МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Рытова Анастасия Игоревна

Асимптотический анализ ветвящихся блужданий с тяжелыми хвостами

01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2021

Работа выполнена на кафедре теории вероятностей механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

Научный руководитель: **Яровая Елена Борисовна**
доктор физико-математических наук,
профессор механико-математического
факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

Официальные оппоненты: **Смородина Наталья Васильевна**
доктор физико-математических наук,
ФГБУН Санкт-Петербургское отделение
Математического института
им. В.А. Стеклова Российской
академии наук (ПОМИ),
ведущий научный сотрудник

Ульянов Владимир Васильевич
доктор физико-математических наук,
доцент, профессор кафедры
математической статистики ВМиК
МГУ имени М.В. Ломоносова

Маркович Наталья Михайловна
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник,
главный научный сотрудник ИПУ РАН

Защита диссертации состоится «16» апреля 2021 г. в 16 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета МГУ.01.07 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, механико-математический факультет, ауд. 14-13.

E-mail: mexmat_disser85@mail.ru

Диссертация находится на хранении в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27). С информацией о регистрации участия в защите и с диссертацией в электронном виде можно ознакомиться на сайте ИАС «ИСТИНА»: https://istina.msu.ru/dissertations/357378481/.

Автореферат разослан «15» марта 2021 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.07,
кандидат физико-математических
наук, доцент Н.А. Раутиан

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Диссертация является исследованием в области теории случайных процессов. Рассмотрим ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) с непрерывным временем по $\mathbb{Z}^d$, $d \geqslant 1$, с симметричным, однородным по пространству, неприводимым случайным блужданием и одним источником ветвления частиц, расположенным в начале координат. Неформально процесс можно описать следующим образом. Предположим, что изначально на всей решетке есть только одна частица, располагающаяся в $x \in \mathbb{Z}^d$. Она совершает случайное блуждание до попадания в $x_0 = 0 \in \mathbb{Z}^d$. Здесь частица проводит экспоненциально распределенное время и затем прыгает в другую точку решетки, или исчезает, возможно, оставляя случайное количество потомков. Тогда каждый потомок продолжает процессы блуждания и ветвления по тем же законам и независимо от других частиц.

Формирование теории ВСБ восходит к работам по диффузии частиц, см., например, статью Б.А. Севастьянова[1] и библиографию в работе З. Ши[2]. В зависимости от возникающих задач можно рассматривать разные предположения о пространстве блуждания (ограниченности, как у Б.А. Севастьянова[1], или неограниченности, как у Е.Б. Яровой[3]), о времени (непрерывное, как у Д.А. Доусона, Л.Г. Горостицы, А. Вакольбингера[4] или дискретное, как у З. Гао [5]), природе случайных блужданий (симметричное, как в большинстве моделей, или асимметричное, как у Е.Б. Яровой [6]), периодичности пространства, как у М.В. Платоновой и К.С. Рядовкина [7]), вероятностных свойствах блуждания и ветвления (конечности или бесконечности дисперсии скачков, как у А.И. Рытовой, Е.Б. Яровой[8]).

[1]Севастьянов Б.А. Ветвящиеся случайные процессы для частиц, диффундирующих в ограниченной области с поглощающими границами // Теория вероятн. и ее примен. — 1958. — Т. 3. — С. 121—136.

[2]Shi Z. Branching random walks. Lecture notes from the 42nd Probability Summer School held in Saint Flour, 2012. Lecture Notes in Mathematics, 2151. École d'Été de Probabilités de Saint-Flour. Saint-Flour Probability Summer School. Springer, Cham, 2015.

[3]Yarovaya E. B. Application of spectral methods in the study of branching processes with diffusion in a noncompact phase space // Teoret. Mat. Fiz. — 1991. – Vol. 88. — №1. – P. 25–30.

[4]Dawson D. A. and Gorostiza L. G. and Wakolbinger A. Occupation time fluctuations in branching systems // J. Theoret. Probab. — 2001. — Vol. 14. — №3. — P. 729—796.

[5]Gao Z. Exact convergence rate of the local limit theorem for branching random walks on the integer lattice // Stochastic Process. Appl. — 2017. — Vol. 127. — №4. — P. 1282–1296.

[6]Yarovaya E. B. Branching random walks with several sources // Math. Popul. Stud. — 2013. — Vol. 20. — №1. — P. 14—26.

[7]Platonova M.V. and Ryadovkin K.S. Branching random walks on $\mathbb{Z}^d$ with periodically distributed branching sources // Teor. Veroyatn. Primen. — 2019. — Vol. 64. — №2. — P.283–307.

[8]Rytova A. and Yarovaya E. Survival analysis of particle populations in branching random walks // Communications in Statistics - Simulation and Computation. — 2019. — P.1–15.

Эволюция системы с элементами, способными к перемещению, воспроизводству и гибели может быть описана как ВСБ. Например, в работе Б.М. Болкера, С.В. Пакала, С. Неухаузера[9] соответствующие модели были применены в задачах для биологических популяций, когда выводы о стратегиях пространственного распространения и плодовитости конкурирующих видов растений были получены объединением результатов различных типов моделей: систем взаимодействующих частиц и моментных уравнений для пространственных точечных процессов. При изучении вопроса восстановления систем со случайным количеством независимо работающих серверов в работе В.А. Ватутина, В.А. Топчего, Е.Б. Яровой[10], где ветвление возможно только в начале координат, были найдены асимптотики выживаемости популяции, наличия частиц в источнике и условная предельная теорема ягломовского типа для общей численности частиц. В работе Е. Жижиной, С. Комеча, К. Декомбеса[11] предложена математическая модель для описания роста аксонов и объяснения различия между мутантными и нормальными видами, которые могут быть представлены как ансамбли траекторий случайных блужданий с непрерывным временем, и отличающиеся временем ожидания роста, где для мутантного случая рассматривалось распределение с бесконечным средним. Для решения задач популяционной динамики в работе С. Молчанова, Дж. Витмайера[12] рассмотрены пространственные модели для процесса Гальтона-Ватсона с миграцией и иммиграцией. При изучении распространения эпидемий в работе Е. Ермаковой, П. Махмутовой, Е. Яровой[13] модель ВСБ позволила исследовать не только количество инфицированных особей, но и их пространственное распределение. В работе Е.Вл. Булинской[14] исследована модель ВСБ с конечным числом $N < \infty$ катализаторов, в которых возможно ветвление частиц и иная вероятность выхода блуждания в отличие от остальных точек решетки. Такой процесс называется каталитическим ветвящимся процессом, и для него была дана классификация на надкритический, критический и докритический режимы в зависимости от значения перронова корня некоторой матрицы $N \times N$. В работе М.В. Платоновой,

[9]Bolker B.M., Pacala S.W., and Neuhauser C. Spatial dynamics in model plant communities: what do we really know? // Am. Nat. — 2003. — Vol. 162. — P. 135–148.

[10]Vatutin V.A., Topchii V.A., and Yarovaya E.B. Catalytic branching random walks and queueing systems with a random number of independently operating servers // Theory of Probability and Mathematical Statistics. — 2004 — Vol. 69. — P. 1–16.

[11]Zhizhina E., Komech S., and Descombes X. Modelling axon growing using ctrw // arxive. — 2015. — P. arXiv:1512.02603v1 [q–bio.NC].

[12]Molchanov S. and Whitmeyer J. Spatial models of population processes. In Modern problems of stochastic analysis and statistics, volume 208 of Springer Proc. Math. Stat., pages 435–454. Springer, Cham, 2017.

[13]Ermakova E., Makhmutova P., and Yarovaya E. Branching random walks and their applications for epidemic modeling // Stoch. Models. — 2019. — Vol. 35. — №3. — P. 300–317.

[14]Bulinskaya E.Vl. Complete classification of catalytic branching processes // Theory Probab. Appl. — 2015. — Vol. 59. — №4. — P. 545–566.

К.С. Рядовкина[7] было изучено асимптотическое поведение среднего числа частиц ВСБ при условии конечности дисперсии скачков случайного блуждания, и с источниками ветвления, расположенными на периодическом графе, который может быть погружен в $\mathbb{Z}^d$.

Существует большое количество разнообразных методов исследования моделей ВСБ. Их применение зависит от структуры пространства, в котором происходит блуждание частиц, и его размерности, свойств самого блуждания и ветвящейся среды (см., например, работу А.И. Рытовой[15]). Не всегда методы, работающие для ВСБ в $\mathbb{R}^d$ можно применить для ВСБ в $\mathbb{Z}^d$ (см., например, работу Ю. Фенг, С. Молчанова, Е. Яровой[16]).

Также можно рассматривать ВСБ как частный случай ветвящихся процессов Беллмана-Харриса и использовать подходы, развитые в этой теории (см., например, работу В.А. Ватутина, В.А. Топчего,[17]). Для задач, возникающих из статистической физики, часто удобным оказывается привлечение теории дифференциальных уравнений в бесконечномерных пространствах (см., например, работу Ю. Кондратьева, С. Молчанова, С. Пирогова, Е. Жижиной[18]). Структура ветвящейся среды в ВСБ может влиять на возникновение эффекта перемежаемости. Например, такой эффект для процессов со случайной средой обсуждается в работе С. Альбеверио, Л.В. Богачева, С.А. Молчанова, Е.Б. Яровой[19]. Для его исследования в работах Дж. Гартнера, С.А. Молчанова[20], С. Молчанова[21], Я.Б. Зельдовича, С.А. Молчанова, А.А. Рузмайкина, Д.Д. Соколова[22] использовался асимптотический анализ моментов. Было показано, что перемежаемость проявляется при быстро растущих моментах, например, когда второй момент растет намного быстрее, чем квадрат первого момента. Некомпактность пространства разрушает чисто точечный спектр

---

[15]Гармонический анализ ветвящихся случайных блужданий с тяжелыми хвостами // Фундамент. и прикл. матем. – 2020. – Т. 23. – №1. – С. 175-189

[16]Feng Y., Molchanov S., and Yarovaya E. Stability and instability of steady states for a branching random walk // Methodology and Computing in Applied Probability. — 2020. – P. 1–12

[17]Topchii V.A. and Vatutin V. A. Catalytic branching random walks in $\mathbb{Z}^d$ with branching at the origin // Siberian Advances in Mathematics. — 2013. — Vol. 23. — №2. — P. 123–153.

[18]Kondratiev Y., Molchanov S., Pirogov S., and Zhizhina E. On ground state of non local schrodinger operators // Applicable Analysis. — 2016. — Vol. 96. — P. 1390–1400.

[19]Albeverio S., Bogachev L.V., Molchanov S. A., and Yarovaya E. B. Annealed moment Lyapunov exponents for a branching random walk in a homogeneous random branching environment // Markov Process. Related Fields. — 2000. — Vol. 6. — №4. — P. 473–516.

[20]Gartner J. and Molchanov S.A. Parabolic problems for the Anderson model. I. Intermittency and related topics // Comm. Math. Phys. — 1990. — Vol. 132. — №3. — P. 613–655.

[21]Molchanov S. Lectures on random media. In Lectures on probability theory (Saint-Flour, 1992), volume 1581 of Lecture Notes in Math., pages 242– 411. Springer, Berlin, 1994.

[22]Zel'dovich Ya.B., Molchanov S. A., Ruzmauikin A. A., and Sokoloff D. D. Intermittency, diffusion and generation in a nonstationary random medium. In Mathematical physics reviews, Vol. 7, volume 7 of Soviet Sci. Rev. Sect. C Math. Phys. Rev., pages 3–110. Harwood Academic Publ., Chur, 1988.

оператора, определяющего эволюцию процесса и некоторые ранее применявшиеся методы в этом случае использовать непосредственно нельзя (см. работы Е.Б. Яровой[23], С. Альбеверио, Л.В. Богачева, Е.Б. Яровой[24]).

Переход к ВСБ расширяет круг задач, возникающих как в теории случайных блужданий, так и в теории ветвящихся процессов. Случайные блуждания с бесконечной дисперсией скачков принято называть в литературе случайными блужданиями с тяжелыми хвостами. Им посвящено достаточно много публикаций (см., например, книгу А.А. Боровкова, К.А. Боровкова[25] и библиографию в ней). Классификация асимптотического поведения ветвящегося случайного блуждания при условии достаточно общего вида, приводящем к бесконечной дисперсии скачков, оставалась важной и нерешенной задачей. До недавнего времени ветвящиеся случайные блуждания рассматривались, как правило, в предположении конечной дисперсии скачков.

В диссертации рассматривается модель с непрерывным временем и марковским ветвящимся процессом в единственной точке пространства блуждания. Также предполагается, что лежащее в основе случайное блуждание пространственно однородно, симметрично и неприводимо, а отличительной особенностью являются тяжелые хвосты блуждания: переходные интенсивности $a(x,y)$ убывают как $|y-x|^{-(d+\alpha)}$ при $|y-x|\to\infty$, где $\alpha\in(0{,}2)$, и дисперсия скачков становится бесконечной. Для таких ВСБ, с пустым положительным точечным спектром оператора, асимптотики моментов численностей частиц ранее исследованы не были.

В статье А. Агбора, С. Молчанова, Б. Вайнберга[26] найдена асимптотика при $|y-x|+t\to\infty$ переходных вероятностей для случайного блуждания с переходными интенсивностями $a(x,y)$ также вида $|y-x|^{-(d+\alpha)}$, $|y-x|\to\infty$, $\alpha\in(0{,}2)$, и при естественных условиях регулярности на хвосты распределения длин скачков. Сходный результат, но при фиксированных x,y, и не требовавший условий регулярности, получен в работе А.И. Рытовой, Е.Б. Яровой[27].

Одной из первых работ по исследованию такой модели для простого случайного блуждания и процесса чистого размножения в источнике

---

[23] Yarovaya E. B. Application of spectral methods in the study of branching processes with diffusion in a noncompact phase space // Teoret. Mat. Fiz. — 1991. — Vol. 88. — №1. — P. 25—30.

[24] Albeverio S., Bogachev L.V., and Yarovaya E.B. Branching random walk with a single source. In Communications in difference equations (Poznan, 1998), pages 9–19. Gordon and Breach, Amsterdam, 2000.

[25] Borovkov A.A. and Borovkov K.A. Asymptotic analysis of random walks: heavy-tailed distributions. Cambridge University Press, Cambridge, 2008.

[26] Agbor A., Molchanov S., and Vainberg B. Global limit theorems on the convergence of multidimensional random walks to stable processes // Stoch. Dyn. — 2015. — Vol. 15. — №3. — 1550024.

[27] Rytova A.I. and Yarovaya E.B. Multidimensional watson lemma and its applications // Mathematical Notes. — 2016. — Vol. 99. — №3-4. — P. 406–412.

была, по-видимому, работа Е.Б. Яровой[28]. Более общие модели симметричного ВСБ с конечной дисперсией скачков случайного блуждания и одним источником ветвления были рассмотрены рядом авторов, например, В.А. Ватутиным, В.А. Топчим[29]. Как было показано Е.Б. Яровой[30], при отказе от конечности дисперсии скачков в ВСБ появляются новые эффекты. В частности, симметричное случайное блуждание теряет свойство возвратности на двумерной решетке и при определенных условиях на одномерной решетке. Модель ВСБ с тяжелыми хвостами и источником ветвления в каждой точке решетки рассмотрена в работе А. Гетан, С. Молчанова, Б. Вайнберга[31].

Рассмотрим надкритическое ВСБ, когда спектр эволюционного оператора содержит положительное собственное значение. В работе И.И. Христолюбова, Е.Б. Яровой[32] найдены асимптотики всех моментов для модели ВСБ с несколькими источниками и без условий на дисперсию скачков для надкритического случая, когда наблюдается экспоненциальный рост численностей частиц.

Удобным для исследования оказывается введение параметра β, характеризующего среднее количество потомков одной частицы, появившихся за малое время в источнике ветвления, называемого интенсивностью источника. Дифференциальный оператор, участвующий в уравнениях для моментов, имеет вид $\mathcal{H}_\beta := \mathcal{A} + \beta\delta_0(\cdot)$, где $\mathcal{A}$ — генератор случайного блуждания, и $\delta_0(\cdot)$ отражает наличие источника ветвления в точке $0 \in \mathbb{Z}^d$. Спектральные свойства $\mathcal{H}_\beta$ будут определять асимптотическое поведение моментов.

Как было показано, например, в работе Е.Б. Яровой[29], для рассматриваемых ВСБ существует критическое значение β_c, при превышении которого у оператора $\mathcal{H}_\beta$ появляется положительное собственное значение λ_0. Это значение будет определять экспоненциальный рост численности популяции. Отметим частный случай, когда блуждания рассматривается на $\mathbb{Z}$, тогда в моделях с конечной дисперсией скачков $\beta_c = 0$, однако, как только хвосты длин скачков становятся достаточно тяжелыми, то β_c становится положительным, и для достижения экспоненциального роста численности частиц в ВСБ требуется большая интенсивность источника

[28]Yarovaya E.B. Use of spectral methods to study branching processes with diffusion in a noncompact phase space // Theoretical and Mathematical Physics. — 1991. — Vol. 88. — №1. — P. 690–694.

[29]Vatutin V.A. and Topchii V.A. Limit theorem for critical catalytic branching random walks // Theory of Probability and Its Applications. — 2005. — Vol. 49. — №3. — P. 498–518.

[30]Yarovaya E. Branching random walks with heavy tails // Comm. Statist. Theory Methods. — 2013. — Vol. 42. — №16. — P. 3001–3010.

[31]Getan A., Molchanov S. and Vainberg B. Intermittency for branching walks with heavy tails // Stochastics and Dynamics. — 2017 — Vol. 17. — №6.

[32]Христолюбов И.И., Яровая Е.Б. Предельная теорема для надкритического ветвящегося блуждания с источниками различной интенсивности // Теория вероятн. и ее примен. — 2019. — Т. 64. — №3. — С. 456–480.

по сравнению со случаем конечной дисперсии скачков случайного блуждания. Как было показано в работах А.И. Рытовой, Е.Б. Яровой[33,34,35] для рассматриваемых ВСБ с тяжелыми хвостами асимптотики моментов можно классифицировать на большее количество случаев, чем для ВСБ с конечной дисперсией, см. монографию Е.Б. Яровой[36].

Акцент в работе сделан на выявлении связи режима ВСБ и соотношений между размерностью пространства, d, вероятностными характеристиками случайного блуждания, α, и ветвящегося процесса, β. Теоремы о моментах формулируются с указанием диапазона значений d/α и сравнения β с β_c. Интересно отметить, что для похожего процесса с ветвлением и тяжелыми хвостами блуждания, но по $\mathbb{R}^d$, был получен критерий устойчивости системы, основанный также на соотношениях между d/α и $1/\beta$, где α и β характеризуют блуждание и ветвление, см. работу Л.Г. Горостицы, А. Вакольбингера[37].

Цель работы. Целью работы является асимптотический анализ численностей частиц, их целочисленных моментов, а также анализ выживаемости популяции частиц в моделях ВСБ при условии тяжелых хвостов случайного блуждания, когда дисперсия скачков становится бесконечной.

Научная новизна. В работе получены новые результаты для случайного блуждания с тяжелыми хвостами и использованы для исследования более сложной модели с ветвлением частиц.

Методы исследования. В работе применяются методы теории вероятностей, случайных процессов, преобразование Фурье, преобразование и метод Лапласа, тауберовы теоремы, методы теории дифференциальных уравнений в банаховых пространствах, методы спектральной теории операторов.

Для получения основных эволюционных уравнений используются подходы, предложенные в монографии Е.Б. Яровой[36] для ВСБ с конечной дисперсией скачков.

Для исследования возвратности случайного блуждания была получена оценка преобразования Фурье переходных интенсивностей.

---

[33]Rytova A.I. and Yarovaya E.B. Moments of particle numbers in a branching random walk with heavy tails // Russian Mathematical Surveys. — 2019. — Vol. 74. — №6. — P. 1126–1128.

[34]Rytova A. and Yarovaya E. Heavy-tailed branching random walks on multidimensional lattices. A moment approach // Proceedings of the Royal Society of Edinburgh: Section A Mathematics. – 2020. – P. 1-22

[35]Rytova A. I., Yarovaya E. B. Weakly supercritical branching walks with heavy tails // VIII Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2016): Москва, 17–22 октября 2016 г.: Труды / Ed. by А. Ф. Измаилов. – Vol. 1. – МАКС Пресс, Москва, 2016. – P. 216–217.

[36]Яровая Е.Б. Ветвящиеся случайные блуждания в неоднородной среде. Центр прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ М, 2007.

[37]Gorostiza L. G. and Wakolbinger A. Persistence criteria for a class of critical branching particle systems in continuous time // Ann. Probab. — Vol. 19. — №1. — P. 266—288.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Результаты могут быть использованы специалистами в области теории вероятностей и случайных процессов, работающими в МГУ имени М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургском отделении Математического института имени В.А. Стеклова РАН.

ВСБ с тяжелыми хвостами могут быть применены в различных областях, среди которых популяционная динамика, эволюция некоторых биологических процессов, модели распространения эпидемий.

Положения, выносимые на защиту.

1. Многомерный аналог леммы Ватсона при условии, что в показателе экспоненты стоит функция, имеющая в нуле степенной порядок роста, и, в общем случае, недифференцируемая.
2. Локальная предельная теорема для переходных вероятностей случайного блуждания с тяжелыми хвостами (на основе многомерного аналога леммы Ватсона).
3. Теорема об асимптотике вероятности невырождения популяции частиц в зависимости от размерности решетки и параметра, отвечающего за свойства блуждания.
4. Теорема о ненулевой критической точке для интенсивности источника ветвления во всех целочисленных размерностях, при превышении которой средние численности частиц растут экспоненциально.
5. Классификация асимптотического поведения моментов численностей частиц в каждой точке решетки и на всей решетке в зависимости от ее размерности и параметра, отвечающего за свойства блуждания.
6. Теорема об асимптотическом поведении первого момента численности популяции частиц в каждой точке решетки и первого момента численности субпопуляции, порожденной одной из начальных частиц, в каждой точке решетки в ВСБ с одним источником ветвления и бесконечным числом начальных частиц.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на конференциях

1. Международные конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2014», «Ломоносов-2015», «Ломоносов-2016», секция «Математика и механика» (Москва, Россия)
2. VIII Московской международной конференции по Исследованию Операций (ORM2016, Москва, Россия, 2016)
3. «Ломоносовские чтения» в МГУ (Москва, Россия, 2017)
4. 2nd International Conference of Stochastic Methods (ICSM-2, Новороссийск, пос. Дюрсо, Россия, 2017)
5. Analytical and Computational Methods in Probability Theory and its Applications (ACMPT-2017, Москва, Россия, 2017),

6. 9th International Workshop on Applied Probability (IWAP 2018, Будапешт, Венгрия, 2018)
7. IX Московской международной конференции по Исследованию Операций (ORM2018-Germeyer100, Москва, Россия, 2018),
8. 4th International Conference of Stochastic Methods (ICSM-4, пос. Дивноморское, Россия, 2019)
9. 62nd ISI World Statistics Congress (ISI WSC 2019, Куала-Лумпур, Малайзия, 2019)

Публикации. Результаты диссертации содержатся в 15 публикациях. Из них 5 статей в научных журналах Web of Science, SCOPUS, RSCI. В материалах международных конференций представлено 10 публикаций, из них 4 статьи. В работах, содержащих основные результаты, выводы и положения диссертационного исследования, выполненных совместно с Е.Б. Яровой, Е.Б. Яровой принадлежат постановки задач, а все результаты в этих работах получены А.И. Рытовой самостоятельно. Список работ автора приведен в конце автореферата и диссертации.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. В первой главе 3 параграфа, во второй главе 4 параграфа. Нумерация утверждений и формул двойная. В работе 16 теорем и 11 лемм. В списке литературы 58 наименований. Всего в работе 78 страниц.

В работу вошли результаты, выполненные при поддержке РФФИ (гранты 17-01-00468 и 20-01-00487).

Благодарность. Автор глубоко признателен научному руководителю, профессору Яровой Елене Борисовне за постановки и обсуждение задач и постоянное внимание к работе.

Содержание работы

В первой главе описывается модель ВСБ с одним источником ветвления и исследуются свойства случайных блужданий с тяжелыми хвостами. С помощью гармонического анализа получена оценка для преобразования Фурье, благодаря которой устанавливается критерий возвратности для случайных блужданий с тяжелыми хвостами в $\mathbb{Z}^3$. Выводится многомерный аналог леммы Ватсона, с помощью которого находится асимптотика переходных вероятностей. Проводится спектральный анализ эволюционного оператора ВСБ, изучается правый край спектра, вводится классификация ВСБ на надкритическое, критическое и докритическое.

Перейдем к формальному описанию модели. Оператор, участвующий в уравнениях, описывающих эволюцию процесса, $\mathcal{A}$ вводится с помощью матрицы $A = (a(x,y))_{x,y\in\mathbb{Z}^d}$, где $\mathbb{Z}^d$ — ненаправленная решетка, удовлетворяющей условиям

A1. $a(x,y) \geqslant 0$ при $y \neq x$

A2. $-\infty < a(x,x) < 0$
A3. $\sum_{y\in\mathbb{Z}^d} a(x,y) = 0$
A4. $a(x,y) = a(y,x)$
A5. $a(x,y) = a(0,y-x)$
A6. каждый вектор $y \in \mathbb{Z}^d$ можно представить в виде $y = \sum_{i=1}^{k} y_i$, где $y_i \in \mathbb{Z}^d$, $a(0,y_i) \neq 0$ при всех $1 \leq i \leq k$, т.е. случайное блуждание неприводимо.

Условия $A4 - A5$ позволяют представить элементы A функцией $a : \mathbb{Z}^d \to \mathbb{R}$ с помощью равенства $a(y-x) = a(x,y)$. Тогда из условий $A1 - A3$ следует $a \in \ell^1(\mathbb{Z}^d)$.

В дальнейшем будем рассматривать случайное блуждание с тяжелыми хвостами, когда

$$a(z) \sim \frac{H(z/|z|)}{|z|^{d+\alpha}}, \qquad |z| \to \infty, \tag{1}$$

где $|\cdot|$ — евклидова норма на $\mathbb{R}^d$, $H(z/|z|) = H(-z/|z|)$ — положительная непрерывная функция на $\mathbb{S}^{d-1} = \{z \in \mathbb{R}^d : |z| = 1\}$ и $\alpha \in (0{,}2)$. В таком предположении дисперсия скачков $\sigma^2 = \sum_{z\in\mathbb{Z}^d} |z|^2 \frac{a(z)}{-a(0)}$ становится бесконечной. Нами будет рассмотрен простейший случай, когда $H(z/|z|) \equiv C > 0$.

Мы предполагаем также, что ветвление в источнике описывается марковским ветвящимся процессом, заданным инфинитезимальной производящей функцией $f(u) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n u^n$, $0 \leqslant u \leqslant 1$. Считаем, что $b_n \geqslant 0$ при $n \neq 1$, $-\infty < b_1 < 0$ и $\sum_{n=0}^{\infty} b_n = 0$. Обозначим через $\beta := f'(1)$ *интенсивность источника*. Предполагаем, что $\beta^{(k)} = f^{(k)}(1) < \infty$ для всех $k \in \mathbb{N}$.

Чтобы задать процесс ВСБ, совместим случайное блуждание и ветвление так, как это сделано в работе Е.Б. Яровой[38].

Через $p(t,x,y)$ обозначим переходную вероятность случайного блуждания, т.е. вероятность того, что в момент времени $t \geq 0$ частица находится в точке y, при условии того, что в момент времени $t = 0$ она находилась в точке x.

Основной интерес при исследовании описанной модели представляет поведение локальных численностей частиц $\mu_t(y)$ в произвольной точке $y \in \mathbb{Z}^d$, численность всей популяции $\mu_t = \sum_{y\in\mathbb{Z}^d} \mu_t(y)$, их моменты $m_n(t,x,y) = \mathsf{E}_x \mu_t^n(y)$, $m_n(t,x) = \mathsf{E}_x \mu_t^n$, где E_x — математическое ожидание при условии, что в начальный момент времени система содержала единственную частицу, расположенную в точке x.

Применяя схему вывода из монографии Е.Б. Яровой[36], можем перейти к линейным дифференциальным уравнениям для $p(t,x,y)$, $m_1(t,x)$,

[38] Яровая Е.Б. Спектральная асимптотика надкритического ветвящегося случайного блуждания // Теория вероятностей и ее применения. — 2017. — Т. 62. — №3. — С. 518–541.

$m_1(t,x,y)$ в пространстве $\ell^p(\mathbb{Z}^d)$, $1 \leqslant p \leqslant \infty$,

$$\frac{dp(t,x,y)}{dt} = (\mathcal{A}p(t,\cdot\,,y))(x), \quad p(0,x,y) = \delta(y-x), \tag{2}$$

$$\frac{dm_1(t,x)}{dt} = (\mathcal{H}_\beta\, m_1(t,\cdot))(x), \quad m_1(0,x) = 1, \tag{3}$$

$$\frac{d\, m_1(t,x,y)}{dt} = (\mathcal{H}_\beta\, m_1(t,\cdot,y))(x), \quad m_1(0,x,y) = \delta_x(y), \tag{4}$$

где $\mathcal{A} : \ell^p(\mathbb{Z}^d) \to \ell^p(\mathbb{Z}^d)$, $1 \leqslant p \leqslant \infty$, определяется равенством $(\mathcal{A}f)(x) = \sum_{x'} a(x,x')f(x')$ а оператор $\mathcal{H}_\beta$ как $\mathcal{H}_\beta := \mathcal{A} + \beta\Delta_0$, где $\Delta_x = \delta_x\delta_x^T$, а $\delta_x = \delta_x(\cdot)$ есть вектор-столбец на решетке, который равен 1 в точке x и 0 в остальных точках. В пространстве $\ell^2(\mathbb{Z}^d)$ оператор $\mathcal{A}$ является самосопряженным.

Важным инструментом анализа операторов $\mathcal{A}$ и $\mathcal{H}_\beta$ служит преобразование Фурье переходных интенсивностей случайного блуждания $\phi(\theta) := \sum_{z\in\mathbb{Z}^d} a(z)e^{i\langle z,\theta\rangle}, \theta \in [-\pi,\pi]^d$. Также введем обозначение для преобразования Лапласа переходной вероятности случайного блуждания $G_\lambda(x,y) := \int\limits_0^\infty e^{-\lambda t}\ p(t,x,y)dt$, так называемой, функции Грина. Будем называть случайное блуждание *возвратным*, если $G_0 := G_0(0,0) = \infty$, и *невозвратным*, если $G_0 < \infty$. Обозначим через β_c наименьшую интенсивность источника такую, что при $\beta > \beta_c$ спектр оператора $\mathcal{H}_\beta$ содержит положительное собственное значение. Назовем ВСБ докритическим, если $\beta < \beta_c$, критическим, если $\beta = \beta_c$, и надкритическим, если $\beta > \beta_c$.

Поведение ВСБ существенно зависит от свойства возвратности. В связи с этим, можно доказать следующие утверждения.

Лемма. ***1.1.*** *Пусть для $a : \mathbb{Z}^3 \to \mathbb{R}$ выполнены условия $A1 - A6$, $\alpha \in (0,2)$ и (1). Тогда для ее преобразования Фурье ϕ*

$$C|\theta|^\alpha \leqslant |\phi(\theta)|, \qquad \theta \in [-\pi,\pi]^3, \tag{5}$$

где $C > 0$.

Теорема. ***1.1.*** *Пусть случайное блуждание задано генератором A, и выполнены условия $A1-A6$, $\alpha \in (0,2)$ и (1). Тогда на $\mathbb{Z}$ оно невозвратно при $\alpha \in (0,1)$ и возвратно при $\alpha \in [1,2)$; на $\mathbb{Z}^2$, $\mathbb{Z}^3$ оно невозвратно при $\alpha \in (0,2)$.*

Для изучения поведения переходной вероятности $p(t,x,y)$ используется ее представление через интеграл Лапласа. Поэтому потребуется следующее техническое утверждение. Здесь $C([-\pi,\pi]^d)$ — пространство непрерывных функций на $[-\pi,\pi]^d$.

Теорема. ***1.2.*** *Пусть* $L(t) = \int\limits_{[-\pi,\pi]^d} f(x)e^{-tS(x)}dx$, *где* $f \in C([-\pi,\pi]^d)$, $f(0) \neq 0$, $S \in C([-\pi,\pi]^d)$ *— функция, для которой* $S(x) \sim \eta\left(\frac{x}{\|x\|}\right)\|x\|^\alpha, x \to 0$, *при некотором* $\alpha > 0$ *и функцией* $\eta \in C(\mathbb{S}^{d-1})$, $0 < \eta_* \leq \eta(u) \leq \eta^* < \infty, \quad u \in \mathbb{S}^{d-1}$. *Тогда* $L(t) \sim \gamma_{\alpha,d} f(0)(\eta_0 t)^{-d/\alpha}, t \to \infty$, *где* $\gamma_{\alpha,d} = 2\pi^{d/2}\left(\alpha\Gamma\left(d/2\right)\right)^{-1}\Gamma\left(d/\alpha\right)$, $\eta_0 \in [\eta_*,\eta^*]$.

Доказательство теоремы опирается на лемму для частного случая $L(t) = \int\limits_{[-\pi,\pi]^d} e^{-t\|x\|^\alpha}dx$.

Теперь можем найти асимптотику переходной вероятности.

Теорема. ***1.3.*** *Пусть выполнено* (1) *и* $\alpha \in (0,2)$. *Тогда* $p(t,x,y) \sim h_{\alpha,d}\, t^{-d/\alpha}, t \to \infty$, *где* $h_{\alpha,d} > 0$.

Найдем асимптотику разности $p(t,0,0) - p(t,x,0)$ при $t \to \infty$, которая будет использоваться для получения утверждений во второй главе.

Теорема. ***1.4.*** *Пусть выполнено* (1) *и* $\alpha \in (0,2)$. *Тогда* $p(t,0,0) - p(t,x,0) \sim \tilde{\gamma}_{d,\alpha}(x)\, t^{-(d+2)/\alpha}, \quad t \to \infty$, *где* $\tilde{\gamma}_{d,\alpha}(x) = \frac{1}{2(2\pi)^d}\int\limits_{\mathbb{R}^d}\langle\omega,x\rangle^2 e^{-\eta\left(\frac{\omega}{|\omega|}\right)|\omega|^\alpha}d\omega$, *и* $\eta \in C(\mathbb{S}^{d-1})$, $0 < \eta_* \leq \eta(u) \leq \eta^* < \infty$, $u \in \mathbb{S}^{d-1}$.

Далее исследуются спектральные свойства оператора $\mathcal{H}_\beta$. С помощью лемм о выполнении необходимых условий для того, чтобы число λ было собственным значением, получаем утверждение о значении β_c, которое равно нулю для возвратных блужданий и $\left(\int\limits_0^\infty p(t,0,0)dt\right)^{-1}$ для невозвратных. Это позволяет выяснить предельное поведение средних численностей частиц $m_1(t,x,y)$ в точке y при старте процесса из x в зависимости от значений d/α и соотношения β и β_c, которое представлено в следующей теореме.

Теорема. ***1.5.*** *Пусть выполнено* (1), $\alpha \in (0,2)$, *и* $m_1(t,x,y)$ *— решение задачи Коши* (4). *Тогда при каждом* $y \in \mathbb{Z}^d$ *верны утверждения*

(i) *если* $\beta < \beta_c$ *или если при* $d/\alpha \in (1/2,2]$ *достигается* $\beta = \beta_c$, *то*

$$\lim_{t\to\infty} m_1(t,x,y) = 0 \qquad (6)$$

равномерно по $x \in \mathbb{Z}^d$;

(ii) *если при* $d/\alpha \in (2,\infty)$ *достигается* $\beta = \beta_c$, *то*

$$\lim_{t\to\infty} m_1(t,x,y)c^{-1}(0,x,y) = 1 \qquad (7)$$

при каждом $x \in \mathbb{Z}^d$, *где* $c(0,x,y) > 0$;

(iii) *если* $\beta > \beta_c$, *то*

$$\lim_{t\to\infty} m_1(t,x,y)c^{-1}(\lambda,x,y)e^{-\lambda t} = 1 \tag{8}$$

при каждом $x \in \mathbb{Z}^d$, *где* $\lambda > 0$ — *решение уравнения* $\beta\, G_\lambda(0,0) = 1$, $c(\lambda,x,y) > 0$.

Во второй главе проводится асимптотический анализ численностей частиц в каждой точке решетки и на всей решетке. Найдены асимптотики всех целочисленных моментов, а также вероятности невырождения популяции для критических и докритических ВСБ с тяжелыми хвостами. Для модели ВСБ, когда в начальный момент в каждой точке решетки находится по одной частице и ветвление возможно только в начале координат, установлено свойство дуальности по первым моментам, а именно, равенство математических ожиданий для численности частиц в точке и численности частиц субпопуляции, порожденной частицей, располагавшейся в этой точке в начальный момент времени.

В докритическом случае сначала исследуется асимптотическое поведение $m_1(t,0,0)$, затем $m_1(t,x)$ и $m_1(t,x,y)$. На их основе с помощью интегральных уравнений для моментов по индукции доказывается основная теорема для докритических ВСБ.

Теорема. *2.4. Пусть* $\beta < \beta_c$, *выполнено* (1) *и* $\alpha \in (0,2)$. *Тогда для каждого* $n \geq 2$,

$$m_n(t,x,y) \sim C_n(x,y)u_1(t), \qquad t \to \infty, \tag{9}$$

$$m_n(t,x) \sim C_n(x)v_1(t), \qquad t \to \infty, \tag{10}$$

где $C_n(x,y) > 0$, $C_n(x) > 0$, *и*

$$\begin{array}{lll} u_1(t) = t^{\,1/\alpha-2}, & v_1(t) = t^{\,1/\alpha-1} & \text{при } d/\alpha \in (1/2,1), \\ u_1(t) = t^{-1}\ln^{-2} t, & v_1(t) = \ln^{-1} t & \text{при } d/\alpha = 1, \\ u_1(t) = t^{-d/\alpha}, & v_1(t) = 1 & \text{при } d/\alpha \in (1,\infty). \end{array}$$

В критическом случае в начале исследуются асимптотики $m_1(t,x,y)$, $m_1(t,x)$ для возвратных и невозвратных блужданий. Затем на их основе находятся асимптотики всех целочисленных моментов для численностей частиц в каждой точке решетки и моментов численности всей популяции.

Теорема. *2.8. Пусть* $\beta = \beta_c$, *выполнено* (1) *и* $\alpha \in (0,2)$. *Тогда для каждого* $n \geq 1$,

$$m_n(t,x,y) \sim C_n(x,y)\, u_n(t), \qquad t \to \infty,$$

$$m_n(t,x) \sim C_n(x)\, v_n(t), \qquad t \to \infty,$$

где $C_n(x,y) > 0$, $C_n(x) > 0$,

$$
\begin{array}{lll}
u_n(t) = t^{-1/\alpha}, & v_n(t) = t^{(1-1/\alpha)(n-1)} & \textit{при } d/\alpha \in (1/2,1),\\
u_n(t) = t^{-1}, & v_n(t) = (\ln t)^{n-1} & \textit{при } d/\alpha = 1,\\
u_n(t) = t^{d/\alpha-2}, & v_n(t) = t^{(d/\alpha-1)(2n-1)} & \textit{при } d/\alpha \in (1,3/2),\\
u_n(t) = t^{-1/2}(\ln t)^{n-1}, & v_n(t) = t^{n-1/2} & \textit{при } d/\alpha = 3/2,\\
u_n(t) = t^{(d/\alpha-2)(2n-1)+n-1}, & v_n(t) = t^{(d/\alpha-1)(2n-1)} & \textit{при } d/\alpha \in (3/2,2),\\
u_n(t) = t^{n-1}(\ln t)^{1-2n}, & v_n(t) = t^{2n-1}(\ln t)^{-2n+1} & \textit{при } d/\alpha = 2,\\
u_n(t) = t^{n-1}, & v_n(t) = t^{2n-1} & \textit{при } d/\alpha \in (2,\infty).
\end{array}
$$

Исследуем поведение вероятности выживания популяции $Q(t,x) = \mathsf{P}_x(\mu_t > 0)$ при старте процесса из точки $x \in \mathbb{Z}^d$. Пусть $F(z,t,x) = \mathsf{E}_x e^{-z\mu_t}$.

Теорема. ***2.9.*** *Пусть $\beta \le \beta_c$, выполнено (1) и $\alpha \in (0,2)$. Тогда*

$$
\begin{array}{lll}
\lim\limits_{t\to\infty} F(z,t,x) = 1, & \lim\limits_{t\to\infty} Q(t,x) = 0 & \textit{при } d/\alpha \in (1/2,1],\\
\lim\limits_{t\to\infty} F(z,t,x) = 1 - \tilde{c}_{d,\alpha}(x), & \lim\limits_{t\to\infty} Q(t,x) = \tilde{c}_{d,\alpha}(x) & \textit{при } d/\alpha \in (1,\infty),
\end{array}
$$

где $\lim\limits_{z\to\infty} \tilde{c}_{d,\alpha}(z,x) = \tilde{c}_{d,\alpha}(x) > 0$ и $\tilde{c}_{d,\alpha}(z,x)$ наименьший неотрицательный корень уравнения $1 - \tilde{c}_{d,\alpha}(z,x) - e^{-z} = G_0(x,0) f(1 - \tilde{c}_{d,\alpha}(z,0))$.

Найдем асимптотику вероятности выживания популяции.

Теорема. ***2.10.*** *Пусть $\beta \le \beta_c$, выполнено (1) и $\alpha \in (0,2)$. Тогда*

$$
\begin{array}{lll}
Q(t,x) \sim \tilde{C}_{d,\alpha}(x)\, v(t), & t \to \infty, & \textit{когда } \beta = \beta_c,\\
Q(t,x) \sim \tilde{K}_{d,\alpha}(x)\, u(t), & t \to \infty, & \textit{когда } \beta < \beta_c,
\end{array}
$$

где $\tilde{C}_{d,\alpha}(x) > 0$, $\tilde{K}_{d,\alpha}(x) > 0$,

$$
\begin{array}{lll}
v(t) = t^{(1/\alpha-1)/2}, & u(t) = t^{1/\alpha-1} & \textit{при } d/\alpha \in (1/2,1),\\
v(t) = (\ln t)^{-1/2}, & u(t) = (\ln t)^{-1} & \textit{при } d/\alpha = 1,\\
v(t) \equiv 1, & u(t) \equiv 1 & \textit{при } d/\alpha \in (1,\infty).
\end{array}
$$

Последний параграф второй главы посвящен модели ВСБ с бесконечным числом начальных частиц, когда в каждой точке в момент времени $t = 0$ находится по одной частице. Обозначим за $\eta_{y,t}$ численность субпопуляции в момент t, состоящей из потомков частицы, которая в момент $t = 0$ находилась в точке $y \in \mathbb{Z}^d$. Пусть $\eta_{y,t}(x)$ — та часть из них, которая находится в точке $x \in \mathbb{Z}^d$. В этом случае $\eta_{y,t} = \sum_{x\in\mathbb{Z}^d} \eta_{y,t}(x)$. За $\eta_t(x)$ обозначим количество частиц в точке x в момент t без учета принадлежности к той или иной субпопуляции. Таким образом, $\eta_t(x) = \sum_{y\in\mathbb{Z}^d} \eta_{y,t}(x)$ с начальным условием $\eta_0(\cdot) \equiv 1$.

Теорема. ***2.11.*** *Для ВСБ на $\mathbb{Z}^d$, $d \in \mathbb{N}$, с параметром $\alpha \in (0,2)$, определяющим тяжесть хвостов блуждания в (1) и начальным условием*

$\eta_0(\cdot) \equiv 1$, *справедливы соотношение* $\mathsf{E}\eta_t(y) = \mathsf{E}\eta_{y,t}$ *и при* $t \to \infty$ *асимптотические равенства*

$$\mathsf{E}\,\eta_t(x) \sim C(x)\,v(t), \quad \mathsf{E}\,\eta_{y,t}(x) \sim C(x,y)\,u(t),$$

где для надкритического ВСБ

$$v(t) = e^{\lambda t}, \quad u(t) = e^{\lambda t} \quad \textit{при } d/\alpha \in (1/2, \infty),$$

для критического ВСБ

$$\begin{array}{lll} v(t) = 1, & u(t) = t^{-1/\alpha} & \textit{при } d/\alpha \in (1/2, 1], \\ v(t) = t^{d/\alpha - 1}, & u(t) = t^{d/\alpha - 2} & \textit{при } d/\alpha \in (1, 2), \\ v(t) = t\,\ln^{-1} t, & u(t) = \ln^{-1} t & \textit{при } d/\alpha = 2, \\ v(t) = t, & u(t) = 1 & \textit{при } d/\alpha \in (2, \infty), \end{array}$$

для докритического ВСБ

$$\begin{array}{lll} v(t) = t^{1/\alpha - 1}, & u(t) = t^{1/\alpha - 2} & \textit{при } d/\alpha \in (1/2, 1), \\ v(t) = \ln^{-1} t, & u(t) = t^{-1}\ln^{-2} t & \textit{при } d/\alpha = 1, \\ v(t) = 1, & u(t) = t^{-d/\alpha} & \textit{при } d/\alpha \in (1, \infty), \end{array}$$

где λ, $C(x)$, $C(x,y)$, *некоторые положительные константы.*

Таким образом, получена полная классификация первых моментов для модели ВСБ с одним источником ветвления и бесконечным количеством начальных частиц.

Работы автора по теме диссертации

Статьи в научных журналах Web of Science, SCOPUS, RSCI

[1] Рытова А. И., Яровая Е. Б. Многомерная лемма Ватсона и ее применение // Математические заметки. – 2016. – Т. 99, № 3. – С. 395–403.
Rytova A.I., Yarovaya E.B. Multidimensional Watson lemma and its applications // Mathematical Notes. – 2016. – Vol. 99. – №3-4. – P. 406–412. (ИФ WoS 0.626) / 0.44 п.л. / вклад соискателя 0.38 п.л.

[2] Рытова А. И., Яровая Е. Б. Моменты численностей частиц в ветвящемся случайном блуждании с тяжелыми хвостами // Успехи матем. наук. – 2019. – Т. 74, № 6. – С. 165–166.
Rytova A.I., Yarovaya E.B. Moments of particle numbers in a branching random walk with heavy tails // Russian Mathematical Surveys. – 2019. – Vol. 74. – №6. – P. 1126–1128. (ИФ WoS 1.345) / 0.13 п.л. / вклад соискателя 0.06 п.л.

[3] Rytova A., Yarovaya E. Survival analysis of particle populations in branching random walks // Communications in Statistics - Simulation and Computation. – 2019. – P. 1–16. (ИФ SJR 0.439) / 1 п.л. / вклад соискателя 0.94 п.л.

[4] Рытова А. И. Гармонический анализ ветвящихся случайных блужданий с тяжелыми хвостами // Фундамент. и прикл. матем. – 2020. – Т. 23, вып. 1. – С. 175–189.
Rytova A. I. Harmonic analysis of branching random walks with heavy tails // Fundamental and Applied Mathematics. – 2020. - Vol. 23. – №1. – P. 175–189. (ИФ SJR 0.12) / 0.94 п.л. / вклад соискателя 0.94 п.л.

[5] Rytova A., Yarovaya E. Heavy-tailed branching random walks on multidimensional lattices. A moment approach // Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Section A Mathematics. – 2020. – P. 1–22. (ИФ SJR 1.08) / 1.47 п.л. / вклад соискателя 1.25 п.л.

В работах [1], [2], [3], [5] Е.Б. Яровой принадлежат постановки задач. Все результаты в этих работах получены А.И. Рытовой самостоятельно.

Статьи в трудах научных конференций

[6] Rytova A. I., Yarovaya E. B. Weakly supercritical branching walks with heavy tails // VIII Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2016): Москва, 17–22 октября 2016 г.: Труды / Ed. by А. Ф. Измаилов. – Vol. 1. – МАКС Пресс, Москва, 2016. – P. 216–217.

[7] Rytova A. I. Harmonic analysis of random walks on lattices // Proceedings of the International Conference Analytical and Computational Methods in Probability Theory and its Applications. – РУДН Москва, 2017. – P. 689–694.
[8] Рытова А. И. Условия вырождения ветвящегося случайного блуждания с тяжелыми хвостами // IX Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2018): Москва, 22–27 октября 2018 г.: Труды. – Т. 2 из ООО "МАКС Пресс" Москва. – 2018. – С. 521–523.
[9] Rytova A., Yarovaya E. Survival Analysis of Particle Populations in Branching Random Walks // Proceedings of 62nd ISI World Statistics Congress. — 2019. – P. 1–6.

Тезисы докладов в материалах научных конференций

[10] Рытова А.И. Новый подход к доказательству критерия возвратности для ветвящихся случайных блужданий с тяжелыми хвостами. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2014», МГУ, М., 2014. – 1 с.
[11] Рытова А.И. Локальная предельная теорема для случайных блужданий по решеткам с бесконечной дисперсией скачков. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2015», МГУ, М., 2015. – 1 с.
[12] Рытова А.И. Асимптотика средних численностей частиц в слабо надкритическом ветвящемся случайном блуждании с тяжелыми хвостами. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016», МГУ, М., 2016. – 1 с.
[13] Рытова А. И. Асимптотика моментов численностей частиц в ветвящемся случайном блуждании с тяжелыми хвостами // Теория вероятностей и ее применения. – 2017. – Т. 62, № 4. – С. 827–828. Rytova A.I. Asymptotics of numbers of particle in a branching random walk with heavy tails // Theory Probab. Appl. – 2018. – Vol. 62. – №4. – P. 664-665.
[14] Rytova A. Subcritical branching walks with heavy tails // Abstracts of the 9-th International Workshop on Applied Probability 18-21 June 2018, Budapest, Hungary. – Eotvos Lorand University Budapest, 2018. – P. 137–138.
[15] Рытова А. И. Ветвящееся блуждание с бесконечным числом начальных частиц и тяжелыми хвостами // Теория вероятностей и ее применения. – 2020. – Т. 65. – №1. – С. 192–193. Rytova A.I. Branching walk with an infinite number of initial particles and heavy tails // Theory Probab. Appl. – 2020. –Vol. 65. – №1. – P. 157.

Рытова Анастасия Игоревна

Асимптотический анализ ветвящихся блужданий с тяжелыми хвостами

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать ___.___._____. Заказ № ____________
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.
Типография ______________________________________