**Кацыло, Павел Иванович.**

## Метод сечений в теории инвариантов : диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.01.06. - Москва, 1984. - 57 с. : ил.

## Введение диссертации (часть автореферата)на тему «Метод сечений в теории инвариантов»

Важными задачами в теории инвариантов являются вопрос о существовании геометрического фактора и проблема рациональности. Поясним подробно, что понимается под этими словами.

В диссертации основным полем считается поле комплексных чисел.

ВОПРОС О СУЩЕСТВОВАНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ФАКТОРА.

Определение / см. [Gj /. Пусть линейная алгебраическая группа Q действует на неприводимом алгебраическом многообразии X » причем cKiYA ф- ■ ос) = сСйгп (G- -дс') для всех СС, ос '& X . Геометрическим фактором действия (9'Х называется такая структура алгебраического многообразия на множестве ^/q орбит действия (х-'Х, что

1. Канонически возникающее отображение множеств : X —\* X/q является морфизмом алгебраических многообразий.

2. Для любой рациональной Q -инвариантной функции F на алгебраическом многообразии X , определенной в точке X. , существует такая рациональная функция } на алгебраическом многообразии

X/gi , определенная в точке R(ос) , что = F.

Замечание о терминологии. Слова "геометрический фактор ^/д. " означают "множество орбит д. со структурой алгебраического многообразия, которая является геометрическим фактором". Подмногообразием мы будем называть локально замкнутое подмножество в алгебраическом многообразии. Будем говорить, что два гладких подмногообразия X и гладкого алгебраического многообразия "Z пересекаются в точке "Z^XoY трансверсально, если касательное пространство в точке "2 алгебраического многообразия Z есть прямая сумма касательных пространств подмногообразий X и Т в точке

Приведем пример, когда у действия алгебраической группы G на неприводимом алгебраическом многообразии отсутствует геометрический фактор.

Пусть SL2: V - неприводимое YI -мерное линейное представление группы Sio ,

X = V I s l2-cc boj.

Мы утверждаем, что при W2-S не существует геометрического (рак-тора K/s>L2 • Допустим, что это не так и геометрический фактор X/sLg сУЩествУет« Положим

ГС : X--- X/SL^ ,

X,-„ (SLz xj.

Возьмём ХбХо и определённую в $t(vc) непостоянную на ^(Х.^ рациональную функцию f £ • ТогДа в (C(X)SL,z определена в точке ОС , причём, |x0^C<>tt#fc • Согласно (jlfJ , существуют ^е такие, что fjJ^" = jc\*";f . Можно считать, что ^ и ^ не содержат общего непостоянного множителя и, значит, 0 • Но / см. [&] / и, значит.

Х0sCOfUyb • Противоречие. При исследовании вопроса о существовании геометрического фактора естественным образом возникает понятие пласта.

Определение. Пусть Q : X - действие линейной алгебраической группы на неприводимом алгебраическом многообразии X • Для к= 0} 1,2,3,. положим

Подмножество Х^является подмногообразием в X » его неприводимые компоненты называют пластами.

Основной результат главы I диссертации относится к геометрии пластов присоединённого представления связной редуктивной алгебраической группы. В частности, мы доказываем, что у этих пластов существует геометрический фактор. Перед тем как сформулировать основную теорему, введём некоторые обозначения и напомним некоторые известные результаты.

Фиксируем связную редуктивную алгебраическую группу Q . Пусть Oj. - алгебра Ли группы - присоединённое представление, к - максимум размерностей Q- -орбит в Oj,. Пласт ^^ называется регулярным пластом. Описание регулярного пласта было получено Б.Костантом в • Оно состоит в следующем.

ТЕОРЕМ Б.КОСТАНТА. Существует -тройка фс0,Яо>Цо) такая, что XDe Cfl^. Пусть Ls - централизатор элемента в алгебре Ли Of. . Тогда

1. ^KCAdG^-C^L).

2. Каждая Q~ -орбита из пересекает OOp+L ровно в одной точке и пересечение происходит трансверсально.

3. Биекция

УУам --' \*o+l определяет на множестве орбит структуру алгебраического многообразия, которая является геометрическим фактором.

В работах л.Диксмье, В.Боро, Х.Крафта и других jj€j было продолжено изучение пластов. В частности, в [iSj было доказано, что любой пласт в Of содержит ровно одну орбиту, состоящую из нильпотентных элементов. В [l?] было доказано, что для любого пласта S>cO|. существует параболическая подалгебра -j? и разрешимый идеая \*Yf с f такие, что 'Yt'O S открыто и непусто и