Самусенко Петро Федорович, доцент кафедри теоре&shy;тичних основ інформатики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова: &laquo;Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених систем диференціаль&shy;но-функціональних рівнянь з виродженнями&raquo; (01.01.02 - диференціальні рівняння). Спецрада Д 26.001.37 у Київ&shy;ському національному університеті імені Тараса Шевченка

Нацiональний педагогiчний унiверситет iменi М.П. Драгоманова

Мiнiстерство освiти i науки України

Київський нацiональний унiверситет iменi Тараса Шевченка

Мiнiстерство освiти i науки України

Квалiфiкацiйна наукова праця

на правах рукопису

Самусенко Петро Федорович

УДК 517.928

ДИСЕРТАЦIЯ

Асимптотичне iнтегрування сингулярно збурених

систем диференцiально-функцiональних рiвнянь

з виродженнями

01.01.02 — диференцiальнi рiвняння

Подається на здобуття наукового ступеня

доктора фiзико-математичних наук

Дисертацiя мiстить результати власних дослiджень. Використання iдей,

результатiв i текстiв iнших авторiв мають посилання на вiдповiдне джерело

П.Ф. Самусенко

Науковий консультант:

доктор фiзико-математичних наук, професор

Шкiль Микола Iванович

Київ — 2018

ЗМIСТ

ВСТУП . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 21

РОЗДIЛ 1. ЗАГАЛЬНI ВIДОМОСТI З ТЕОРIЇ АСИМПТОТИЧНОГО

IНТЕГРУВАННЯ ДИФЕРЕНЦIАЛЬНИХ РIВНЯНЬ . . . . . . . . . 34

РОЗДIЛ 2. ПОБУДОВА АСИМПТОТИЧНИХ ФОРМУЛ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗКУ ЗАДАЧI КОШI ДЛЯ ВИРОДЖЕНОЇ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦIАЛЬНИХ РIВНЯНЬ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 54

2.1. Постановка задачi . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 54

2.2. Деякi допомiжнi вiдомостi . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 55

2.3. Побудова формального розв’язку задачi Кошi для виродженої

системи диференцiальних рiвнянь . . . . . . . . . . . . . . . 64

2.4. Асимптотичний характер формальних розв’язкiв . . . . . . . 68

Висновки до роздiлу 2 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 77

РОЗДIЛ 3. АСИМПТОТИЧНЕ IНТЕГРУВАННЯ ВИРОДЖЕНИХ

СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦIАЛЬНИХ РIВНЯНЬ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 79

3.1. Постановка задачi . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 79

3.2. Деякi допомiжнi вiдомостi . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 80

3.3. Побудова розв’язку задачi Кошi для виродженої сингулярно збуреної системи диференцiальних рiвнянь . . . . . . . . . . . . 84

3.3.1. Некритичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 84

3.3.2. Критичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 110

3.3.3. Точки повороту . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 127

3.4. Перiодичнi розв’язки вироджених сингулярно збурених систем

диференцiальних рiвнянь . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 132

3.4.1. Некритичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 132

19

3.4.2. Критичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 141

3.5. Асимптотичне iнтегрування вироджених сингулярно збурених

лiнiйних систем диференцiальних рiвнянь . . . . . . . . . . 148

Висновки до роздiлу 3 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 163

РОЗДIЛ 4. ПОБУДОВА АСИМПТОТИЧНИХ ФОРМУЛ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗКУ ОСНОВНОЇ ПОЧАТКОВОЇ ЗАДАЧI ДЛЯ ВИРОДЖЕНОЇ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНОЇ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦIАЛЬНИХ РIВНЯНЬ IЗ

МАЛИМ ЗАПIЗНЕННЯМ АРГУМЕНТУ . . . . . . . . . . . . . . . 165

4.1. Постановка задачi . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 165

4.2. Побудова розв’язку основної початкової задачi для виродженої

сингулярно збуреної системи диференцiальних рiвнянь iз малим

запiзненням аргументу . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 166

4.2.1. Некритичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 166

4.2.2. Критичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 189

4.3. Перiодичнi розв’язки вироджених сингулярно збурених систем

диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу . 207

4.3.1. Некритичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 207

4.3.2. Критичний випадок . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 216

Висновки до роздiлу 4 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 222

РОЗДIЛ 5. АСИМПТОТИЧНЕ IНТЕГРУВАННЯ ПЕРШОЇ КРАЙОВОЇ

ЗАДАЧI ДЛЯ ВИРОДЖЕНОЇ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНОЇ ЛIНIЙНОЇ

СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦIАЛЬНИХ РIВНЯНЬ З ЧАСТИННИМИ ПОХIДНИМИ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 224

5.1. Постановка задачi . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 224

5.2. Побудова розв’язку першої крайової задачi для сингулярно

збуреної лiнiйної системи диференцiальних рiвнянь з частинними

похiдними гiперболiчного типу . . . . . . . . . . . . . . . . 225

20

5.3. Перша крайова задача для сингулярно збуреної лiнiйної системи

диференцiальних рiвнянь з частинними похiдними параболiчного типу . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 267

Висновки до роздiлу 5 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 283

ВИСНОВКИ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 285

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ . . . . . . . . . . . . . . . . 289

ДОДАТОК . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 325

Список публiкацiй . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 325

Апробацiя результатiв дисертацiї . . . . . . . . . . . . . . . . . . 335

21

ВСТУП

Актуальнiсть теми. У данiй дисертацiйнiй роботi побудовано розв’язок початкової задачi для деяких типiв вироджених систем

диференцiально-функцiональних рiвнянь. Зокрема, розглядаються системи диференцiальних рiвнянь

B(t)

dx

dt = f(x, t), (1)

системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь

εB(t, ε)

dx

dt = f(x, t, ε) (2)

та системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу

εB(t, ε)

dx

dt = f(x(t, ε), x(t − ε, ε), t, ε), (3)

з матрицею при похiдних, що може змiнювати свiй ранг в окремих точках

вiдповiдної областi визначення.

Можлива змiна рангу матрицi B(t) (B(t, ε)) не дозволяє скористатись

вiдомими результатами теорiї вироджених систем, основи якої закладено

в працях Ю.Є. Бояринцева, В.Ф. Чистякова [12 – 17], С. Кемпбелла, Л.

Петцольд [217 – 220], А.М. Самойленка, М.I. Шкiля, В.П. Яковця [110, 111,

198] та iн.

Разом з тим системи (1) – (3) описують математичнi моделi багатьох

практичних задач механiки, радiотехнiки, аеродинамiки, хiмiчної кiнетики,

бiологiї, оптимального управлiння, характеристики яких змiнюються на

певному часовому iнтервалi.

У роботi також дослiджується перша крайова задача для лiнiйної системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з частинними похiдними другого порядку

22

ε

2B(t, ε)

∂

2u

∂t2

= A(t, ε)

∂

2u

∂x2

+ εC(x, t, ε)u + f(x, t, ε). (4)

Розглядається випадок гiперболiчної та параболiчної систем.

Зазначимо, що наявнiсть матриць A(t, ε) та B(t, ε), взагалi кажучи,

не дозволяє провести класифiкацiю системи (4) i тому наперед невiдомими

є асимптотичнi властивостi її розв’язкiв, якi у випадку, коли тип системи

визначено, дослiджувались, наприклад, в працях О.А. Олейник [85 – 89],

С.Ф. Фещенка, М.I. Шкiля [174] та iн.

Асимптотичний аналiз системи (4) за певних умов можна виконати

за допомогою методу Вишика-Люстерника [32] або методу кутових примежевих функцiй В.Ф. Бутузова [18 – 22]. При цьому функцiї сингулярної

частини асимптотики є розв’язками певних крайових задач. А тому практичне застосування вiдповiдних розвинень доволi обмежене.

У данiй роботi розв’язок першої крайової задачi для системи (4) побудовано за допомогою методу вiдокремлення змiнних з використанням

методу малого параметру, розробленого С.Ф. Фещенком та М.I. Шкiлем

для систем лiнiйних диференцiальних рiвнянь iз повiльно змiнними коефiцiєнтами.

Таким чином, дослiдження початкової задачi для систем (1) – (3) та

першої крайової задачi для системи (4) є актуальним.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертацiйна робота виконана в рамках НДР "Асимптотичний аналiз систем сингулярно збурених диференцiально-функцiональних рiвнянь

з виродженнями" (номер державної реєстрацiї 0104U004016), "Асимптотичне iнтегрування систем сингулярно збурених диференцiальнофункцiональних рiвнянь з виродженням" (0107U000581) та "Асимптотичне iнтегрування вироджених сингулярно збурених систем диференцiальних

рiвнянь" (0110U001582), що виконувались на кафедрi математичного ана-

23

лiзу та диференцiальних рiвнянь НПУ iменi М.П. Драгоманова.

Особистий внесок дисертанта полягає в розробцi алгоритмiв побудови

розв’язку задачi Кошi для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь, розв’язку основної початкової задачi для виродженої

системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу та розв’язку першої крайової задачi для виродженої системи лiнiйних сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з частинними

похiдними другого порядку.

Мета i завдання дослiдження. Мета дослiдження – розробка

методiв асимптотичного iнтегрування деяких типiв вироджених систем

диференцiально-функцiональних рiвнянь. Зокрема, вироджених систем диференцiальних рiвнянь, вироджених систем сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь, вироджених систем сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу та вироджених систем лiнiйних сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з частинними похiдними другого порядку.

Об’єкт дослiдження – виродженi системи диференцiальних рiвнянь,

виродженi системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь, виродженi системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу та виродженi лiнiйнi системи сингулярно збурених

диференцiальних рiвнянь з частинними похiдними другого порядку.

Предмет дослiдження – асимптотичнi властивостi розв’язку задачi

Кошi для виродженої системи диференцiальних рiвнянь та для виродженої

системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь, розв’язку основної початкової задачi для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу та розв’язку першої

крайової задачi для виродженої системи лiнiйних сингулярно збурених ди-

24

ференцiальних рiвнянь з частинними похiдними другого порядку.

Завдання дослiдження:

– знаходження достатнiх умов iснування та єдиностi розв’язку задачi Кошi для виродженої системи диференцiальних рiвнянь та для виродженої

системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь i побудова їх асимптотичних розвинень;

– знаходження достатнiх умов iснування та єдиностi розв’язку основної

початкової задачi для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу i побудова його асимптотики;

– побудова перiодичних розв’язкiв виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь та виродженої системи сингулярно збурених

диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу з перiодичними

коефiцiєнтами;

– знаходження достатнiх умов iснування та єдиностi розв’язку першої крайової задачi для виродженої системи лiнiйних сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з частинними похiдними другого порядку i побудова

його асимптотики.

Методи дослiдження. Для побудови формальних розвинень початкових задач, що розглядаються у данiй роботi, використовується метод

примежевих функцiй. Це дозволяє дослiджувати задачi з рiзного роду

виродженнями. Обгрунтування асимптотики вiдбувається за допомогою

методу послiдовних наближень та методу стискуючих вiдображень. При

цьому суттєво застосовується технiка зведення в’язок матриць до канонiчного вигляду.

Перiодичнi розв’язки вiдповiдних систем побудовано за допомогою

методу малого параметру асимптотичного iнтегрування систем диферен-

25

цiальних рiвнянь з перiодичними коефiцiєнтами, основи якого закладено в

працях О.М. Ляпунова, А. Пуанкаре, Ю.О. Рябова та iн.

Для знаходження розв’язку першої крайової задачi використано метод

вiдокремлення змiнних (метод Фур’є), метод малого параметру, розроблений С.Ф. Фещенком та М.I. Шкiлем для систем лiнiйних диференцiальних

рiвнянь iз повiльно змiнними коефiцiєнтами, методи диференцiального iнварiанту та стискуючих вiдображень.

Наукова новизна одержаних результатiв. У дисертацiйнiй роботi розроблено методику дослiдження вироджених систем диференцiальнофункцiональних рiвнянь, за допомогою якої можна описати асимптотичнi властивостi розв’язкiв вiдповiдних початкових задач у випадку, коли

кронекерева структура в’язки матриць, що породжена лiнiйною частиною

зазначених систем, не є стабiльною.

Всi основнi результати даної роботи є новими. У нiй вперше:

– наведено достатнi умови iснування та єдиностi розв’язку задачi Кошi для

виродженої системи диференцiальних рiвнянь, побудовано асимптотичне

розвинення зазначеного розв’язку i доведено теореми про асимптотичнi

оцiнки рiзницi мiж точним i знайденим асимптотичним розв’язком даної

задачi Кошi;

– для виродженої системи диференцiальних рiвнянь з голоморфними коефiцiєнтами доведено теорему про iснування та єдинiсть голоморфного

розв’язку задачi Кошi;

– встановлено достатнi умови iснування та єдиностi розв’язку задачi Кошi

для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь,

наведено асимптотичне розвинення зазначеного розв’язку i доведено теореми про асимптотичнi оцiнки рiзницi мiж точним i знайденим асимптотичним розв’язком даної задачi Кошi;

26

– з’ясовано достатнi умови iснування та єдиностi розв’язку основної початкової задачi для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу, побудовано асимптотичне

розвинення зазначеного розв’язку i доведено теореми про асимптотичнi

оцiнки рiзницi мiж точним i знайденим асимптотичним розв’язком даної

початкової задачi;

– наведено нелокальнi теореми про iснування та єдинiсть розв’язку задачi Кошi для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних

рiвнянь та розв’язку основної початкової задачi для виродженої системи

сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу;

– розроблено алгоритм побудови перiодичних розв’язкiв виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з перiодичними коефiцiєнтами та виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних

рiвнянь з перiодичними коефiцiєнтами iз малим запiзненням аргументу.

Доведено теореми про iснування та єдинiсть перiодичного розв’язку зазначених систем, що задовольняє певну асимптотичну оцiнку;

– побудовано розв’язок (узагальнений розв’язок) у виглядi ряду за власними функцiями задачi Штурма-Лiувiлля першої крайової задачi для виродженої системи лiнiйних сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з

частинними похiдними другого порядку. Розглянуто випадок гiперболiчної

та параболiчної систем двох або трьох рiвнянь.

Практичне значення одержаних результатiв. Результати дисертацiйної роботи мають теоретичний характер i можуть бути використанi

для подальшого розвитку теорiї сингулярних збурень, оскiльки запропонований пiдхiд дозволяє з єдиних позицiй вивчати рiзноманiтнi виродженi

системи диференцiально-функцiональних рiвнянь.

27

Практичне значення отриманих результатiв полягає в можливостi їх

застосування в багатьох прикладних задачах механiки, радiотехнiки, аеродинамiки, хiмiчної кiнетики, бiологiї, оптимального управлiння тощо, математичнi моделi яких приводять до систем даного типу.

Особистий внесок здобувача. Усi основнi науковi результати дисертацiї одержано здобувачем особисто. У спiльних з науковим консультантом працях доктору фiзико-математичних наук, професору М.I. Шкiлю

належить постановка задач та обговорення можливих шляхiв їх розв’язання. У спiльнiй працi з кандидатом фiзико-математичних наук, доцентом

С.П. Радченком, останньому належить процедура застосування теореми

про стискуюче вiдображення до рiвняння (15).

Апробацiя результатiв дисертацiї. Основнi результати дисертацiйної роботи доповiдались на таких конференцiях.

– Мiжнародна конференцiя "Диференцiальнi рiвняння i нелiнiйнi коливання" , м. Чернiвцi, Україна, 27.08.2001 – 29.08.2001.

– Теорiя еволюцiйних рiвнянь. Мiжнародна конференцiя "П’ятi Боголюбiвськi читання" , м. Кам’янець-Подiльський, Україна, 22.05.2002 – 24.05.2002.

– Мiжнародна конференцiя "Асимптотичнi методи в теорiї диференцiальних рiвнянь" , м. Київ, Україна, 16.12.2002.

– Десята мiжнародна наукова конференцiя iменi академiка М. Кравчука,

м. Київ, Україна, 13.05.2004 – 15.05.2004.

– Київська Боголюбiвська конференцiя "Сучаснi проблеми математики та

теоретичної фiзики" , м. Київ, Україна, 13.09.2004 – 16.09.2004.

– Мiжнародна математична конференцiя iменi В.Я. Скоробагатька, м. Дрогобич, Україна, 27.09.2004 – 01.10.2004.

– "Диференцiальнi рiвняння та їх застосування". Мiжнародна конференцiя, присвячена 60-рiччю кафедри iнтегральних та диференцiальних рiв-

28

нянь Київського нацiонального унiверситету iменi Тараса Шевченка, м. Київ, Україна, 06.06.2005 – 09.06.2005.

– Международная конференция "Интегральные уравнения и их применения" , м. Одеса, Україна, 29.06.2005 – 04.07.2005.

– Одинадцята мiжнародна наукова конференцiя iменi академiка М. Кравчука, м. Київ, Україна, 18.05.2006 – 20.05.2006.

– Восьмая Крымская международная математическая школа "Метод

функций Ляпунова и его приложения" , м. Алушта, Україна, 10.09.2006

– 17.09.2006.

– Мiжнародна наукова конференцiя "Математичний аналiз i диференцiальнi рiвняння та їх застосування" , м. Ужгород, Україна, 18.09.2006 –

23.09.2006.

– Международная конференция "Дифференциальные уравнения и смежные вопросы" , м. Москва, Росiя, 21.05.2007 – 26.05.2007.

– Lyapunov Memorial Conference. International Conference on the occasion of

the 150th birthday of Aleksandr Mikhailovich Lyapunov, м. Харкiв, Україна,

24.06.2007 –30.06.2007.

– Мiжнародна конференцiя "Боголюбiвськi читання 2007" , м. Київ – Житомир, Україна, 19.08.2007 – 02.09.2007.

– Дванадцята мiжнародна наукова конференцiя iменi академiка М. Кравчука, м. Київ, Україна, 15.05.2008 – 17.05.2008.

– "Боголюбiвськi читання 2008". Мiжнародна наукова конференцiя "Диференцiальнi рiвняння, теорiя функцiй та їх застосування" , з нагоди 70-

рiччя з дня народження академiка А.М.Самойленка, м. Мелiтополь, Україна, 16.06.2008 – 21.06.2008.

– Український математичний конгрес – 2009 (до 100-рiччя вiд дня народ-

29

ження М.М. Боголюбова), м. Київ, Україна, 27.08.2009 — 29.08.2009.

– Тринадцята мiжнародна наукова конференцiя iменi академiка М. Кравчука, м. Київ, Україна, 13.05.2010 – 15.05.2010.

– Международная конференция "Дифференциальные уравнения и смежные вопросы" , м. Москва, Росiя, 30.05.2011 – 04.06.2011.

– Мiжнародна наукова конференцiя присвячена 65-рiччю кафедри iнтегральних та диференцiальних рiвнянь Київського нацiонального унiверситету iменi Тараса Шевченка, м. Київ, Україна, 08.06.2011 – 10.06.2011.

– Мiжнародна математична конференцiя iменi В.Я. Скоробагатька, м. Дрогобич, Україна, 19.09.2011 – 23.09.2011.

– Мiжнародна математична конференцiя «Боголюбовськi читання DIF2013. Диференцiальнi рiвняння, теорiя функцiй та їх застосування», м. Севастополь, Україна, 23.06.2013 – 30.06.2013.

– Мiжнародна математична конференцiя «Диференцiальнi рiвняння, обчислювальна математика, теорiя функцiй та математичнi методи механiки»,

м. Київ, Україна, 23.04.2014 — 24.04.2014.

На засiданнях наукових семiнарiв:

– з диференцiальних рiвнянь кафедри iнтегральних та диференцiальних рiвнянь механiко-математичного факультету Київського нацiонального унiверситету iменi Тараса Шевченка (науковi керiвники: академiк НАН

України, доктор фiзико-математичних наук, професор А.М. Самойленко

та академiк НАН України, доктор фiзико-математичних наук, професор

М.О. Перестюк), м. Київ, Україна, 2013, 2017;

– "Асимптотичнi та аналiтичнi методи для задач математичної фiзики" кафедри математичної фiзики механiко-математичного факультету Київського нацiонального унiверситету iменi Тараса Шевченка (науковi керiвники: доктор фiзико-математичних наук, професор Т.А. Мельник та доктор

30

фiзико-математичних наук, професор В.Г. Самойленко), м. Київ, Україна,

2011, 2012;

– кафедри загальної математики механiко-математичного факультету

Київського нацiонального унiверситету iменi Тараса Шевченка (науковi керiвники: доктор фiзико-математичних наук, професор О.М. Станжицький

та доктор фiзико-математичних наук, професор Г.Л. Кулiнiч), м. Київ,

Україна, 2012;

– з асимптотичних методiв у теорiї диференцiальних рiвнянь кафедри математичного аналiзу та диференцiальних рiвнянь Нацiонального педагогiчного унiверситету iменi М.П. Драгоманова (науковий керiвник – академiк

НАПН України, доктор фiзико-математичних наук, професор М.I. Шкiль),

м. Київ, Україна, 2012.

Публiкацiї. Основнi результати дисертацiї опублiковано у 51 працi

[98, 112 – 151, 199 – 205, 251 – 253], з яких одна монографiя, 27 статей у

фахових наукових виданнях, зокрема, 6 статей в журналах, що входять

до наукометричної бази Scopus, 23 у збiрниках тез мiжнародних наукових

конференцiй.

Структура та обсяг роботи. Дисертацiйна робота складається зi

вступу, п’яти роздiлiв, що мiстять 15 пiдроздiлiв, висновкiв та списку використаних джерел (257 найменувань). Загальний обсяг дисертацiї становить

336 сторiнок, список використаних джерел – 36 сторiнок.

У першому роздiлi наведено огляд лiтератури з тематики дисертацiї

i визначено напрями дослiджень дисертацiйної роботи.

Другий роздiл присвячено дослiдженню задачi Кошi для виродженої системи диференцiальних рiвнянь. Тут розроблено алгоритм побудови

розв’язку задачi Кошi для системи (1). Знайдено достатнi умови iснування

та єдиностi зазначеного розв’язку i наведено його асимптотичне розвинен-

31

ня у виглядi ряду за степенями незалежної змiнної. Розглянуто випадок

як простих, так i кратних елементарних дiльникiв граничної регулярної

в’язки матриць.

Для виродженої системи диференцiальних рiвнянь з голоморфними

коефiцiєнтами доведено теорему про iснування та єдинiсть голоморфного

розв’язку задачi Кошi.

У третьому роздiлi дослiджується задача Кошi для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь. Тут розроблено алгоритм побудови розв’язку задачi Кошi для системи (2). Знайдено достатнi

умови iснування та єдиностi зазначеного розв’язку i наведено його асимптотичне представлення у виглядi суми двох розвинень – регулярної та

сингулярної частин асимптотики. Розглянуто випадок як простих, так i

кратних елементарних дiльникiв граничної регулярної в’язки матриць.

Отриманi результати узагальнено для виродженої системи сингулярно

збурених диференцiальних рiвнянь з малою нелiнiйнiстю.

Наведено нелокальнi аналоги теорем про iснування та єдинiсть

розв’язку задачi Кошi для системи (2), що має певну асимптотичну оцiнку.

Асимптотично проiнтегровано задачу Кошi для виродженої системи

сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з точкою повороту.

Розроблено алгоритм побудови перiодичного розв’язку виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з перiодичними коефiцiєнтами. Доведено теореми про iснування та єдинiсть перiодичного

розв’язку системи (2) з перiодичними коефiцiєнтами та наведено його асимптотичне представлення у виглядi ряду за степенями малого параметра.

Розглянуто випадок як простих, так i кратних елементарних дiльникiв граничної регулярної в’язки матриць.

Асимптотично проiнтегровано вироджену лiнiйну систему сингуляр-

32

но збурених диференцiальних рiвнянь у випадку кратного спектру граничної за малим параметром в’язки матриць. Для побудови асимптотичних

розв’язкiв зазначеної системи використано збурене характеристичне рiвняння, за допомогою якого випадок кратних коренiв зведено до випадку

простих коренiв характеристичного рiвняння.

Четвертий роздiл присвячено дослiдженню основної початкової задачi для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу. Тут розроблено алгоритм побудови

розв’язку основної початкової задачi для системи (3). Знайдено достатнi

умови iснування та єдиностi зазначеного розв’язку i наведено його асимптотичне представлення у виглядi суми двох розвинень – регулярної та

сингулярної частин асимптотики. Розглянуто випадок як простих, так i

кратних елементарних дiльникiв граничної регулярної в’язки матриць.

Отриманi результати узагальнено для виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь iз малим запiзненням аргументу i

малою нелiнiйнiстю.

Наведено нелокальнi аналоги теорем про iснування та єдинiсть

розв’язку основної початкової задачi для системи (3), що має певну асимптотичну оцiнку.

Розроблено алгоритм побудови перiодичного розв’язку виродженої системи сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з перiодичними коефiцiєнтами i малим запiзненням аргументу. Доведено теореми про iснування та єдинiсть перiодичного розв’язку системи (3) з перiодичними коефiцiєнтами та наведено його асимптотичне представлення у виглядi ряду за

степенями малого параметра. Розглянуто випадок як простих, так i кратних елементарних дiльникiв граничної регулярної в’язки матриць.

У п’ятому роздiлi дослiджується перша крайова задача для виро-

33

дженої системи лiнiйних сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з

частинними похiдними другого порядку. Розглянуто випадок гiперболiчної

та параболiчної систем двох (простий скiнченний елементарний дiльник

граничної регулярної в’язки матриць) або трьох (скiнченний елементарний дiльник кратностi 2) рiвнянь. Розроблено алгоритм побудови розв’язку (узагальненого розв’зку) першої крайової задачi зазначених систем у

виглядi ряду за власними функцiями задачi Штурма-Лiувiлля.

Наведено теореми про iснування та єдинiсть розв’язку (узагальненого

розв’язку) першої крайової задачi, що має певну асимптотичну оцiнку.

Отриманi результати узагальнено для виродженої системи лiнiйних

сингулярно збурених диференцiальних рiвнянь з частинними похiдними

другого порядку, матричнi коефiцiєнти якої при похiдних не залежать вiд

малого параметра.

У висновках сформульовано основнi результати дисертацiйної роботи.

Автор висловлює щиру подяку своєму науковому консультанту академiку НАПН України, доктору фiзико-математичних наук, професору

Миколi Iвановичу Шкiлю за постановку розглянутих у дисертацiйнiй

роботi задач та постiйну увагу до роботи.

ВИСНОВКИ

Уданйдисертацйнйроботдослджуєтьсяпочатковазадачадлядеякихтипввиродженихсистемдиференцальнофункцональнихрвнянь

Зокремарозглядаютьсясистемидиференцальнихрвняньсистемисингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньсистемисингулярнозбурених

диференцальнихрвняньзмалимзапзненнямаргументутасистемилнйнихсингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзчастиннимипохднимидругогопорядку

Удисертацйнйробототриманотакновнауковрезультати

Розробленометодикудослдженнявиродженихсистемдиференцальнофункцональнихрвняньзадопомогоюякоїможнаописатиасимптотичн

властивострозв’язкувдповдноїпочатковоїзадачувипадкуколикронекереваструктурав’язкиматрицьщопородженалнйноючастиноюзазначенихсистемнеєстабльною

Знайденодостатнумовиснуваннятаєдинострозв’язкузадачКош

длясистемидиференцальнихрвняньзвиродженоюуточцматрицею

припохднихНаведеноасимптотичнерозвиненнязазначеногорозв’язкуу

виглядрядузастепеняминезалежноїзмнноїДоведенотеоремипроасимптотичноцнкирзницмжточнимзнайденимасимптотичнимрозв’язкомданоїзадачКош

Длявиродженоїсистемидиференцальнихрвняньзголоморфнимикоефцєнтамидоведенотеоремупроснуваннятаєдинстьголоморфного

розв’язкузадачКош

Наведенодостатнумовиснуваннятаєдинострозв’язкузадачКош

длясистемисингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзвиродженою

уточцматрицеюприпохднихПобудованоасимптотичнерозвиненнязазначеногорозв’язкуувиглядсумидвохрозвинень–регулярноїтасин



гулярноїчастинасимптотикиДоведенотеоремипроасимптотичноцнки

рзницмжточнимзнайденимасимптотичнимрозв’язкомданоїзадач

Кош

Доведенонелокальнтеоремипроснуваннятаєдинстьрозв’язкузадач

Кошдлявиродженоїсистемисингулярнозбуренихдиференцальнихрвнянь

Розробленоалгоритмпобудовиперодичногорозв’язкусистемисингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзперодичнимикоефцєнтами

виродженоюматрицеюприпохднихДоведенотеоремипроснуваннята

єдинстьперодичногорозв’язкузазначеноїсистемищозадовольняєпевну

асимптотичнуоцнку

Побудованоасимптотичнрозв’язкивиродженоїсистемилнйнихсингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзаумовикратнихкоренвхарактеристичногорвнянняВипадоккратногокоренязведенодовипадку

простихкоренвхарактеристичногорвняння

Знайденодостатнумовиснуваннятаєдинострозв’язкуосновноїпочатковоїзадачдлясистемисингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньз

малимзапзненнямаргументувиродженоюуточцматрицеюприпохднихПобудованоасимптотичнерозвиненнязазначеногорозв’язкуувигляд

сумидвохрозвинень–регулярноїтасингулярноїчастинасимптотикиДоведенотеоремипроасимптотичноцнкирзницмжточнимзнайденим

асимптотичнимрозв’язкомданоїпочатковоїзадач

Доведенонелокальнтеоремипроснуваннятаєдинстьрозв’язкуосновноїпочатковоїзадачдлявиродженоїсистемисингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзмалимзапзненнямаргументу

Розробленоалгоритмпобудовиперодичногорозв’язкусистемисингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзперодичнимикоефцєнтамиз



малимзапзненнямаргументувиродженоюматрицеюприпохднихДоведенотеоремипроснуваннятаєдинстьперодичногорозв’язкузазначеної

системищозадовольняєпевнуасимптотичнуоцнку

Побудованорозв’язокувиглядрядузавласнимифункцямизадач

ШтурмаЛувлляпершоїкрайовоїзадачдлявиродженоїсистемилнйнихсингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзчастиннимипохднимидругогопорядкуРозглянутовипадокгперболчноїтапараболчноїсистемдвохаботрьохрвнянь

Знайденодостатнумовиснуваннятаєдинострозв’язкуузагальненогорозв’язкупершоїкрайовоїзадачдлявиродженоїсистемилнйних

сингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзчастиннимипохдними

другогопорядкущозадовольняєпевнуасимптотичнуоцнку

Отриманрезультатиузагальненодлявиродженоїсистемилнйнихсингулярнозбуренихдиференцальнихрвняньзчастиннимипохднимидругогопорядкуматричнкоефцєнтиякоїприпохднихнезалежатьвдмалого

параметра

ДисертацйнароботамаєтеоретичнийхарактерЇїрезультатиможуть

бутивикористандляподальшогорозвиткутеорїсингулярнихзбурень

Уроботобгрунтованоснуваннятаєдинстьрозв’язкузазначенихпочатковихзадачщомаєпевнуасимптотичнуоцнкуОтриманийнаближенийаналтичнийвиразшуканогорозв’язкудозволяєзастосуватидляз’ясуванняйоговластивостейметодияксноїтеорїдиференцальнихрвнянь

Прицьомувжеклькапершихнаближеньякправилодостатньоюмрою

описуютьдослджуванвластивостточногорозв’язку

Зазначимощозперелченихрезультатвякнаслдоквипливають

аналогчнтвердженнядлявдповднихтипвсистемдиференцальнофункцональнихрвняньбезвиродження



Результатидисертацйноїроботиможутьбутиузагальнендляншихтипвсистемдиференцальнофункцональнихрвняньзвиродженням

Практичнезначенняотриманихрезультатвполягаєвможливостїхзастосуваннявбагатьохприкладнихзадачахмеханкирадотехнкиаеродинамкихмчноїкнетикибологїоптимальногоуправлннятощоматематичнмоделякихприводятьдосистемданоготипу