

На правах рукописи

ГАВРИЛОВ Андрей Сергеевич

**МЕТОДЫ ЭМПИРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ
ПРОСТРАНСТВЕННО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ
К ИЗУЧЕНИЮ КЛИМАТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

01.04.03 – радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (г. Нижний Новгород)

Научный руко-
водитель

Фейгин Александр Маркович, доктор физико-математических наук
ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»

Официальные
оппоненты

Грицун Андрей Сергеевич, доктор физико-математических наук
ФГБУН Институт вычислительной математики Российской академии наук

Елисеев Алексей Викторович, доктор физико-математических наук
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Ведущая
организация

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук

Защита состоится «28» октября 2019 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 002.69.02 при Институте прикладной физики РАН (603950, г. Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук».

Автореферат разослан « » _____ 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук



Э. Б. Абубакиров

Общая характеристика диссертации

Актуальность работы. Диссертация посвящена разработке и применению новых методов исследования сложных систем: пространственно распределенных систем, демонстрирующих мультимасштабную высоко-размерную динамику. В настоящее время все более и более актуальным становится эмпирическое исследование таких систем, основанное на построении их моделей путем прямого анализа наблюдаемых данных. Ввиду быстрого роста количества и качества методов и средств измерений, доступных вычислительных мощностей и сопутствующих методов машинного обучения, методы эмпирической реконструкции уже сегодня могут быть применены во многих активно развивающихся областях знаний (наиболее известными примерами являются нейросистемы и климатическая система Земли). По сравнению с традиционными моделями «из первых принципов», эмпирические модели в большей степени определяются имеющимися данными, чем конкретными параметризациями различных процессов, в том числе процессов, механизмы которых до сих пор до конца не изучены, и процессов подсеточного масштаба. В наиболее общей постановке, при эмпирическом моделировании конкретные уравнения, описывающие систему, заранее *не известны*.

К основным задачам, которые могут быть решены эмпирическими методами и которым посвящена настоящая работа, можно отнести выявление законов эволюции исследуемой системы и прогноз ее поведения; поиск низкоразмерных переменных для описания системы (эмпирическая редукция размерности) и, как следствие, выявление главных режимов (мод) ее изменчивости; поиск и анализ связей между компонентами исследуемой системы. Задача выявления законов эволюции системы имеет непосредственное отношение к нелинейной динамике: как правило, при ее решении система, породившая наблюдаемый временной ряд данных, рассматривается как динамическая система, т.е. предполагается наличие оператора эволюции и фазового пространства, в котором он действует [1, 2]. В последние десятилетия реконструкции динамических систем посвящено большое количество работ (см., например, [2, 3] и цитируемую там литературу). В частности, созданы и проверены на множестве примеров методы реконструкции детерминированного оператора эволюции по хаотическим [4, 5], нестационарным [6–8], зашумленным [9–12] временным рядам, а также стохастического (случайного) оператора эволюции [13–16].

Во многих практических приложениях, в частности, при исследовании климата, наблюдаемые данные представляют собой эволюционирующие во времени пространственные поля одной или нескольких переменных, измененные с дискретным пространственным и временным шагом и имеющие ограниченную протяженность по времени. Размерность таких пространственно распределенных временных рядов пропорциональна количеству

узлов в пространственной сетке, т.е. огромна. С одной стороны, такие данные содержат больше информации о системе, чем каждый из составляющих их скалярных временных рядов, с другой стороны, конечная длина реально доступной временной выборки порождает существенное фундаментальное ограничение на максимально допустимую размерность фазового пространства, в котором возможно статистически обоснованное построение модели оператора эволюции, и, следовательно, исходные переменные на пространственно распределенной сетке напрямую для моделирования оператора эволюции не подходят. При этом ясно, что во многих случаях для описания системы в конкретном диапазоне пространственных и временных масштабов, хорошо представленных в наблюдаемом ряде данных, количество независимых переменных, необходимых для описания их динамики, может быть существенно меньше, чем количество узлов в полной пространственной сетке. Поэтому для таких систем активно разрабатываются методы эмпирической редукции размерности.

Эмпирическая редукция размерности является одним из наиболее важных этапов в задаче выбора фазовых переменных, поскольку она должна максимально возможным образом сохранять ключевые свойства системы, лежащие в основе наблюдаемой динамики. Низкоразмерные переменные, получаемые в результате эмпирической редукции размерности, могут открывать возможности к исследованию главных мод изменчивости системы и ее низкоразмерному моделированию. С формальной точки зрения, редукция размерности состоит в отображении наблюдаемых данных из высокоразмерного пространства исходных переменных в низкоразмерное подпространство (многообразие), задаваемое новыми определяющими его переменными. Во многих широко используемых методах эмпирической редукции размерности такое отображение является линейным (например, [17–20]), что делает их простыми с точки зрения численной реализации и имеющими сравнительно небольшую ресурсоемкость; однако при этом не учитывается в явном виде нелинейность связей между различными наблюдаемыми переменными, которая, в случае общего положения, может иметь место в пространственно распределенных системах (в частности, в климатической системе), ограничивая эффективность применения данных методов в целом ряде задач. При этом задача нелинейной редукции размерности, являясь наиболее общей по постановке, сама по себе, вообще говоря, не имеет единственного решения и поэтому требует наличия адекватной регуляризации, т.е. априорной информации о конкретной изучаемой системе, и применения методов оптимизации решения. Кроме того, в связи с этим ресурсоемкость соответствующих методов (см., например, [21–24]) оказывается значительно выше, чем ресурсоемкость линейных методов редукции размерности. В настоящей диссертационной работе разработан новый метод нелинейной редукции размерности (метод нелинейных динамических мод), учитывающий, помимо нелинейности

системы, доминирующие временные масштабы ее эволюции.

Одним из естественных и актуальных объектов применения вышеописанных методов является климатическая система Земли. Из всего многообразия временных масштабов, имеющихсся в данной системе, в диссертационной работе внимание уделяется диапазону масштабов от нескольких месяцев до десятилетий, представляемых пространственно распределенными временными рядами температуры поверхности океана (ТПО) в XIX-XXI столетиях. Одной из главных и наиболее известных составляющих изменчивости климата на этих временных масштабах является Эль-Ниньо – Южное Колебание [25] (ЭНЮК). Данное явление существенно влияет на погодные условия (в том числе, экстремальные) как непосредственно в тропиках Тихого океана, так и во многих других регионах земного шара [26–29], что делает задачу прогноза динамики ЭНЮК чрезвычайно актуальной. В динамике ТПО присутствуют и большие временные масштабы: тренд глобального потепления, связанный как с естественной изменчивостью, так и с антропогенным ростом концентрации парниковых газов в атмосфере, представляющим собой внешнее воздействие на климатическую систему, декадная изменчивость ТПО в Тихом океане [30], северной Атлантике [31] и др. Относительная близость величин перечисленных масштабов не позволяет рассматривать порождающие их процессы как полностью независимые, невзаимодействующие подсистемы. Так, в недавних работах [32,33] указывается, что естественная декадная изменчивость существенно модулирует рост глобальной средней температуры; в частности, по мнению авторов работы [32], замедление глобального потепления 1998-2015 гг. тесно связано с наступлением отрицательной фазы Тихоокеанского декадного колебания (ТДК). В настоящее время ясно, что корректное моделирование естественной изменчивости чрезвычайно важно для оценки будущего поведения глобального климата; при этом воспроизведение декадной изменчивости существующими климатическими моделями все еще не является достаточно надежным [32,34].

Основной целью диссертации является разработка новых методов эмпирической реконструкции пространственно распределенных систем, применимых, в том числе, к наблюдаемым данным об эволюции климатической системы Земли. Для достижения цели были поставлены и решены следующие конкретные задачи:

1. Разработка и тестирование метода построения оптимальной эмпирической модели оператора эволюции, учитывающего такие особенности моделируемой системы, как ее пространственная распределенность, нелинейность, нестационарность, а также наличие различных внешних воздействий.

2. Разработка и тестирование нового метода эмпирической редукции размерности пространственно распределенных данных, учитывающего оптимальным образом как нелинейность связей между процессами в

пространственно разнесенных точках, так и динамическую природу этих процессов, проявляющуюся в существовании различных характерных временных масштабов эволюции системы.

3. Применение разработанных методов редукции размерности к данным температуры поверхности океана и интерпретация результатов.

4. Создание прогностической эмпирической модели Эль-Ниньо Южно-го Колебания – одной из главных мод изменчивости климата на межгодовых масштабах – на основе разработанных методов.

Методы и подходы, используемые в диссертации. Для построения моделей оператора эволюции используются методы реконструкции динамических систем с помощью «переменных с задержками», основанные на идеях теоремы Такенса и ее обобщений [3]. Для решения обратных задач, возникающих как при реконструкции оператора эволюции, так и при редукции размерности данных, используется подход, основанный на теореме Байеса [35], при реализации которого задействуются численные алгоритмы оптимизации нелинейных функций многих переменных и методы их приближенного интегрирования, методы линейной алгебры, расчет доверительных интервалов характеристик исследуемой системы, а также статистических характеристик получаемых моделей.

Научная новизна работы заключается в том, что в ней разработаны (1) новый метод эмпирической реконструкции оператора эволюции системы, применимый к пространственно распределенным данным и позволяющий учесть их такие особенности, как гладкость временных рядов переменных, получаемых в результате применения методов редукции размерности к данным, а также возможные присутствие в системе медленной нестационарности и зависимость системы от внешних воздействий, и (2) новый метод эмпирической редукции размерности пространственно распределенных данных, заключающийся в поиске нелинейных динамических мод и учитывающий как наличие нелинейных связей между значениями, наблюдаемыми в различных пространственно разнесенных точках, так и наличие причинно-следственных связей в исследуемой системе. Кроме того, указанные методы впервые применены к реальным данным измерений.

Практическая ценность работы состоит в том, что разработанные методы были применены к исследованию климатической системы Земли на интервале с 1870 по 2014 год и дали объективную информацию о ее устройстве. Кроме того, разработанные методы позволили создать эмпирическую прогностическую модель явления Эль-Ниньо, существенно влияющего на режимы погоды (в том числе, экстремальные) в различных регионах земного шара. Разработанные методы также могут применяться как к исследованию климатической системы на других пространственных и временных масштабах, так и к анализу сложных систем в других областях науки.

Положения, выносимые на защиту.

1. Учет ненулевого временного масштаба автокорреляции переменных, получаемых в результате эмпирической редукции размерности пространственно распределенных данных, при построении по этим переменным стохастической модели оператора эволюции, улучшает байесову обоснованность данной модели. Модифицированная таким образом модель способна как давать краткосрочный прогноз фазовой траектории, так и качественно воспроизводить режим поведения исходной системы.

2. Использование разработанного метода разложения пространственно распределенных данных на нелинейные динамические моды, учитывающие как наличие нелинейных связей между значениями, наблюдаемыми в различных пространственно разнесенных точках, так и наличие причинно-следственных связей в системе, приводит к эффективному выделению главных пространственно-временных структур и, в том числе, временных масштабов, доминирующих в динамике исследуемой системы.

3. Найденные три одномерные нелинейные моды изменчивости температуры поверхности океана в 1981-2014 гг. описывают годовую изменчивость климатической системы и значительную часть тихоокеанской и атлантической динамики, включая Эль-Ниньо Южное Колебание, а также подтверждают наличие климатического сдвига, ассоциирующегося с наступлением холодной фазы Тихоокеанского Декадного Колебания в 1997-1998 годах.

4. Из пяти найденных динамических мод доиндустриального климата, соответствующего концу XIX века, в модели ИВМ РАН первая является нелинейной и описывает годовую изменчивость системы, а остальные четыре являются линейными и описывают, главным образом, межгодовую и декадную изменчивость Эль-Ниньо Южного Колебания и Тихоокеанского Декадного Колебания.

5. Структура найденных двумерных нелинейных динамических мод температуры поверхности океана подтверждает наличие четырех климатических сдвигов, ассоциирующихся со сменами фазы Тихоокеанского Декадного Колебания. Кроме того, структура дальних связей Эль-Ниньо Южного Колебания, детектируемая этими модами, будучи линейной в конце XIX века, становится существенно нелинейной, начиная с 60-х годов XX века.

6. Прогностическая способность созданной по данным температуры поверхности океана в тропиках эмпирической модели в отношении индексов Эль-Ниньо Южного Колебания не уступает прогностической способности лучших существующих в мире моделей, предсказывающих эти индексы.

Степень достоверности представленных в работе результатов. Научные положения и выводы диссертации обоснованы как численной проверкой аналитически рассчитанных ценовых функций на модельных примерах с использованием апробированных подходов и численных мето-

дик, так и верификацией полученных по реальным наблюдаемым данным результатов путем сопоставления их с известными из работ предшественников фактами и определениями. Кроме того, прогностическая способность предложенной в работе модели явления Эль-Ниньо была напрямую сопоставлена с прогностической способностью ведущих мировых моделей Эль-Ниньо. Полученные в диссертационной работе результаты неоднократно докладывались на российских и международных конференциях и обсуждались в дискуссиях с российскими и зарубежными научными сотрудниками, опубликованы в рецензируемых научных журналах и трудах конференций.

Апробация представленных в работе результатов. Основные результаты работы докладывались на семинарах ИПФ РАН, а также на международных и российских научных конференциях: XIV, XV, XVI, XVIII и XXI Всероссийских конференциях молодых ученых «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы» (2010, 2011, 2012, 2014, 2017), Всероссийских научных школах «Нелинейные волны» (Нижний Новгород, 2012, 2016, 2018), международных конференциях «Хаотические автоколебания и образование структур» (2010, 2013), «Topical problems of nonlinear wave physics» (Нижний Новгород, 2014, 2017), «Frontiers of nonlinear physics» (Нижний Новгород, 2016), «European Geosciences Union General Assembly» (2011, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018), «American Geophysical Union Fall Meeting» (2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017), «Science of the future» (2014, 2016), «Challenges in Data Science: a complex systems perspective» (2015), «CLIVAR Open Science Conference» (2016), «Fourth International Conference on Earth System Modelling» (2017), «International work-conference on Time Series» (2014), «JpGU-AGU Joint Meeting» (2017), «Davos Atmosphere and Cryosphere Assembly» (2013), «Dynamics Days Europe» (2012), 31 и 32 международных конференциях «IUGG Conference on mathematical geophysics» (2016, 2018).

Результаты, полученные в ходе выполнения работы, рекомендованы в доклад Президента РАН за 2015 год и в Отчеты РАН за 2017, 2018 годы. Результаты исследований также использовались при выполнении работ по гранту Правительства РФ «Новые подходы к исследованию климатических процессов и прогнозу экстремальных явлений» (14.Z50.31.0033), грантам РНФ (16-12-10198, 18-12-00231, 19-42-04121), РФФИ (19-02-00502 А). По теме диссертации опубликована 71 работа (полный список публикаций приведен в тексте диссертации), в числе этих работ 6 статей в рецензируемых научных журналах из списка ВАК [A1–A6], 4 свидетельства о регистрации программы для ЭВМ [A7–A10].

Личный вклад автора. Все приведенные в диссертации результаты получены либо лично автором, либо при его непосредственном участии. В частности, при ключевом участии автора происходила математическая

постановка задач, автором выполнены все присутствующие в работе аналитические расчеты, предложены, реализованы и проверены на модельных примерах алгоритмы всех разработанных методов. Анализ и обсуждение результатов применения разработанных методов к климатическим данным выполнялись при непосредственном участии автора.

Краткое содержание диссертации

Во введении освещается современное состояние рассматриваемых в диссертации проблем, обосновываются актуальность исследований по теме диссертации и их практическая значимость, формулируются цели и задачи работы и кратко излагается ее содержание.

В первой главе рассматривается метод построения эмпирической модели (реконструкции) оператора эволюции динамической системы по многомерному временному ряду конечной длины на основе байесова подхода. Специальное внимание уделяется важному частному случаю, когда наблюдаемый многомерный временной ряд представляет собой распределенный в пространстве сигнал, сгенерированный сложной мультимасштабной системой, что имеет место, в частности, при исследовании климатической системы. Материалы данной главы представлены в статьях [A1, A4, A6].

В разделе 1.1 кратко формулируются проблемы, решению которых посвящена первая глава диссертации и приводится ее структура.

В разделе 1.2 происходит постановка задачи реконструкции оператора эволюции: изначально предполагается наличие временного ряда $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ (где $\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^D$), являющегося результатом измерения характеристик некоторой неизвестной динамической системы в N последовательных эквидистантных моментах времени $t_1, \dots, t_N$.

На основе предшествующих работ [13, 14], исходя из общих принципов, выбирается стохастическая форма модели оператора эволюции и записывается для фазовых переменных в виде «координат с задержками»:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_{n-l+1}; \boldsymbol{\mu}_f) + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-1}, \dots, \mathbf{x}_{n-l+1}; \boldsymbol{\mu}_g) \cdot \boldsymbol{\xi}_n, \\ n = l, \dots, N-1, \quad (1)$$

где векторная функция $\mathbf{f}$, описывающая «детерминированную» часть оператора эволюции, и матричная функция $\hat{\mathbf{g}}$ параметризуются с помощью универсального нелинейного аппроксиматора – искусственных нейронных сетей (ИНС), $\boldsymbol{\mu}_f$ и $\boldsymbol{\mu}_g$ – соответствующие наборы коэффициентов ИНС, $\boldsymbol{\xi}_n \in \mathbb{R}^D$ – нормальный дельта-коррелированный случайный процесс. Физический смысл стохастической части – второго слагаемого в (1) – состоит в том, что она моделирует процессы с малым временем автокорреляции, которые плохо разрешены в наблюдаемом временном ряде и не могут быть корректно описаны детерминированной частью модели.

В разделе 1.3 подробно излагается байесов подход к выбору параметров (обучению) и оптимальной структуры сформулированной модели. В рамках байесова подхода к построению модели, способной генерировать временной ряд $\mathbf{X}$, задаются априорные плотности вероятностей (ПВ) всех параметров этой модели, которые, с одной стороны, осуществляют регуляризацию задачи обучения и, с другой стороны, позволяют учесть априорную информацию об исследуемой системе, если таковая имеется. После этого параметры модели μ_f и μ_g находятся с помощью максимизации их апостериорной ПВ при условии того, что модель сгенерировала наблюдаемый временной ряд $\mathbf{X}$. Данная ПВ связана с априорной ПВ с помощью теоремы Байеса:

$$\mathcal{P}(\mu_f, \mu_g | \mathbf{X}, l, m_f, m_g, \mathbf{q}) \propto \mathcal{P}(\mathbf{X} | \mu_f, \mu_g, l, m_f, m_g) \cdot \mathcal{P}_{pr}(\mu_f, \mu_g | l, m_f, m_g, \mathbf{q}). \quad (2)$$

Для выбранной структуры модели априорная ПВ на коэффициенты ИНС $\mathcal{P}_{pr}(\mu_f, \mu_g | l, m_f, m_g, \mathbf{q})$ взята в гауссовой форме, исходя из соображений регулярного поведения ИНС; она приведена в тексте диссертации. При этом в процессе максимизации (2) предполагаются фиксированными значения дисперсий априорной ПВ, обозначенные вектором $\mathbf{q}$, и «структурные» параметры модели – величина задержки l и числа нейронов m_f и m_g в соответствующих ИНС. С использованием конкретной формы модели (1) правая часть выражения для апостериорной ПВ (2) может быть записана в явном виде, после чего его максимум может быть найден с помощью стандартных численных методов.

Для выбора оптимальных структурных параметров l, m_f, m_g и значений $\mathbf{q}$ в диссертации используется другая ценовая функция, также основанная на применении байесова подхода – байесова обоснованность. Она характеризует вероятность временного ряда $\mathbf{X}$ в пространстве временных рядов, генерируемых всевозможными моделями вида (1) с заданными значениями $l, m_f, m_g, \mathbf{q}$, и может быть вычислена как интеграл от правой части выражения (2) по коэффициентам ИНС:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\mathbf{X} | l, m_f, m_g, \mathbf{q}) &= \\ &= \int \mathcal{P}(\mathbf{X} | \mu_f, \mu_g, l, m_f, m_g) \cdot \mathcal{P}_{pr}(\mu_f, \mu_g | l, m_f, m_g, \mathbf{q}) d\mu_f d\mu_g. \end{aligned} \quad (3)$$

Поскольку подынтегральное выражение может быть записано аналитически, значение самого интеграла может быть оценено с помощью применения метода Лапласа для интегрирования в окрестности каждого локального максимума подынтегрального выражения.

На основе изложенных соображений в конце параграфа 1.3.1 данного раздела приводится конкретный алгоритм обучения и оптимизации стохастической модели, который и был реализован численно в ходе работы. После этого в параграфе 1.3.2 на модельном примере системы Лоренца с интерактивным шумом наглядно демонстрируются различные

аспекты работы данного метода реконструкции. Изложенный в данном разделе общий байесов подход также является методической основой и при построении нелинейных динамических мод в следующих главах диссертации.

В разделе 1.4 рассматривается случай, когда наблюдаемый временной ряд является пространственно распределенным, т.е. имеет огромную размерность D , пропорциональную количеству узлов в пространственной сетке. С одной стороны ясно, что такой временной ряд содержит больше информации о системе, чем каждый из составляющих его скалярных временных рядов, с другой стороны, как отмечено выше, конечная длина доступных в реальных приложениях временных рядов (в частности, рассматриваемых в данной работе) не позволяет строить статистически обоснованную модель в фазовом пространстве такой большой размерности. Поэтому необходимым звеном в решении задачи реконструкции оператора эволюции пространственно распределенной системы является редукция размерности наблюдаемых данных с целью выявления наиболее адекватного набора переменных для низкоразмерного описания динамики системы. В данном разделе в качестве конкретных наблюдаемых данных $\mathbf{X}$ рассматривается временной ряд ежемесячной температуры поверхности океана (ТПО), сгенерированный глобальной климатической моделью INMCM4.0 Института вычислительной математики РАН (ИВМ РАН) в ходе эксперимента по воспроизведению климата XX века в рамках международного проекта по сравнению климатических моделей «СМIP 5» (размерность ряда равна $D = 85640$), а в качестве метода редукции размерности данных выбран один из наиболее простых и часто применяемых способов редукции размерности – разложение по базису эмпирических ортогональных функций (ЭОФ) [17], позволяющее представить данные в следующей форме:

$$\mathbf{x}_n = \sum_{i=1}^d p_{in} \cdot \mathbf{v}_i + \mathbf{r}_n, \quad (4)$$

где вектора $\mathbf{v}_i$ представляют собой пространственные структуры, называемые ЭОФ, p_{in} – временные ряды новых переменных (n – дискретное время), называемые главными компонентами (ГК), а $\mathbf{r}_n$ – остаток разложения. При этом количество используемых для построения модели новых переменных равно $d \ll D$. Можно показать [17], что для любого d ЭОФ-разложение соответствует максимально возможной вариации переменных $\mathbf{p}_n = (p_{1n}, \dots, p_{dn})$ и минимально возможной вариации остатка $\mathbf{r}_n$, и в этом смысле переменные $\mathbf{p}_n$ описывают некоторую главную часть системы в d -мерном подпространстве.

Основная идея реконструкции состоит в том, чтобы строить модель оператора эволюции в пространстве новых переменных $\mathbf{p}_n$, полученных в результате редукции размерности исходных данных. При этом предла-

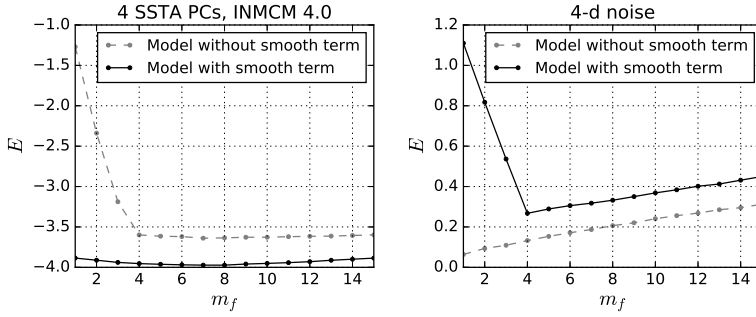


Рис. 1: Ценовая функция для оптимальности, которую необходимо минимизировать, в зависимости от количества нейронов m_f (при оптимальных прочих структурных параметрах) для модели (5) (черный цвет) и для такой же модели, в которой отсутствует слагаемое $\mathbf{p}_n$ (серый цвет). Слева показан результат для моделей, построенных по четверым ГК аномалий ТПО климатической модели INMCM4.0, справа – для моделей, построенных по четырем временным реализациям белого шума, имеющих те же длительности и вариации, что и четыре ГК аномалий ТПО.

гается модифицировать детерминированную компоненту стохастической модели (1) с учетом общих свойств, присущих переменным, получаемым подобными методами редукции реальных пространственно распределенных данных, и подробно обсуждаемых в параграфе 1.4.3 диссертации:

$$\mathbf{p}_{n+1} = \mathbf{p}_n + \mathbf{f}(\mathbf{p}_n, \dots, \mathbf{p}_{n-l+1}; \boldsymbol{\kappa}_n; t_n; \boldsymbol{\mu}_f) + \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{p}_n, \dots, \mathbf{p}_{n-l+1}; \boldsymbol{\mu}_g) \cdot \boldsymbol{\xi}_n, \\ n = l, \dots, N - 1. \quad (5)$$

Здесь первое слагаемое отвечает за явный учет в детерминированной компоненте ненулевого масштаба автокорреляции (т.е. гладкости) доминирующих в динамике системы процессов, представленных во временных рядах ГК $\mathbf{p}_n$ (в частности, во всех рассмотренных в работе случаях). Второе слагаемое, как и раньше, представляет собой детерминированный нелинейный оператор, применяемый к задержанным переменным, однако, в отличие от модели (1), в него включены явная медленная зависимость от времени t_n , отражающая присутствие в системе временных масштабов, сравнимых с длиной наблюдаемого временного ряда, и нелинейная зависимость от внешнего воздействия $\boldsymbol{\kappa}_n$, если временной ряд $\boldsymbol{\kappa}_1, \dots, \boldsymbol{\kappa}_N$ этого воздействия известен (в рассматриваемом случае данных ТПО временным рядом такого воздействия заведомо является сигнал с периодом 1 год). Третье слагаемое представляет собой случайную компоненту, как и в модели (1). Для данной модели в диссертации также сформулирован байесов алгоритм ее обучения и оптимизации.

В параграфе 1.4.4 для вышеупомянутых временных рядов ТПО продемонстрирована эффективность данной идеи. Сравнение стохастических моделей с учетом и без учета перечисленных модификаций показывает, что их учет повышает байесову обоснованность получаемой модели (в качестве примера см. рис. 1) по временным рядам ГК, но не приводит к улучшению, если данные не обладают нужными свойствами (например, являются шумом, см. рис. 1). Также в данном разделе показано, что модифицированная стохастическая модель способна как давать краткосрочный прогноз фазовой траектории (в пространстве ГК), так и качественно воспроизводить режим поведения системы; соответствующие иллюстрации имеются в тексте диссертации.

Вторая глава посвящена разработке нового метода эмпирической редукции размерности пространственно распределенных данных, состоящего в поиске нелинейных динамических мод (НДМ) [A2, A3]. Главными свойствами НДМ, отличающими их от других методов редукции размерности, таких как ЭОФ-разложение, являются (1) учет в явном виде нелинейной связи между величинами, измеряемыми в пространственно разнесенных точках наблюдаемой системы, и (2) учет причинно-следственных связей в системе, проявляющихся в наличии характерных временных масштабов у получаемых временных рядов главных компонент. Оба данных свойства являются ключевыми свойствами, присущими всем пространственно распределенным динамическим системам, и, в частности, климатической системе Земли. Разработанный метод проверяется на модельных примерах, а затем применяется к выявлению и анализу главных мод изменчивости современного климата по спутниковым измерениям ТПО на интервале с 1981 по 2014 год [A2] и «доиндустриального» климата конца XIX века по данным, сгенерированным моделью INMCM4.0 в ходе соответствующего численного эксперимента CМIP5 [A3].

В разделе 2.1 формулируются главные особенности и преимущества предлагаемого метода и приводится структура второй главы диссертации.

В разделе 2.2 излагается описание нового метода и его алгоритм. Предлагаемая форма разложения данных на НДМ представляет собой нелинейное обобщение выражения (4), типичного для ЭОФ-разложения и других линейных методов редукции размерности:

$$\mathbf{x}_n = \sum_{i=1}^d \mathbf{h}_i(p_{in}) + \mathbf{r}_n. \quad (6)$$

В отличие от ЭОФ-разложения (4), здесь каждое слагаемое $\mathbf{h}_i(p_{in})$ обозначает нелинейную векторную функцию $\mathbf{h}_i$ от скалярного аргумента p_{in} , т.е. нелинейное отображение некоторого скалярного временного ряда скрытой переменной $p_{i1}, \dots, p_{iN}$ (нелинейной ГК) в пространство исходных переменных, и именуется НДМ. Таким образом, компоненты вектора

$\mathbf{p}_n$ представляют собой соответствующие моменту времени t_n с номером n координаты на d -мерном нелинейном многообразии, определяемом отображениями $\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_d$. Данное представление может хорошо описывать данные, формируемые аддитивными нелинейными откликами на скалярные сигналы, и является более общим, чем любое линейное представление.

По аналогии с известным алгоритмом ЭОФ-разложения, формулируется итерационный алгоритм поиска НДМ, при котором НДМ ищутся последовательно друг за другом до тех пор, пока на очередной итерации не получится НДМ, равная нулю. Для параметризации каждой НДМ используются полиномы (параграф 2.2.1). Для каждой (i -й) НДМ коэффициенты этих полиномов ищутся совместно с временным рядом скрытой переменной $p_{i1}, \dots, p_{iN}$ на основе байесова подхода по схеме, полностью аналогичной изложенной в первой главе диссертации (параграф 2.2.2). Наиболее важным моментом при этом является используемая априорная ПВ значений временного ряда $p_{i1}, \dots, p_{iN}$:

$$\mathcal{P}_{pr}(p_{i1}, \dots, p_{iN}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{p_{i1}^2}{2}\right) \cdot \prod_{n=2}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_p^2}} \exp\left(-\frac{|p_{in} - b \cdot p_{i,n-1}|^2}{2\sigma_p^2}\right), \quad (7)$$

$$b = \exp(-1/\tau), \quad \sigma_p = \sqrt{1 - b^2}. \quad (8)$$

Можно показать, что ПВ (7) представляет собой ПВ для ансамбля реализаций длины N стационарного красного шума с единичной дисперсией и временем автокорреляции τ . Несмотря на общность такого априорного предположения, оно позволяет ограничить класс получаемых решений за счет исключения из рассмотрения коротких временных масштабов (меньше τ) в получаемой ГК. Заметим, что в разработанном методе находятся оптимальные значения как временного масштаба τ , так и степени нелинейности используемых полиномов m : они играют роль структурных параметров задачи и к ним применяется изложенный в первой главе байесов критерий оптимальности.

Наконец, в конце параграфа 2.2.2 приводится численный алгоритм поиска НДМ, после чего работа метода НДМ и его преимущества по отношению к ЭОФ-разложению демонстрируются на наглядных модельных примерах (параграфы 2.2.3 и 2.2.4). Отметим, что второй из модельных примеров (параграф 2.2.4) демонстрирует преимущества линейного варианта НДМ, с полиномами первой степени, по отношению к ЭОФ: они обусловлены учетом причинно-следственных связей априорной ПВ (7) даже в рамках линейных НДМ.

В разделе 2.3 разработанный метод НДМ-разложения применяется к выявлению и анализу главных мод изменчивости современного климата по спутниковым измерениям ТПО на 33-летнем интервале с 1981 по 2014

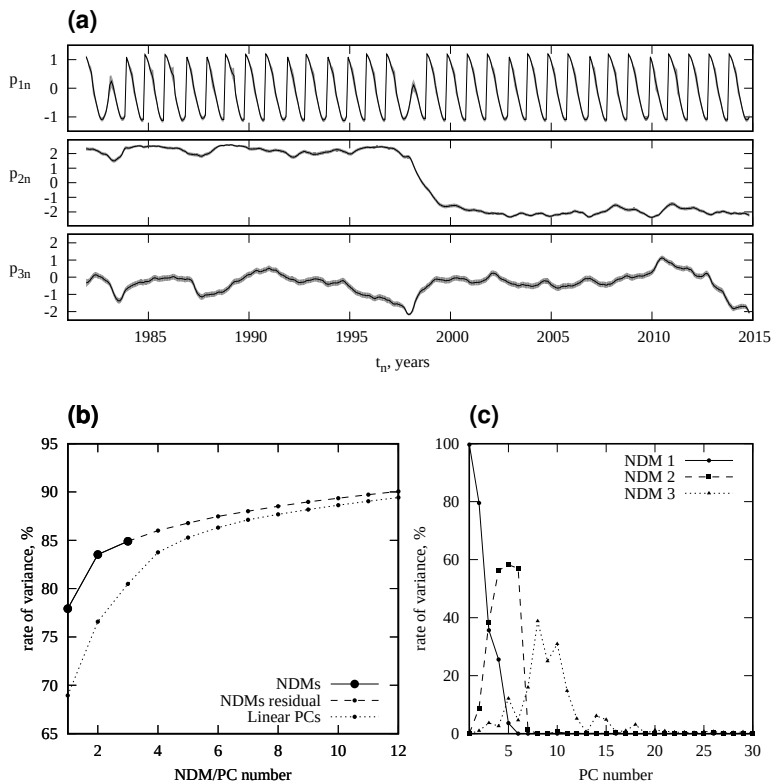


Рис. 2: (a) Временные ряды $p_{i1}, \dots, p_{iN}$ ($i = 1, 2, 3$), соответствующие найденным НДМ, расположенные в порядке убывания захваченной вариации. (b) Доля кумулятивной вариации, захватываемой модами. Сплошная линия соответствует НДМ, штриховая – ЭОФ-ГК, полученным в результате ЭОФ-разложения остатков, пунктир, – ЭОФ-ГК, полученным в результате ЭОФ-разложения данных ТПО. (c) Вклад НДМ в различные ЭОФ-ГК (показана доля захватываемой вариации). Структурный параметр m первой НДМ – $m = 3$, второй НДМ – $m = 6$, третьей НДМ – $m = 5$.

год с разрешением 1×1 градус (база данных NOAA_OI.v2 [36]). В результате найдено три существенно нелинейных моды (четвертая НДМ получилась равной нулю), временные ряды соответствующих нелинейных ГК представлены на рис. 2а. Эти три НДМ описывают примерно 85% полной вариации ТПО (рис. 2б), что примерно соответствует вариации пяти ГК ЭОФ-разложения (ЭОФ-ГК). При этом каждая НДМ дает вклад сразу в несколько ЭОФ-ГК, а суммарно вовлеченными в нелинейное раз-

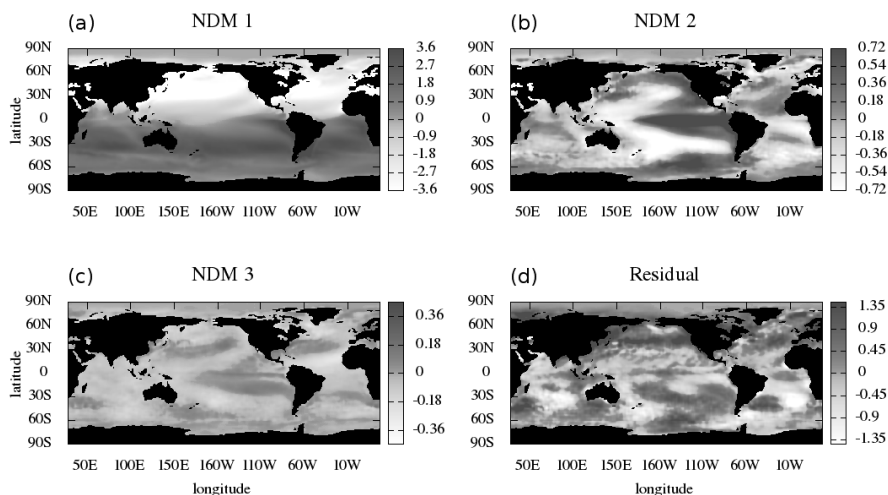


Рис. 3: Мгновенный «снимок» на географической сетке, соответствующий январю 1992 года. Цветовая шкала соответствует вкладу в градусы по Цельсию соответствующей НДМ (с учетом знака) в отклонение ТПО от своего среднего значения в каждой географической точке. НДМ 1-3 показаны на рис. 3(а-с). Остаток от НДМ-разложения показан на рис. 3д.

ложение оказываются примерно 20 ЭОФ-компонент (рис. 2с). На рис. 3 показан результат отображения НДМ 1-3 и остатка разложения на географическую сетку, соответствующий январю 1992 года, когда наблюдалось слабое Эль-Ниньо.

Анализ, который проводится в данном разделе, показывает, что первой НДМ полностью захвачена изменчивость климатической системы с периодом 1 год (см. характерный паттерн на рис. 3а), при этом в случае ЭОФ-разложения в силу его линейности она распределена по нескольким ЭОФ. Вторая мода описывает значительную долю изменчивости ЭНЮК: она реконструирует 88% соответствующего ЭНЮК индекса Niño 3.4; кроме того, она, совместно с третьей модой, реконструирует значительную часть тихоокеанской и атлантической динамики (см. рис. 4 с различными климатическими индексами). Установлена также связь найденных мод с декадной изменчивостью климата: они подтверждают наличие климатического сдвига в конце XX века, приведшего к наступлению холодной (отрицательной) фазы тихоокеанского декадного колебания (ТДК, см. индекс PDO на рис. 4), во многом определяющей наблюдаемое вплоть до 2015 года замедление потепления атмосферы. Данный климатический сдвиг отчетливо виден во временном ряде НДМ 2 (рис. 2а) в виде лока-

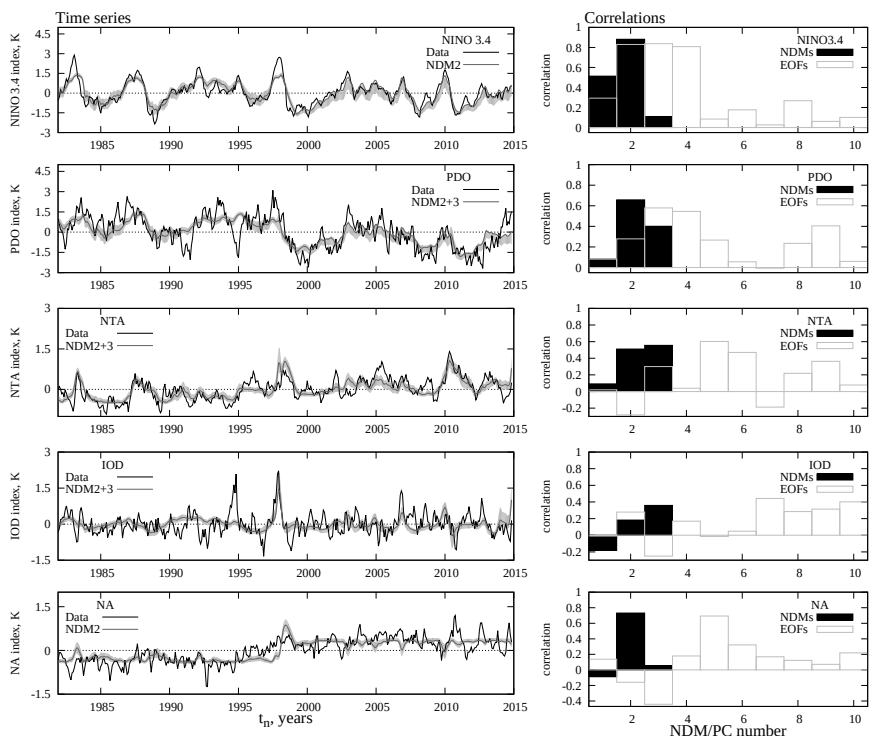


Рис. 4: Реконструкция климатических индексов (детальное описание индексов дано в Таблице 2.1 диссертации). Левая половина: сравнение индексов, вычисленных по полю аномалий ТПО (черный цвет), и индексов, реконструированных по различным комбинациям НДМ 2 и 3 (серый цвет). Правая половина: черные столбцы показывают корреляции соответствующего индекса с индексом, реконструированным по различным НДМ (номер НДМ отложен по оси абсцисс). Для сравнения прозрачными столбцами показаны корреляции этих же индексов с ЭОФ-ГК.

лизированного по времени перехода в 1997-1998 годах, совпадающего по времени с наблюдавшимся сильным явлением Эль-Ниньо. В конце данного раздела показана возможность детектирования и описания дальних связей с помощью предложенного НДМ-разложения (на примере связи ЭНЮК с динамикой в других регионах планеты).

В разделе 2.4 НДМ-разложение применено к анализу «доиндустриального» климата конца XIX века по данным, сгенерированным моделью INMCM4.0 в ходе соответствующего численного эксперимента CMIP5. С помощью аналогичного предыдущему разделу анализа показано, что

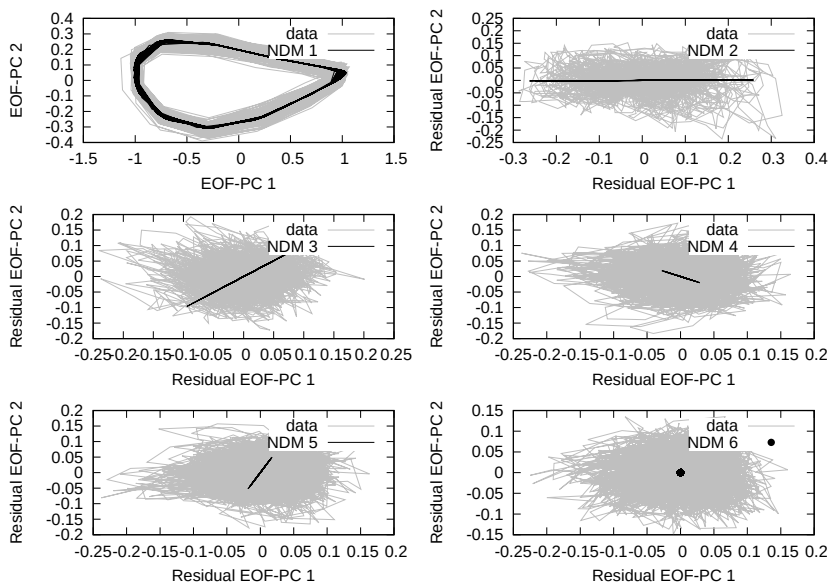


Рис. 5: Проекция данных (серый цвет) и НДМ (черный цвет) на плоскость ЭОФ-ГК 1 и 2. Для каждой из НДМ 2-6 использовались ЭОФ-ГК для остатка после вычета предшествующих НДМ. НДМ 6 равна нулю, что означает конец НДМ-разложения.

пять нелинейных мод, соответствующие доиндустриальному климату, также описывают годовой ход, ЭНЮК и ТДК, но при этом все, кроме первой НДМ, являются линейными (для примера см. рис. 5 с проекциями НДМ на плоскость ЭОФ-ГК), свидетельствуя об ином режиме функционирования климатической системы и другой связи явлений в различных регионах земного шара.

В третьей главе предлагается дальнейшее обобщение разработанного в предыдущей главе метода НДМ, позволяющее вместо набора нескольких НДМ, каждая из которых соответствует проекции траектории системы на одномерное нелинейное многообразие, лежащее в пространстве наблюдаемых переменных, искать совместную многомерную НДМ (МНДМ), т.е. проекцию на многомерное главное многообразие, которое, вообще говоря, может принципиально не описываться суперпозицией одномерных НДМ. После этого метод МНДМ применяется к анализу динамики ТПО на интервале с 1870 по 2014 год [A5].

В разделе 3.1 приводятся структура главы и решаемые в ней задачи.

В разделе 3.2 формулируется суть предлагаемого обобщения. Впрочем, как уже отмечено выше, форма разложения (6) не описывает про-

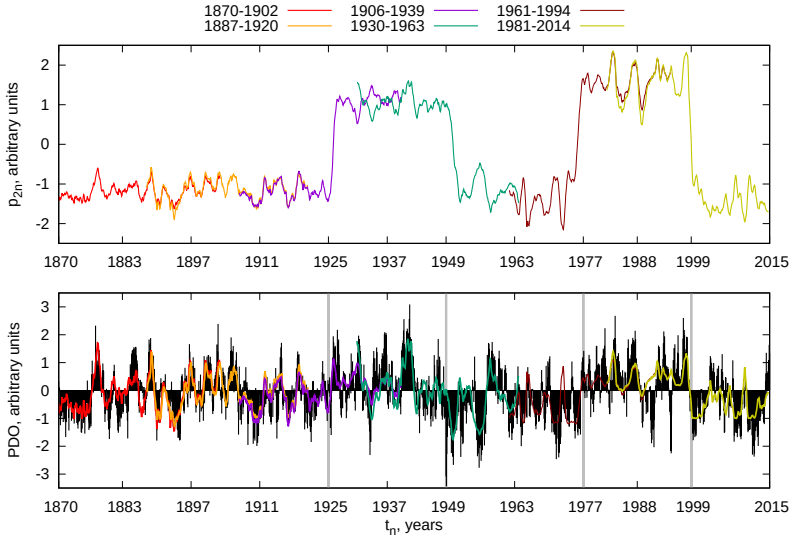


Рис. 6: МНДМ, построенные для различных фрагментов временного ряда ТПО (см. легенду). Вверху показаны временные ряды скрытой переменной p_{2n} (вторая компонента МНДМ). Внизу – индексы PDO, построенные на основе второй компоненты МНДМ (цветные линии) вместе с исходным индексом PDO, рассчитанным по наблюдаемым данным (черная линия).

извольное нелинейное многообразие ввиду заложенной в нее аддитивности искомым одномерным НДМ. Во-вторых, даже для формы разложения (6) предложенная итерационная схема поиска НДМ не идеальна. Дело в том, при поиске очередной НДМ в этой процедуре никак не учитывается наличие следующих НДМ. Поэтому наличие следующих НДМ, вообще говоря, может влиять на результат поиска текущей НДМ и, как следствие, на результат полного разложения, автоматически уменьшая описываемую суммарно всеми модами долю полной изменчивости системы. Указанные ограничения могут быть преодолены за счет следующего обобщения формы разложения (6):

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{h}(\mathbf{p}_n) + \mathbf{r}_n. \quad (9)$$

Здесь, в отличие от разложения (6), различные нелинейные ГК ищутся совместно в виде векторного временного ряда скрытой переменной $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N$, имеющего размерность d . Нелинейная векторная функция $\mathbf{h}$ представляет собой нелинейное отображение сразу всех искомым нелинейных ГК в пространство исходных переменных, и слагаемое $\mathbf{h}(\mathbf{p}_n)$ называется *многомерной нелинейной динамической модой* (МНДМ).

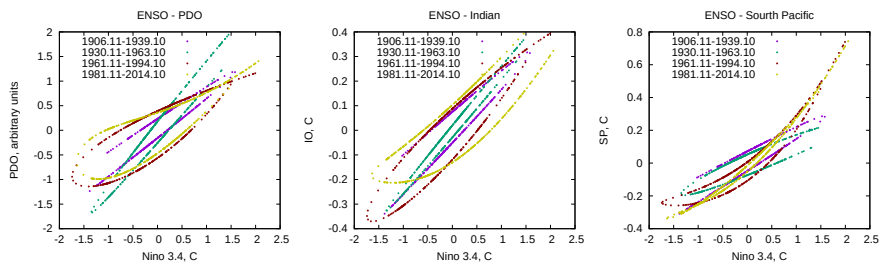


Рис. 7: Дальние связи между различными регионами, детектируемые с помощью МНДМ. Цвета соответствуют рис. 6. Показаны зависимости реконструированных с помощью МНДМ индексов PDO, IO, SO от Nino 3.4. Индексы Nino 3.4 и PDO определены в Таблице 2.1 диссертации, индексы IO и SP определяются как среднее значение в регионах $[30^{\circ}\text{S} - 30^{\circ}\text{N}; 40^{\circ}\text{E} - 100^{\circ}\text{E}]$ и $[45^{\circ}\text{S} - 60^{\circ}\text{N}; 100^{\circ}\text{W} - 150^{\circ}\text{W}]$ соответственно.

Далее приводится байесов алгоритм поиска МНДМ, который во многом аналогичен итерации поиска одной НДМ, а также рассматривается модельный пример, демонстрирующий лучшую физическую адекватность МНДМ по сравнению с НДМ.

В разделе 3.3 демонстрируется, что применение МНДМ к рассмотренным ранее в разделе 2.3 данным ТПО современного климата также приводит к большей адекватности полученных ГК по сравнению с результатом итерационного поиска одномерных НДМ и при этом подтверждает основные выводы о современном климате, сделанные в разделе 2.3.

В разделе 3.4 с помощью метода МНДМ анализируется пространственно распределенный временной ряд, основанный на реанализе доступных результатов измерений ТПО с 1870 по 2014 год, разбитый на 6 пересекающихся по времени фрагментов длиной 33 года (для уменьшения вклада медленных трендов в анализируемые ряды): на каждом из этих фрагментов находится двумерная НДМ. В результате анализа, аналогичного сделанному в разделе 2.3, подтверждается наличие четырех климатических переходов в XX веке, связанных с изменением фазы ТДК (для примера см. рис. 6), реконструируются пространственные паттерны этих переходов. Кроме того, с помощью найденных МНДМ исследуются паттерны дальних связей ЭНЮК, соответствующие различным циклам ТДК за последние 145 лет, и делается вывод о том, что структура детектируемых с помощью МНДМ дальних связей ЭНЮК сменяется с линейной (в доиндустриальном климате) на нелинейную (в современном климате); в качестве иллюстрации см. рис. 7. Заметим, что данный вывод согласуется с результатами, полученными во второй главе при анализе доиндустриального и современного климатов.

В четвертой главе разработанные в предыдущих главах методы применяются к задаче прогноза ежемесячных временных рядов ТПО в тропическом поясе, где доминирующим режимом изменчивости на межгодовых масштабах является ЭНЮК [А6].

В разделе 4.1 обосновывается актуальность задачи прогноза динамики ЭНЮК, кратко приводятся существующие точки зрения о механизмах этого явления и модели, способные давать прогноз, приводится структура главы.

В разделе 4.2 формулируется алгоритм построения эмпирической прогностической модели, включающий два шага: сначала (параграф 4.2.1) производится эмпирическая редукция размерности данных с помощью линейного варианта многомерных НДМ (9) (линейный вариант выбран по причине приемлемой ресурсоемкости) – многомерных линейных динамических мод (МЛДМ); затем (параграф 4.2.2) в пространстве полученных ГК строится модифицированная стохастическая модель оператора эволюции (5), разработанная в первой главе, а также строится простая модель для остатка разложения. Также в данном разделе приводится схема построения прогноза исходных переменных с помощью обученной модели (параграф 4.2.3).

В разделе 4.3 описываются используемые для построения модели данные ТПО в тропическом поясе – они взяты из базы NOAA_ERSST_V4. При этом был выбран интервал для обучения модели длиной 48 лет, а также 10 лет оставлено для независимой верификации модели.

В разделе 4.4 для различных размерностей главного многообразия (от 1 до 6) показывается, что использование МЛДМ-переменных, благодаря априорному ограничению (7), позволяющему выделять доминирующие в системе временные масштабы, приводит к лучшей прогностической способности модели, чем использование ЭОФ-ГК, на котором основано большинство существующих эмпирических моделей ЭНЮК.

Раздел 4.5 посвящен углубленному исследованию эффективности построенной эмпирической модели применительно к задаче краткосрочного (в пределах одного года) прогноза индексов ЭНЮК и событий Эль-Ниньо/Ла-Нинья. В частности, оказывается, что в данной задаче сохраняется преимущество МЛДМ-переменных по отношению к ЭОФ-переменным (рис. 8). Кроме того, на 10-летнем интервале, используемом для верификации модели, демонстрируется, что по точности и качеству прогноза индексов ЭНЮК созданная модель не уступает существующим мировым моделям ЭНЮК (как эмпирическим моделям, так и моделям из первых принципов). Данный результат явился основанием для включения в июне 2019 года разработанной модели (с названием «IAP-NN») в список ведущих моделей для прогноза Эль-Ниньо, прогноз которых ежемесячно публикуется институтом физики Земли при Колумбийском университете.

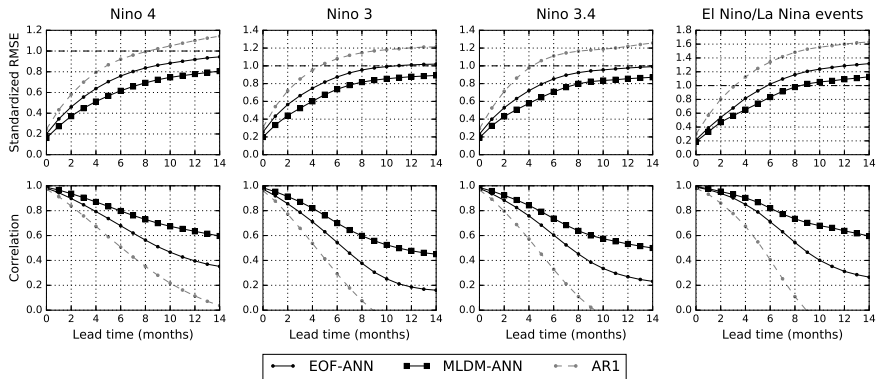


Рис. 8: Среднеквадратичная ошибка прогноза (верхняя часть рисунка) и коэффициент корреляции прогноза и наблюдений (нижняя часть рисунка) в зависимости от дальности прогноза для моделей MLDM-ANN (предложенная стохастическая модель на основе МЛДМ), EOF-ANN (стохастическая модель на основе ЭОФ-ГК) и AR1 (авторегрессионная модель), вычисленные для различных индексов на интервале обучения: индекс Nino 4 (первый столбец), индекс Nino 3 (второй столбец), индекс Nino 3.4 (третий столбец), индекс Nino 3.4 во время событий Эль-Ниньо/Ла-Нинья (четвертый столбец). На всех рисунках модель MLDM-ANN обладает наилучшей прогностической способностью.

В заключении представлены наиболее важные результаты диссертационной работы:

1. Разработан и реализован байесов подход к эмпирической реконструкции оператора эволюции в форме стохастической модели, применимый к пространственно распределенным данным и учитывающий такие особенности, как ненулевой временной масштаб автокорреляции временных рядов переменных, получаемых в результате применения методов редукции размерности к данным, а также возможные присутствие в системе медленной нестационарности и зависимость системы от внешних воздействий. Показано, что учет перечисленных особенностей улучшает байесову обоснованность модели. На примере временного ряда, сгенерированного глобальной климатической моделью ИВМ РАН, продемонстрирована способность разработанной эмпирической модели как давать краткосрочный прогноз фазовой траектории, так и качественно воспроизводить режим поведения системы.

2. Разработан и реализован новый метод эмпирической редукции размерности, позволяющий с помощью байесова подхода представить пространственно распределенные данные в виде суперпозиции нелиней-

ных динамических мод, каждая из которых представляет собой результат нелинейного преобразования одномерной скрытой переменной и учитывает как наличие нелинейных связей между значениями, наблюдаемыми в различных пространственно разнесенных точках, так и наличие причинно-следственных связей в системе. Показано, что использование нелинейных динамических мод приводит к лучшему выделению главных пространственно-временных структур и временных масштабов, доминирующих в динамике системы, чем использование эмпирических ортогональных функций.

3. На основе ежемесячных данных температуры поверхности океана с 1981 по 2014 год выделено три статистически значимых нелинейных моды изменчивости современного климата, которые описывают годовую изменчивость климатической системы, а также значительную часть тихоокеанской и атлантической динамики, включая Эль-Ниньо Южное Колебание. Кроме того, с помощью нелинейных динамических мод подтверждено наличие климатического сдвига, ассоциирующегося с наступлением холодной фазы Тихоокеанского Декадного Колебания в 1997-1998 годах.

4. На основе данных глобальной климатической модели ИВМ РАН выделено пять динамических мод доиндустриального климата, соответствующего концу XIX века, из которых первая является нелинейной и описывает годовую изменчивость системы, а остальные четыре являются линейными и описывают, главным образом, межгодовую и декадную изменчивость Эль-Ниньо Южного Колебания и Тихоокеанского Декадного Колебания.

5. Создан метод поиска многомерных нелинейных динамических мод, являющихся обобщением одномерных нелинейных динамических мод. Показана лучшая адекватность многомерных нелинейных динамических мод, по сравнению с набором одномерных нелинейных динамических мод, в задаче поиска скрытых переменных, описывающих наблюдаемую систему.

6. В результате применения двумерных нелинейных динамических мод к данным реанализа температуры поверхности океана с 1870 по 2014 год подтверждено наличие четырех климатических сдвигов, ассоциирующихся со сменами фазы Тихоокеанского Декадного Колебания, а также показано, что структура дальних связей Эль-Ниньо Южного Колебания, детектируемая этими модами, будучи линейной в конце XIX века, стала существенно нелинейной, начиная с 60-х годов XX века.

7. На основе эмпирической реконструкции динамики температуры поверхности океана в тропическом поясе Земли с помощью многомерных линейных динамических мод создана эмпирическая прогностическая модель индексов Эль-Ниньо Южного колебания. Показано, что по прогностической способности данная модель не уступает лучшим существующим

в мире моделям Эль-Ниньо Южного Колебания. Это явилось основанием для включения разработанной модели в список ведущих моделей Эль-Ниньо, прогноз которых ежемесячно публикуется институтом Земли при Колумбийском университете.

Список основных публикаций по теме диссертации

- [A1] *Mukhin D.N., Kondrashov D.A., Loskutov E.M., Gavrillov A.S., Feigin A.M., Ghil M.* Predicting Critical Transitions in ENSO models. Part II: Spatially Dependent Models // *Journal of Climate*. — 2015. — mar. — Vol. 28, no. 5. — Pp. 1962–1976.
- [A2] *Mukhin D.N., Gavrillov A.S., Feigin A.M., Loskutov E.M., Kurths J.* Principal nonlinear dynamical modes of climate variability // *Scientific Reports*. — 2015. — oct. — Vol. 5. — P. 15510.
- [A3] *Gavrillov A.S., Mukhin D.N., Loskutov E.M., Volodin E.M., Feigin A.M., Kurths J.* Method for reconstructing nonlinear modes with adaptive structure from multidimensional data // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2016. — dec. — Vol. 26, no. 12. — P. 123101.
- [A4] *Gavrillov A.S., Loskutov E.M., Mukhin D.N.* Bayesian optimization of empirical model with state-dependent stochastic forcing // *Chaos, Solitons and Fractals*. — 2017. — Vol. 104.
- [A5] *Mukhin D.N., Gavrillov A.S., Loskutov E.M., Feigin A.M., Kurths J.* Nonlinear reconstruction of global climate leading modes on decadal scales // *Climate Dynamics*. — 2018. — sep. — Vol. 51, no. 5-6. — Pp. 2301–2310.
- [A6] *Gavrillov A.S., Seleznev A.F., Mukhin D.N., Loskutov E.M., Feigin A.M., Kurths J.* Linear dynamical modes as new variables for data-driven ENSO forecast // *Climate Dynamics*. — 2019. — feb. — Vol. 52, no. 3-4. — Pp. 2199–2216.
- [A7] *Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М., Белжкович М.В., Караштин Д.А.* Программа для расчета нелинейной динамической моды и ее обоснованности по многомерному временному ряду (версия 1). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2015614269. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 13 апреля 2015 г.
- [A8] *Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М.* Программа для расчета стохастической модели оператора эволюции на базе искусственных нейронных сетей, ее обоснованности и прогноза поведения по скалярному временному ряду. Свидетельство о государственной регистра-

ции программ для ЭВМ №2015661379. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 27 октября 2015 г.

- [A9] *Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М.* Программа для расчета нелинейной динамической моды и ее обоснованности по многомерному временному ряду с оптимизацией по размерности. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2015661380. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 27 октября 2015 г.
- [A10] *Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М., Селезнев А.Ф.* Программа для расчета прогностической эмпирической модели оператора эволюции по многомерному временному ряду с учетом его гладкости. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2017660485. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 22 сентября 2017 г.

Список цитированной литературы

- [1] *Abarbanel Henry D. I.* Analysis of Observed Chaotic Data. Institute for Nonlinear Science. — New York, NY: Springer New York, 1996.
- [2] *Bezruchko Boris P., Smirnov Dmitry A.* Extracting Knowledge From Time Series. Springer Series in Synergetics. — Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [3] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. — Саратов: Изд. Саратовского университета, 1999.
- [4] *Дмитриев А.С., Панас А.И.* Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. — М.: Физматлит, 2002. — Р. 252.
- [5] *Feigin A. M., Molkov Ya. I., Mukhin D. N., Loskutov E. M.* Prognosis of Qualitative Behavior of a Dynamic System by the Observed Chaotic Time Series // *Radiophysics and Quantum Electronics*. — 2001. — Vol. 44, no. 5/6. — Pp. 348–367.
- [6] *Molkov Y. I., Mukhin D. N., Loskutov E. M. et al.* Prognosis of qualitative system behavior by noisy, nonstationary, chaotic time series // *Physical Review E*. — 2011. — sep. — Vol. 84, no. 3. — P. 036215.
- [7] *Smirnov D. A., Sysoev I. V., Seleznev E. P., Bezruchko B. P.* Reconstructing nonautonomous system models with discrete spectrum of external action // *Technical Physics Letters*. — 2003. — oct. — Vol. 29, no. 10. — Pp. 824–827.
- [8] *Bezruchko Boris P., Smirnov Dmitry A.* Constructing nonautonomous differential equations from experimental time series // *Physical Review E*. — 2000. — dec. — Vol. 63, no. 1. — P. 016207.
- [9] *Casdagli Martin, Eubank Stephen, Farmer J. Doyme, Gibson John.* State space reconstruction in the presence of noise // *Physica D: Nonlinear*

- Phenomena*. — 1991. — aug. — Vol. 51, no. 1-3. — Pp. 52–98.
- [10] Mukhin D. N., Feigin A. M., Loskutov E. M., Molkov Ya I. Modified Bayesian approach for the reconstruction of dynamical systems from time series // *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. — 2006. — mar. — Vol. 73, no. 3. — P. 036211.
 - [11] Loskutov E. M., Molkov Ya I., Mukhin D. N., Feigin A. M. Markov chain Monte Carlo method in Bayesian reconstruction of dynamical systems from noisy chaotic time series // *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. — 2008. — jun. — Vol. 77, no. 6. — P. 066214.
 - [12] Molkov Ya I., Mukhin D. N., Loskutov E. M. et al. Using the minimum description length principle for global reconstruction of dynamic systems from noisy time series // *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. — 2009. — oct. — Vol. 80, no. 4. — P. 046207.
 - [13] Molkov Y. I., Loskutov E. M., Mukhin D. N., Feigin A. M. Random dynamical models from time series // *Physical Review E*. — 2012. — mar. — Vol. 85, no. 3. — P. 036216.
 - [14] Mukhin Dmitry, Loskutov Evgeny, Mukhina Anna et al. Predicting Critical Transitions in ENSO Models. Part I: Methodology and Simple Models with Memory // *Journal of Climate*. — 2015. — mar. — Vol. 28, no. 5. — Pp. 1940–1961.
 - [15] Kondrashov D., Kravtsov S., Robertson A. W., Ghil M. A Hierarchy of Data-Based ENSO Models // *Journal of Climate*. — 2005. — nov. — Vol. 18, no. 21. — Pp. 4425–4444.
 - [16] Penland Cécile, Magorian Theresa. Prediction of Niño 3 Sea Surface Temperatures Using Linear Inverse Modeling // *Journal of Climate*. — 1993. — jun. — Vol. 6, no. 6. — Pp. 1067–1076.
 - [17] Jolliffe I T. Principal Component Analysis. Springer Series in Statistics. — 2nd edition. — New York, NY: Springer New York, 1986. — P. 271.
 - [18] Hannachi A., Jolliffe I. T., Stephenson D. B. Empirical orthogonal functions and related techniques in atmospheric science: A review // *International Journal of Climatology*. — 2007. — jul. — Vol. 27, no. 9. — Pp. 1119–1152.
 - [19] DelSole Timothy. Optimally Persistent Patterns in Time-Varying Fields // *Journal of the Atmospheric Sciences*. — 2001. — jun. — Vol. 58, no. 11. — Pp. 1341–1356.
 - [20] de la Iglesia Manuel D., Tabak Esteban G. Principal Dynamical Components // *Communications on Pure and Applied Mathematics*. — 2013. — jan. — Vol. 66, no. 1. — Pp. 48–82.
 - [21] Hastie T. Principal Curves and Surfaces: Ph.D Dissertation: Ph.D. thesis / Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University. — 1984. — URL: <http://www.slac.stanford.edu/cgi-wrap/getdoc/slac-r-276.pdf>.
 - [22] Kramer Mark A. Nonlinear principal component analysis using

- autoassociative neural networks // *AIChE Journal*. — 1991. — feb. — Vol. 37, no. 2. — Pp. 233–243.
- [23] *Tan Shufeng, Mayrovouniotis Michael L.* Reducing data dimensionality through optimizing neural network inputs // *AIChE Journal*. — 1995. — jun. — Vol. 41, no. 6. — Pp. 1471–1480.
- [24] *Lee John A. (John Aldo), Verleysen Michel.* Nonlinear dimensionality reduction. — Springer, 2007.
- [25] *Trenberth Kevin E.* The Definition of El Niño // *Bulletin of the American Meteorological Society*. — 1997. — dec. — Vol. 78, no. 12. — Pp. 2771–2777.
- [26] *Barriopedro David, Calvo Natalia.* On the Relationship between ENSO, Stratospheric Sudden Warmings, and Blocking // *Journal of Climate*. — 2014. — jun. — Vol. 27, no. 12. — Pp. 4704–4720.
- [27] *Серых И.В.* Реакция Индийского океана на события Эль-Ниньо // *Молодой ученый*. — 2010. — Vol. 3, no. 14. — Pp. 83–89.
- [28] *Pielke Roger A., Landsea Christopher N.* La Niña, El Niño and Atlantic Hurricane Damages in the United States // *Bulletin of the American Meteorological Society*. — 1999. — oct. — Vol. 80, no. 10. — Pp. 2027–2033.
- [29] *Jien Jerry Y., Gough William A., Butler Ken.* The Influence of El Niño–Southern Oscillation on Tropical Cyclone Activity in the Eastern North Pacific Basin // *Journal of Climate*. — 2015. — mar. — Vol. 28, no. 6. — Pp. 2459–2474.
- [30] *Mantua Nathan J, Hare Steven R, Zhang Yuan et al.* A Pacific Interdecadal Climate Oscillation with Impacts on Salmon Production // *Bulletin of the American Meteorological Society*. — 1997. — Vol. 78, no. 6. — Pp. 1069–1079.
- [31] *Knight Jeff R., Folland Chris K., Scaife Adam A.* Climate impacts of the Atlantic Multidecadal Oscillation // *Geophysical Research Letters*. — 2006. — sep. — Vol. 33, no. 17. — P. L17706.
- [32] *Trenberth Kevin E., Fasullo John T.* An apparent hiatus in global warming? // *Earth's Future*. — 2013. — dec. — Vol. 1, no. 1. — Pp. 19–32.
- [33] *DelSole Timothy, Tippett Michael K., Shukla Jagadish.* A Significant Component of Unforced Multidecadal Variability in the Recent Acceleration of Global Warming // *Journal of Climate*. — 2011. — feb. — Vol. 24, no. 3. — Pp. 909–926.
- [34] *England Matthew H., McGregor Shayne, Spence Paul et al.* Recent intensification of wind-driven circulation in the Pacific and the ongoing warming hiatus // *Nature Climate Change*. — 2014. — mar. — Vol. 4, no. 3. — Pp. 222–227.
- [35] *Jeffreys Harold.* Theory of probability. — Clarendon Press, 1998. — P. 459.
- [36] *Reynolds Richard W., Rayner Nick A., Smith Thomas M. et al.* An Improved In Situ and Satellite SST Analysis for Climate // *Journal of Climate*. — 2002. — jul. — Vol. 15, no. 13. — Pp. 1609–1625.

ГАВРИЛОВ Андрей Сергеевич

**МЕТОДЫ ЭМПИРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ
ПРОСТРАНСТВЕННО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ
К ИЗУЧЕНИЮ КЛИМАТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Автореферат

Подписано к печати 19.07.2019

Формат $60 \times 90 \frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 1.75

Тираж 100 экз. Заказ № 60 (2019).

Отпечатано в типографии Института прикладной физики РАН,
603950 г. Н.Новгород, ул. Ульянова, 46