛЬНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ

НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ НА ОСНОВІ ФОРМУЛИ ТЕЙЛОРА ............ 70

2.1. Функціональні невизначеності при використанні теореми про

середнє значення та формули Тейлора ........................................... 70

2.1.1. Теорема про середнє значення ............................................... 71

27

2.1.2. Похідні та диференціали вищих порядків відображень у

скінченновимірних просторах ............................................... 74

2.1.3. Формула Тейлора для відображень ........................................ 77

2.2. Матричне зображення формули Тейлора для відображень у

скінченновимірних просторах ........................................................ 78

2.2.1. Матричне зображення похідних відображень у скінченновимірних просторах ................................................................. 78

2.2.2. Матричне зображення диференціалів та формули Тейлора

відображень у скінченновимірних просторах......................... 89

2.3. Методи усунення функціональних невизначеностей у формулі

Тейлора при стисненні інтервалу розкладу відображення у точку 97

2.4. Розклад відображення у скінченновимірних просторах по множині

значень його першої похідної ......................................................... 102

2.5 Висновки до розділу 2 ..................................................................... 106

РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ УСУНЕННЯ ЛОКАЛЬНИХ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ

ПРИ РОЗВ’ЯЗУВАННІ ДЕЯКИХ КЛАСІВ ЗАДАЧ ............................. 107

3.1 Методи усунення функціональних невизначеностей при

розв’язуванні систем нелінійних рівнянь ...................................... 109

3.1.1. Інтервальний ітераційний метод типу Рунге при

m  2 .... 111

3.1.2 Модифікація інтервального методу типу Рунге, що не

використовує обернень інтервальних матриць .................... 118

3.1.3 Стійкість інтервального ітераційного методу типу Рунге .. 122

3.1.4 Оцінка глибини рекурсії двохстороннього рекурсивного

інтервального методу типу Рунге ......................................... 130

3.1.5 Розв’язування крайових задач двохстороннім рекурсивним

інтервальним методом типу Рунге ........................................ 134

3.1.6 Інтервальні ітераційні методи типу Рунге вищих порядків

збіжності .................................................................................. 138

3.1.7 Множина короткокрокових інтервальних

28

методів типу Рунге ................................................................ 144

3.1.8 Модифікований інтервальний метод типу Рунге на основі

ідеї Зейделя ............................................................................ 157

3.2 Інтервальні методи локалізації функціональних

невизначеностей .............................................................................. 161

3.2.1 Інтервальні методи локалізації функціональних

невизначеностей при розв’язуванні варіаційних задач ....... 162

3.2.2 Інтервальні методи локалізації функціональних

невизначеностей при розв’язуванні варіаційних

задач із умовами, які потребують синхронного

розв’язування оптимізаційних задач ................................... 169

3.2.3 Інтервальні методи локалізації функціональних

невизначеностей при розв’язуванні задач оптимального

керування ................................................................................ 174

3.3 Висновки до розділу 3 ...................................................................... 177

РОЗДІЛ 4 МЕТОДИ ЛОКАЛІЗАЦІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ ПРИ

ВІДОМИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЯХ .......................... 178

4.1. Математика функціональних інтервалів у

1 R .............................. 179

4.1.1 Арифметичні операції із функціональними інтервалами ... 179

4.1.2 Арифметичні операції із лінійними функціональними

інтервалами ............................................................................. 184

4.1.3 Теоретико-множинні операції із лінійними функціональними

інтервалами ............................................................................. 196

4.1.4 Операція суперпозиції лінійних функціональних

інтервалів ............................................................................... 198

4.1.5 Топологія простору лінійних функціональних

інтервалів ............................................................................... 202

4.1.6 Розв’язування задач методами локалізації функціональних

невизначеності при відомих функціональних

29

залежностях ............................................................................ 216

4.1.7 Спрощена математика лінійних функціональних

інтервалів ............................................................................... 225

4.2. Математика багатовимірних функціональних інтервалів ........... 226

4.2.1 Арифметичні та теоретико-множинні операції з

багатовимірними функціональними інтервалами ............... 227

4.3 Висновки до розділу 4 ...................................................................... 236

РОЗДІЛ 5 МЕТОДИ ЛОКАЛІЗАЦІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ ПРИ НЕВІДОМИХ

ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЯХ ......................................................................... 237

5.1 Двосторонні апроксимації функцій, аналітичні вирази

яких невідомі ...................................................................................... 237

5.1.1 Двосторонні апроксимації функції при відомих обмеженнях

її похідної лінійними функціями ........................................... 238

5.1.2 Двосторонні апроксимації функції при відомих обмеженнях

її похідної монотонними функціями ..................................... 246

5.2 Двосторонні апроксимації функції, аналітичний вираз якої невідомий,

але відома деяка інформація про її значення

та її похідних на кінцях інтервалу ................................................... 252

5.2.1 Двосторонні апроксимації похідної функції, аналітичний

вираз якої невідомий ............................................................... 253

5.2.2 Методи звуження на кінцях інтервалу двосторонніх

апроксимацій функції, аналітичний вираз якої

невідомий ............................................................................... 255

5.3 Методи локалізації функціональних невизначеностей при

розв’язуванні задачі Коші ............................................................... 262

5.3.1 Метод локалізації невизначеностей при розв’язуванні задачі

Коші на підставі узгодження двосторонніх апроксимацій

функції і її похідної ................................................................ 265

5.3.2 Аналог методу Мура розв’язуванні задачі Коші на основі

30

локалізації функціональних невизначеностей ..................... 277

5.3.3 Аналоги методів Рунге – Кутта розв’язуванні задачі Коші на

основі локалізації функціональних невизначеностей ......... 279

5.3.4 Оцінка ширини двосторонніх апроксимацій розв’язку

задачі Коші методами локалізації функціональних

невизначеностей .................................................................... 284

5.4 Методи локалізації невизначеностей при розв’язуванні крайових

задач ................................................................................................... 289

5.4.1 Побудова двосторонніх апроксимацій розв’язку крайової задачі

шляхом локалізації функціональних

невизначеностей .................................................................... 290

5.4.2 Побудова двосторонніх апроксимацій розв’язку

 двоточкової крайової задачі шляхом локалізації

 функціональних невизначеностей ......................................... 295

5.5 Висновки до розділу 5 ...................................................................... 296

ВИСНОВКИ ...................................................................................................... 298

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ..................................................... 301

ДОДАТОК 1. ТЕСТОВІ ЗАДАЧІ .................................................................. 335

ДОДАТОК 2. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ .... 339

ДОДАТОК 3. АПРОБАЦІЯ МАТЕРІАЛІВ ДИСЕРТАЦІЇ ...................... 347

ДОДАТОК 4. ДОВІДКА ПРО ВИКОРИСТАННЯ В

БЮДЖЕТНІЙ ТЕМІ № ДР 0115U003694 ................................................... 349

ДОДАТОК 5. ДОВІДКА ПРО ВИКОРИСТАННЯ В

БЮДЖЕТНІЙ ТЕМІ № ДР 0112U003249 ................................................... 350

ДОДАТОК 6. ДОВІДКА ПРО ВИКОРИСТАННЯ В

31

БЮДЖЕТНІЙ ТЕМІ № ДР 0110U001373 ................................................... 351

ДОДАТОК 7. ДОВІДКА ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ В

НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЦЕС ............................................................................. 352

ВИСНОВКИ

Удисертаційнійроботіотриманоновінауковообгрунтованірезультати

побудовитадослідженняефективнихметодівусуненнялокальних

невизначеностейметодівлокалізаціїфункціональнихневизначеностейза

відомихтаневідомихфункціональнихзалежностейдляприйняттярішеньуразі

керуванняоб’єктамирізноїприродивумовахневизначеностірозроблено

численнянамножиніневизначеностейпобудованонаційосновіметоди

двосторонніхапроксимаційрозв’язківдеякихкласівзадачдляприйняття

оптимальнихрішеньякігарантованомістятьцірозв’язки

Основнірезультативиконаноїроботи

Побудованоматричнезображенняпохіднихідиференціаліввищих

порядківфункціоналівтавідображеньїхніхтвірнихматрицьу

скінченновимірнихпросторахНаційосновіотриманоматричнезображення

формулиТейлорафункціоналівівідображеньускінченновимірнихпросторах

Знайденойобгрунтованозаконповедінкипроміжнихточок

залишковихчленівуформіЛагранжаформулиТейлораускінченновимірних

просторахпристисненнівточкуінтервалурозкладуфункціоналата

відображенняу



Побудовановираззначенняфункціоналатавідображенняувигляді

лінійноїкомбінаціїінтервальнихрозширеньїхніхпершихпохіднихначастинах

інтервалурозкладуцьогофункціоналатавідображеннявідповідноВиконано

апроксимаціюзнайбільшоюможливоюточністюпохіднихвищихпорядків

відображеннялінійнимикомбінаціямизначеньйогопершоїпохідноїу

відповіднихточкахОтриманорозкладвідображенняускінченновимірних

просторахпомножинізначеньйогопершоїпохідноїувідповіднихточкахщоє

деякоюальтернативоюформулиТейлора

ПобудованоідослідженонаційосновіінтервальніметодитипуРунге

розв’язуваннясистемнелінійнихалгебричнихрівняньмодифікаціїцих

методівщонепотребуютьобертаньінтервальнихматрицьдоведеностійкість



такихметодівуразізбуреньоберненогооператорапохідноїзаданої

системирозглянутопитаннязастосуваннятакихметодівдлярозв’язування

крайовихзадачЗапропонованоінтервальніметодилокалізаціїрозв’язків

варіаційнихзадачізадачоптимальногокеруванняРозглянотоконтактну

задачуколидвапідпростористискаєрозподіленасилаіодинпідпростірковзає

зпевноюшвидкістюпоіншомуПобудованоалгоритмзнаходженнязакону

розподілустискаючоїсилизаякоготемпературанамежіпівпросторівне

перевищитьзаданихкритичнихзначеньіпроцесгальмуваннявідбудетьсяза

найменшийчас

Уведеноарифметичнітатеоретикомножинніопераціїнамножині

функціональнихінтервалівметрикупросторуфункціональнихінтервалівщо

утвориломатематикуфункціональнихінтервалівтапобудованонаційоснові

методирозв’язуваннясистемнелінійнихалгебричнихрівняньрозв’язування

задачоптимізаціїдвосторонніквадратурніформулиПобудованоспрощену

математикуфункціональнихінтервалівматематикубагатовимірних

функціональнихінтервалів

Побудованозагальнийалгоритмрозв’язуваннядетермінованихзадач

математичнімоделіякихмістятьфункціїбагатьохзміннихРозв’язування

задачізведенодорозв’язуванняпослідовностітакихжепротеодновимірних

задачпокожнійкоординаті

Розробленочисленнянамножиніневизначеностейметодилокалізації

функціональнихневизначеностейзавідомихфункціональнихзалежностейНа

ційосновіпобудованоалгоритмиодночасноїлокалізаціївсіхрозв’язків

нелінійнихалгебричнихрівняньтанерівностей

Розробленометодилокалізаціїфункціональнихневизначеностейза

невідомихфункціональнихзалежностейВизначеноумовитарозробленометод

звуженняобластейневизначеностіфункційаналітичнівиразиякихневідомі

Наосновіматематикифункціональнихінтерваліврозробленотри

методипобудовидвосторонніхапроксимаційрозв’язківзадачіКошідля

звичайнихдиференціальнихрівняньякігарантованомістятьцірозв’язки



Наційжеосновірозробленометодипобудовидвосторонніх

апроксимаційрозв’язківкрайовихзадачдлязвичайнихдиференціальних

рівняньякігарантованомістятьцірозв’язкиПобудованозагальнийалгоритм

розв’язуваннякрайовоїзадачітаалгоритмрозв’язуваннядвоточковоїкрайової

задачі

Результатидисертаціїможутьбутизастосованідляаналізусистем

математичнімоделіякихмістятьфункціональніневизначеностідля

розв’язуванняширокогокласудетермінованихзадачВонивикористанівході

виконаннядержбюджетнихтем“Математичніметодидослідженнянелінійних

динамічнихсистеміндуктивнихметодівмоделюванняданихізадач

оптимізації”номердержавноїреєстрації–

“Чисельніметодирозв’язуваннянелінійнихфункціональнихрівнянь”номер

державноїреєстрації–“Чисельніметоди

розв’язуваннянелінійнихфункціональнихрівняньтазадачнаекстремум”

номердержавноїреєстрації–іввійшлиузвіти

НДЧЛьвівськогонаціональногоуніверситетуіменіІванаФранка–

Результатироботивикористовуютьуходічитанняосновнихкурсівта

спецкурсівдлястудентівЛьвівськогонаціональногоуніверситетуіменіІвана

Франкащоспеціалізуютьсязанапрямомсистемнийаналіз