

На правах рукописи



РЫБКИНА НАТАЛИЯ МИХАЙЛОВНА

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ И АЭРОУПРУГИЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ КРЫЛА БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ С
УПРАВЛЯЕМЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ ПРОФИЛЕЙ

01.02.06. «Динамика, прочность машин, приборов и
аппаратуры»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2020

Работа выполнена в **федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»**

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Гришанина Татьяна Витальевна

Официальные оппоненты: доктор технических наук, Ишмуратов Фаниль Закиевич, начальник отдела статической аэроупругости ЦАГИ им. проф. Жуковского;

Ведущая организация: кандидат технических наук, Чучкалов Игорь Борисович, начальник бригады ОКБ «Сухой». Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт прикладной механики Российской академии наук (ФГБОУН ИП-РИМ РАН)

Защита состоится 09 декабря 2020 в 16:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.05 в ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке «Московского авиационного института (национального исследовательского университета)» и на сайте https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=118193.

Автореферат разослан

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.125.05

Федотенков Григорий Валерьевич



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проводимых научных исследований обусловлена тем, что в настоящее время в авиации достаточно широко используются управляемые беспилотные летательные аппараты (БПЛА) различных видов и назначений, как для военного, так и для гражданского использования. Их тонкие крылья являются достаточно гибкими конструкциями, и действующие на них аэродинамические нагрузки сильно зависят от их деформаций и колебаний.

БПЛА имеют облегченную и весьма гибкую конструкцию с прямыми морфными крыльями большого удлинения, часто без поворотных органов управления. Крыло такого типа может состоять из передней тонкостенной балки (лонжерона) с замкнутым контуром поперечного сечения, работающей на изгиб и кручение, с присоединенной к ней задней частью в виде сужающейся трехслойной пластины с сотовым наполнителем или в виде тонких пластин и мембран, профилированных пенопластом. В полете возникают поперечные перемещения и углы поворота профилей крыла за счет изгиба и кручения лонжерона, управляемые перемещения хвостиков, а также – дополнительные перемещения хвостиков за счет их деформации под действием аэродинамической нагрузки.

Существуют БПЛА с различными типами крыльев: упруго деформируемым крылом; мембранным крылом; гибридным крылом; крылом с переменной геометрией; морфным крылом за счет расширяющихся лонжеронов и телескопических нервюр.

Предлагаемые в работе исследования отражают развиваемую в мире современную концепцию создания так называемых «конформных» авиационных конструкций с бесшарнирными деформируемыми несущими и рулевыми поверхностями с приложениями, в первую очередь, к беспилотным легким самолетам различных форм и размеров, предназначенных для длительных полетов при минимальном потреблении энергии.

Работы по теме диссертации выполнялись при финансовой поддержке РФФИ (код проекта: 18-08-00937-а).

Цель работы

Разработка математических моделей и решение задач аэродинамического нагружения и аэроупругих колебаний в дозвуковом потоке тонкого упругого профиля крыла большого удлинения.

Научная новизна

Впервые разработаны линейная и геометрически нелинейная математические модели аэроупругого деформирования профиля крыла в потоке при управляемом натяжении верхней и нижней обшивок по типу «рыбьего хвоста» с целью использования при создании адаптивных крыльев.

Выполнены оценки влияния нелинейностей продольно-поперечного изгиба профиля на аэродинамические и аэроупругие характеристики крыла.

Практическое значение работы

Результаты исследований позволят обеспечить научное сопровождение проектирования сверхлегкого составного деформируемого крыла при безотрывном обтекании нестационарным дозвуковым потоком.

Достоверность и обоснованность полученных результатов диссертационной работы основывается на корректности математических моделей и строгости математических решений, а также на сравнении численных расчетов, полученных по методу Рунге и методу конечных элементов.

Личный вклад соискателя

Все разработанные расчетно-математические модели и проведенные исследования, представленные в диссертационной работе, проведены лично соискателем в процессе научной деятельности.

На защиту выносятся:

1. Разработанные математические модели аэродинамического нагружения и аэроупругих колебаний в дозвуковом потоке тонкого упругого профиля крыла большого удлинения, совершающего изгибно-крутильные колебания.
2. Разработанная расчетно-математическая модель профиля крыла типа «рыбий хвост» с управлением аэродинамическими характеристиками профиля.
3. Результаты решений задачи аэродинамического нагружения и аэроупругих колебаний в дозвуковом квазистационарном потоке тонкого упругого профиля крыла большого удлинения.
4. Результаты численных расчетов определения границ динамической устойчивости (флаттера), полученных при использовании нестационарной и квазистационарной аэродинамических теорий.

Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертационной работы доложены на международных научных конференциях, семинарах и симпозиумах, в том числе:

- Международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова (Вятчи, 2016, 2017, 2018, 2020 гг.),
- Международной конференции «Авиация и космонавтика» (Москва, МАИ, 2016, 2018, 2019 гг.)
- 7-й всероссийской научной конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» (Москва, 2017г.)

- Первой Общероссийской научно-практической конференции «Вопросы инновационного развития аэрокосмического комплекса России» (Москва, 2018г.)

- XLVI Международной молодёжной научной конференция «Гагаринские чтения – 2020», (Москва, МАИ, 2020г.)

А также опубликованы в тринадцати печатных работах, в том числе трех статьях в журналах, рекомендованных ВАК РФ.

Структура и объем работы

Результаты исследований изложены на 115 страницах машинописного текста, иллюстрированного 60 рисунками и 13 таблицами. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы. Список используемой литературы включает 83 наименования (из них 15 на иностранном языке).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведен краткий обзор литературы, относящейся к теме диссертации. В работах Поповского В.Н., Фомина Г.М. (2000 г.), Макаревского А.И., Чинова В.М. (1982 г.) и др. рассмотрены классические задачи аэроупругости. Более подробно примеры влияния упругости конструкции на аэродинамические характеристики и нагружение летательных аппаратов приводятся в статьях Амирьянца Г.А. (1972 г., 1980 г.).

В работах Ортаевзи Г., Зинченко Д.Н. (2014 г.), Дынникова Я.А. (2016 г.), Кабальнова Ю.С., Уразаевой Л.Ю. (2006 г.) представлены различные конфигурации гибких крыльев, в том числе гибридное крыло, гибкое крыло, смоделированное шарнирно-упругим сочленением нескольких недеформируемых звеньев и крыло из композиционных материалов.

Задачи статической аэроупругости самолетов с гибкими крыльями с учетом геометрической нелинейности, а также нелинейного взаимодействия между кручением и изгибом в плоскости под действием аэродинамических нагрузок подробно описаны в работах Tang, D., Dowell, E. H. (2001 г.), Hodges, D.H., Dowell, E.H. (1974 г.), Patil M. J., Hodges D. H. (2001 г.) и др. Задача аэроупругости профиля крыла с учетом геометрической нелинейности решается и в данной диссертационной работе.

Математические расчетные модели в данной работе строятся на основании двух численных методов: метода Ритца и метода конечных элементов. Численный подход с использованием данных методов к решению задач, связанных с расчетом аэродинамики и аэроупругости крыльев большого удлинения, представлен в работах Ишмуратова Ф.З., Поповского В.Н. (1988), Туктарова С.А., Чедрика В.В. (2015 г.), Бунькова В.Г., Ишмуратова Ф.З., Мосунова В.А. (2004 г.).

Аэродинамическую нагрузку, действующую на колеблющийся тонкий профиль в несжимаемом потоке идеального газа, можно определить на основании точного решения в комплексном виде по нестационарной теории для малых гармонических колебаний с заданной частотой или по приближенной квазистационарной теории, что также используется в данной диссертационной работе. Нестационарная теория для определения аэродинамических нагрузок, действующих на колеблющиеся тонкие несущие поверхности в дозвуковом потоке, изложена достаточно полно в работах Бисплингхоффа Р.Л., Эшли Х., Халфмена Р.Л. (1958 г.), Фершинга Г. (1984 г.), Шклярчука Ф.Н. и Гришаниной Т.В. (2009 г.).

В работах Амирьянца Г.А., Бунькова В.Г. (1976 г., 1981 г.) разработаны математические модели и программные комплексы для решения практических задач аэроупругости тонких пластинчатых конструкций самолетов на основе метода Ритца (метода многочленов). В практике расчетов аэроупругости тонкостенных конструкций летательных аппаратов сложной формы используются известные программные комплексы, например MSC NASTRAN, ANSYS, основанные на применении МКЭ для моделирования упругих конструкций и метода панелей для определения аэродинамических нагрузок (работы Hodges D.H., Dowell E.H. (1974 г.), Стебунова В.А., Теперина Л.Л., Чучкалова И.Б. (2002 г.)).

Определение границы флаттера крыльев большого удлинения представлено в работах Павлова В.А., Черникова С.К. (1982 г.), Strong D. D., Kolonay R. M., Eastep F. E., Flick P. M. (2005 г.) и многих других авторов для различных типов конструкций.

Первая глава диссертационной работы посвящена разработке расчетно-математической модели аэроупругих колебаний гибкого профиля крыла на основе метода Ритца.

Рассматривается линейная задача деформирования и аэродинамического нагружения тонкого профиля прямого крыла большого удлинения. Профиль крыла состоит из недеформируемой носовой части и упругого хвостика, рис. 1. Поперечное перемещение сечения упругого профиля определяется по формуле

$$v = v_c - \vartheta_c x + \tilde{v}(x, t), \quad (1)$$

где $v_c(t)$, $\vartheta_c(t)$ – заданные, достаточно медленно изменяющиеся функции; $\tilde{v}(x, t)$ – малое относительное перемещение упругого хвостика, которое определяется по методу Ритца:

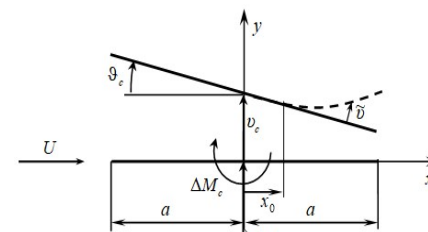


Рис. 1.

$$\tilde{v}(\xi, t) = a \sum_{i=1}^s q_i(t) \eta_i(\xi); \quad (\xi = x/a; \xi_0 \leq \xi \leq 1; \xi_0 = x_0/a). \quad (2)$$

Угол поворота поперечного сечения профиля определяется по методу Ритца как

$$\vartheta(\xi, t) = \sum_{i=1}^s q_i(t) \psi_i(\xi). \quad (3)$$

Здесь $q_i(t)$ – безразмерные обобщенные координаты; $\eta_i(\xi)$ – безразмерные функции, представляющие в общем случае изгиб и поперечный сдвиг хвостика, как консольной балки-полоски, $\psi_i(\xi)$ – заданные линейно-независимые безразмерные функции, представляющие возможные углы поворота поперечных сечений балки.

Уравнения аэроупругих колебаний деформируемого профиля для независимых переменных $q_1, q_2, \dots, q_s$ получаются на основании принципа возможных перемещений

$$\delta \Pi - \delta A_a - \delta A_{ин} = 0. \quad (4)$$

Перепад аэродинамического давления между нижней и верхней поверхностями тонкого упругого профиля крыла при установившемся дозвуковом безотрывном обтекании его сжимаемым потоком записывается в зависимости от местного угла атаки $\alpha = -(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{U} \frac{\partial v}{\partial t})$, с учетом его разложения в

$$\text{ряд } \alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos n\varphi \quad (\alpha_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \alpha d\varphi; \quad \alpha_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \alpha \cos n\varphi d\varphi) \text{ на основании ква-}$$

зистационарной теории как

$$\Delta p = \frac{\rho U^2}{2} \frac{4}{\beta} [\alpha_0 \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin n\varphi], \quad (5)$$

где ρ, U – плотность и скорость набегающего потока, $\beta = \sqrt{1 - M^2}$, M – число Маха, $M < 1$.

Потенциальная энергия изгиба-сдвига упругой части профиля записывается как для балки-полоски единичной ширины

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{x_0}^a [EI (\frac{\partial \vartheta}{\partial x})^2 + GF_c (\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} - \vartheta)^2] dx = \frac{1}{2} \frac{EI_0}{a} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s k_{ij} q_i q_j, \quad (6)$$

где $EI(x)$, $GF_c(x)$ – жесткости профиля как полоски единичной ширины на изгиб и на поперечный сдвиг, соответственно; $EI_0 = EI(x_0)$.

Вариация работы аэродинамического давления на перемещениях про-

филя $\delta A_a = \int_{x_0}^a \Delta p \delta \tilde{v} dx$ с учетом, что $v_c(t)$, $\vartheta_c(t)$ считаются заданными и

$\delta v_c = \delta \vartheta_c = 0$, записывается в виде:

$$\delta A_a = \frac{2\rho U^2 a^2}{\beta} \sum_{i=1}^s \delta q_i \cdot [\beta_{0,i} (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \beta_{1,i} \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U} - \sum_{j=1}^s b_{ij} q_j - \sum_{j=1}^s \frac{a}{U} d_{ij} \dot{q}_j]. \quad (7)$$

Вариация работы инерционных сил для профиля прямого крыла большого удлинения получается как для отсека в виде прямоугольной пластины единичной ширины в виде:

$$\delta A_{ин} = - \int_{x_0}^a m(x) \dot{v} \delta \tilde{v} dx = -m_0 a^2 \sum_{i=1}^s \delta q_i \left[m_{v,i} \frac{\ddot{v}_c}{a} + m_{\vartheta,i} \ddot{\vartheta}_c + \sum_{j=1}^s m_{ij} \ddot{q}_j \right]. \quad (8)$$

На основании принципа возможных перемещений уравнения аэроупругих колебания профиля после деления на EI_0/a записываются в матричном виде:

$$\frac{m_0 a^3}{EI_0} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \lambda \frac{a}{U} \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} = -\lambda [\beta_0 (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \beta_1 \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U}] + \frac{m_0 a^3}{EI_0} [\mathbf{M}_v \ddot{v}_c + \mathbf{M}_\vartheta \ddot{\vartheta}_c]; \quad (9)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{K} + \lambda \mathbf{B}, \quad \lambda = \frac{2\rho U^2 a^3}{\beta EI_0}, \quad m_0 = m(x_0).$$

Для достаточно медленных движений профиля можно пренебречь инерционными силами легкого деформируемого хвостика и аэродинамическим демпфированием по координатам q_j , полагая $\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} \approx 0$ и $\mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} \approx 0$. Тогда

$$\mathbf{q} = -\lambda \mathbf{C}^{-1} [\beta_0 (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \beta_1 \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U}]. \quad (10)$$

Подъемная сила и аэродинамический момент относительно центра профиля вычисляются по формулам

$$\Delta Y = \int_{-a}^a \Delta p dx = \frac{\rho U^2 a}{\beta} \pi (2\alpha_0 + \alpha_1); \quad \Delta M_c = - \int_{-a}^a \Delta p x dx = \frac{\rho U^2 a^2}{2\beta} \pi (2\alpha_0 - \alpha_2). \quad (11)$$

Или в общепринятом для профиля крыла:

$$\Delta Y = \frac{\rho U^2}{2} b [c_y^\alpha \alpha_c + c_y^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z], \quad \Delta M_c = \frac{\rho U^2}{2} b^2 [m_z^\alpha \alpha_c + m_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z]; \quad (12)$$

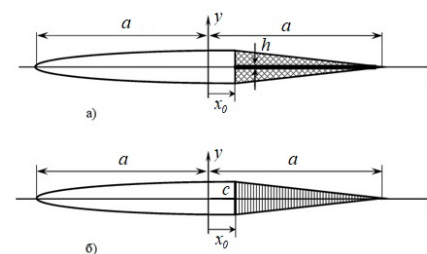


Рис. 2. Варианты профиля.

где c_y^α , $c_y^{\bar{\omega}_z}$, m_z^α , $m_z^{\bar{\omega}_z}$ – аэродинамические коэффициенты упругого профиля крыла, в данном случае зависящие от параметра λ ;

$$\alpha_c = \vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}; \quad \bar{\omega}_z = \frac{b \dot{\vartheta}_c}{U}; \quad b = 2a.$$

В работе рассмотрены два варианта конструктивного исполнения профиля крыла. В первом варианте (рис. 2, а) хвостик образован тонкой упругой пластиной постоянной толщины, аэродинамическая форма которого получается с помощью накладного профилированного пенопласта. Заполнитель в этом случае не работает на изгиб и сдвиг. Аппроксимирующие функции для угла поворота и поперечного перемещения при $GF_c \rightarrow \infty$:

$$\psi_i = (\xi - \xi_0)^i; \quad \eta_i = \frac{(\xi - \xi_0)^{i+1}}{i+1}.$$

Во втором варианте (рис. 2, б) упругая часть профиля состоит из сотового заполнителя, работающего на сдвиг, и тонкой обшивки постоянной толщины h_0 , работающей на растяжение-сжатие. Толщина упругого хвостика при $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ меняется по линейному закону как $c = c_0(1 - \xi_0)^{-1}(1 - \xi)$, (c_0 – толщина профиля в сечении $\xi = \xi_0$). Жесткости хвостика на изгиб и на сдвиг:

$EI_0 = 1/2(Eh_0c^2)$; $GF_c = Gc$. Аппроксимирующие функции для этого варианта:

$$\psi_j = (\xi - \xi_0)^j, \quad j = 1, 2, \dots, s;$$

$$\eta_1 = \frac{(\xi - \xi_0)^2}{2} + \frac{E h_0 c_0}{G a^2} \frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0};$$

$$\eta_i = \frac{(\xi - \xi_0)^{i+1}}{i+1} - \frac{E h_0 c_0}{G 2a^2} \{i - (i+1) \frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0}\} (\xi - \xi_0)^{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, s.$$

Для первого и второго варианта конструкции профилей сравниваются графики аэродинамических коэффициентов (рис. 3, 4, сплошными линиями показаны результаты, полученные при использовании $s = 8$ аппроксимирующих функций, пунктирными линиями – $s = 2$), перепада давления (рис. 5) и поперечного перемещения хвостика профиля (рис. 6) при $\vartheta_c = 1$ рад, $\lambda = 10$.

Получены оценки влияния упругости профиля на квазистационарные аэродинамические коэффициенты подъемной силы и момента тангажа.

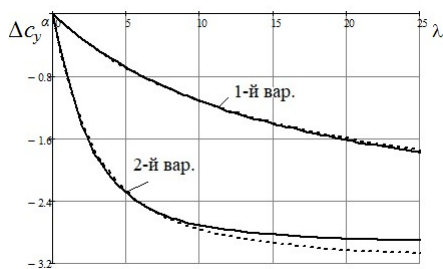


Рис. 3. Графики изменения ΔC_y^{α} .

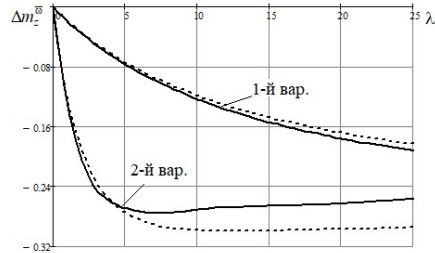


Рис. 4. Графики изменения Δm_z^m .

Во второй главе диссертации представлена геометрически нелинейная

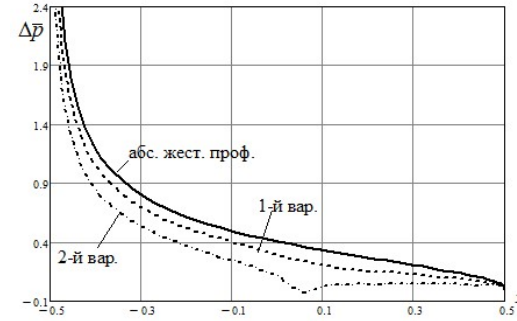


Рис. 5. Графики изменения перепада аэродинамического давления.

сдвиг с упругими поперечными ребрами, жестко соединенными с ней, моделируемыми пружинами, с помощью которых обеспечивают дополнительные перемещения δ для регулирования натяжения обшивки; кончик хвостика считается абсолютно жестким.

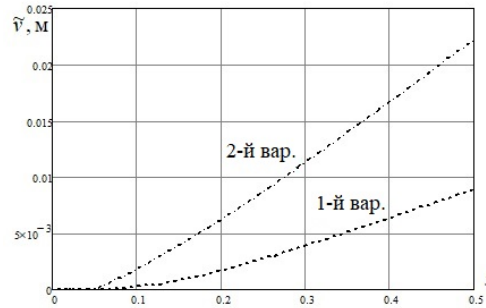


Рис. 6. Поперечные перемещения упругого хвостика профиля

конечно-элементная модель для расчета аэроупругих колебаний деформируемого профиля крыла.

Рассматривается симметричный профиль крыла единичной ширины, состоящий из недеформируемой носовой и упругой хвостовой частей, рис. 7. Упругая часть профиля (хвостик) рассматривается как балка-полоска, работающая на растяжение-сжатие, изгиб и поперечный

сдвиг с упругими поперечными ребрами, жестко соединенными с ней, моделируемыми пружинами, с помощью которых обеспечивают дополнительные перемещения δ для регулирования натяжения обшивки; кончик хвостика считается абсолютно жестким.

Перемещения обшивки в сечении «0» считаются заданными; они управляются по углу ϑ_c двухсторонним поворотным рычагом с плечами длиной r_0 :

$$\hat{\delta}_0 = \delta_0 - \vartheta_c r_0, \quad \check{\delta}_0 = \delta_0 + \vartheta_c r_0.$$

В качестве обобщенных координат в k -ом сечении рассматриваются v_k , u_k , ϑ_k , $\hat{\delta}_k$, $\check{\delta}_k$ ($k = 1, \dots, N$), представляющие поперечное и продольное перемещения, углы поворота, а также перемещения верхней и нижней обшивок (рис. 7).

Перемещение упругого хвостика v в пределах k -ого КЭ изменяется по линейному закону:

$$\tilde{v}(x, t) = v_{k-1} \frac{x_k - x}{a_k} + v_k \frac{x - x_{k-1}}{a_k} \quad \text{при } x_{k-1} \leq x \leq x_k, \quad (13)$$

а для жесткого кончика хвостика $v_{N+1} = v_N + \vartheta_N(x - x_N)$, где ϑ_N – угол поворота хвостика; $\check{\delta}_N = -\hat{\delta}_N = \vartheta_N r_N$.

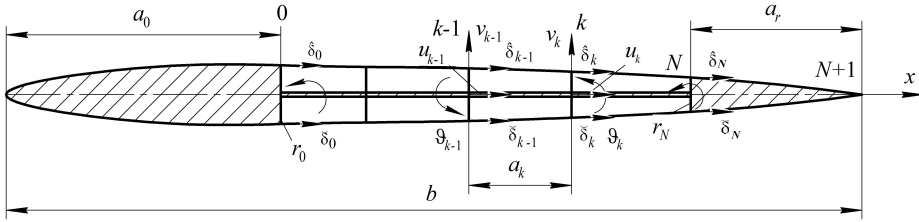


Рис. 7. Профиль крыла.

Тогда местный угол атаки k -го конечного элемента деформируемого колеблющегося профиля при безотрывном обтекании будет:

$$\alpha(x, t) = (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \frac{1}{U} \dot{\vartheta}_c x - \frac{1}{U} (\dot{v}_{k-1} \frac{x_k - x}{a_k} + \dot{v}_k \frac{x - x_{k-1}}{a_k}). \quad (14)$$

Потенциальная энергия деформации упругой части профиля записывается в следующем виде:

$$\Pi = \sum_{k=1}^N (\Pi_k^0 + \hat{\Pi}_k + \tilde{\Pi}_k) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} C_k (\hat{\delta}_k^2 + \tilde{\delta}_k^2), \quad (15)$$

где Π_k^0 , $\hat{\Pi}_k$, $\tilde{\Pi}_k$ – потенциальные энергии k -ого КЭ центральной балки, верхней и нижней обшивок, C_k – коэффициент жесткости k -ого ребра.

Потенциальная энергия k -го конечного элемента центральной балки определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \Pi_k^0 = & \frac{1}{2} \frac{12EI_0 \kappa_k}{a_k^3} [(v_k - v_{k-1})^2 - a_k (v_k - v_{k-1})(\vartheta_k + \vartheta_{k-1}) + \\ & + \frac{1+3\kappa_k}{12\kappa_k} a_k^2 (\vartheta_k - \vartheta_{k-1})^2 + a_k^2 \vartheta_{k-1} \vartheta_k] + \frac{1}{2} \frac{a_k}{EF} N_k^2, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} N_k = & \frac{EF_0}{a_k} [u_k - u_{k-1} + \frac{1}{2a_k} (1 + \frac{\kappa_k^2}{5}) (v_k - v_{k-1})^2 - \\ & - \frac{\kappa_k^2}{10} (v_k - v_{k-1})(\vartheta_k + \vartheta_{k-1}) + \frac{a_k}{24} (1 + \frac{3\kappa_k^2}{5}) (\vartheta_k - \vartheta_{k-1})^2 + \frac{\kappa_k^2}{10} a_k \vartheta_{k-1} \vartheta_k] \end{aligned} \quad (17)$$

усилие в k -ом КЭ центральной балки-полоски, возникающее при натяжении

одной или двух обшивок (верхней или нижней); $\kappa_k = (1 + \frac{12}{a_k^2} \frac{EI_0}{GF_c})^{-1}$,

Здесь EI_0 , GF_c , EF_0 – жесткости центральной балки на изгиб, сдвиг и растяжение.

Потенциальная энергия k -го конечного элемента верхней обшивки определяется по формуле:

$$\hat{\Pi}_k = \frac{1}{2} Eh_{обш} \cdot l_k \cdot \hat{\varepsilon}_k^2, \quad \hat{\varepsilon}_k = \frac{\hat{l}_k}{l_k} - 1. \quad (18)$$

где $Eh_{обш}$ – жесткость обшивки на растяжение, $\hat{\varepsilon}_k$ – деформация обшивки при растягивании $\hat{\varepsilon}_k \geq 0$.

Здесь l_k , $\hat{l}_k$ – длины недеформированного и деформированного k -го КЭ верхнего участка наклоненной обшивки, квадраты которых вычисляются по формулам:

$$l_k^2 = a_k^2 + (r_k - r_{k-1})^2, \quad \hat{l}_k^2 = (x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2, \quad l_k^2 \hat{\Delta}_k = \hat{l}_k^2 - l_k^2; \quad (19)$$

$$\hat{\varepsilon}_k = \sqrt{1 + \hat{\Delta}_k} - 1 \approx \frac{1}{2} \hat{\Delta}_k.$$

В линейном приближении по перемещениям при вычислении деформации обшивки можно принять:

$$\begin{aligned} l_k^2 \hat{\Delta}_k \approx l_k^2 \hat{\Delta}_{k,лин} = & 2a_k [(u_k - u_{k-1}) - (r_k \vartheta_k - r_{k-1} \vartheta_{k-1}) + (\hat{\delta}_k - \hat{\delta}_{k-1})] + \\ & + 2(r_k - r_{k-1})(v_k - v_{k-1}). \end{aligned}$$

В квадратичном приближении по перемещениям полагаем

$$l_k^2 \hat{\Delta}_k \approx l_k^2 \hat{\Delta}_{k,лин} + l_k^2 \hat{\Delta}_{k,кв}, \quad \text{где}$$

$$\begin{aligned} l_k^2 \hat{\Delta}_{k,кв} = & (u_k - u_{k-1})^2 + (v_k - v_{k-1})^2 + r_k r_{k-1} (\vartheta_k - \vartheta_{k-1})^2 + (\hat{\delta}_k - \hat{\delta}_{k-1})^2 - \\ & - 2(u_k - u_{k-1})[(r_k \vartheta_k - r_{k-1} \vartheta_{k-1}) - (\hat{\delta}_k - \hat{\delta}_{k-1})] + 2(\vartheta_k - \vartheta_{k-1})(r_k \hat{\delta}_{k-1} + r_{k-1} \hat{\delta}_k). \end{aligned}$$

Для вычисления потенциальной энергии нижней обшивки можно использовать формулы для верхней обшивки, сделав следующую замену:

$$r_k \rightarrow -r_k \quad \text{и} \quad \hat{\delta}_k \rightarrow \tilde{\delta}_k \quad (k=1, 2, \dots, N).$$

Если пренебречь жесткостью центральной балки на сдвиг, то следует положить $GF_c \rightarrow \infty$, $\kappa_k = 1$.

$$\text{Вектор обобщенных координат представляем в виде } \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_I \\ \mathbf{q}_{II} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{q}_I$ – вектор обобщенных координат, от которых зависит аэродинамическая нагрузка, действующая на профиль; $\mathbf{q}_{II}$ – вектор обобщенных координат, от которых аэродинамическая нагрузка не зависит.

Через $\mathbf{R}_I$ и $\mathbf{R}_{II}$ обозначим векторы, содержащие нелинейные составляющие, полученные при вычислении производных от потенциальной энергии по обобщенным координатам соответствующим векторам $\mathbf{q}_I$, $\mathbf{q}_{II}$, соответственно.

Полагая, что зависимостью инерционных сил от $\mathbf{q}_{II}$ можно пренебречь и учитывая, что аэродинамическая нагрузка зависит только от $\mathbf{q}_I$, перемен-

ные $\mathbf{q}_{II}$ исключаются: $\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}_{II}} = \mathbf{K}_{21}\mathbf{q}_I + \mathbf{K}_{22}\mathbf{q}_{II} + \mathbf{R}_{II} = \mathbf{0}$.

Тогда $\mathbf{q}_{II} = -\mathbf{K}_{22}^{-1}(\mathbf{K}_{21}\mathbf{q}_I + \mathbf{R}_{II})$ и

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}_I} = (\mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21})\mathbf{q}_I + \mathbf{R}_I - \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{R}_{II} = \mathbf{K}_I\mathbf{q}_I + \tilde{\mathbf{R}}_I,$$

где $\mathbf{K}_I = \mathbf{K}_{11} - \mathbf{K}_{12}\mathbf{K}_{22}^{-1}\mathbf{K}_{21}$ – приведенная матрица жесткости.

Вариация работы аэродинамического давления на относительных перемещениях профиля после преобразования при $\delta v_c = 0$, $\delta \vartheta_c = 0$:

$$\delta A_a = -\frac{2\rho U^2 a}{\beta} \sum_{k=1}^N \left[\alpha_0 (\beta_{0,k} \delta v_{k-1} + \gamma_{0,k} \delta v_k) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n (\beta_{n,k} \delta v_{k-1} + \gamma_{n,k} \delta v_k) \right]. \quad (20)$$

И в матричном виде для вектора $\delta \mathbf{q}_I = [v_1 \ v_2 \dots v_N \ \vartheta_N]^T$:

$$\delta A_a = -\delta \mathbf{q}_I^T \left[\frac{2\rho U^2}{\beta} \left[\left(\vartheta_c a - \frac{a}{U} \dot{v}_c \right) \boldsymbol{\mu}_0 + \frac{a}{U} \dot{\vartheta}_c a \boldsymbol{\mu}_1 \right] + \frac{2\rho U^2}{\beta} \mathbf{B} \mathbf{q}_I + \frac{2\rho U^2}{\beta} \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_I \right], \quad (21)$$

$\mathbf{B}$ – матрица аэродинамической жесткости, $\mathbf{D}$ – матрица аэродинамического демпфирования.

Вариация работы инерционных сил для профиля прямого крыла большого удлинения (как для отсека в виде прямоугольной пластины шириной 1 м) будет иметь вид:

$$\delta A_{ин} = -\delta \mathbf{q}_I^T [\ddot{v}_c \mathbf{M}_v + \ddot{\vartheta}_c \mathbf{M}_\vartheta + \mathbf{M}_I \ddot{\mathbf{q}}_I], \quad (22)$$

где $\mathbf{M}_v$, $\mathbf{M}_\vartheta$ – столбцы, $\mathbf{M}_I$ – матрица соответствующая $\mathbf{q}_I$.

На основании принципа возможных перемещений (4) уравнения аэроупругих колебания профиля записываются в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_I \ddot{\mathbf{q}}_I + \frac{2\rho U a}{\beta} \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_I + (\mathbf{K}_I + \frac{2\rho U^2}{\beta} \mathbf{B}) \mathbf{q}_I + \tilde{\mathbf{R}}_I = -\ddot{v}_c \mathbf{M}_v - \ddot{\vartheta}_c \mathbf{M}_\vartheta - \\ - \frac{2\rho U^2}{\beta} \left(\vartheta_c a - \frac{a}{U} \dot{v}_c \right) \boldsymbol{\mu}_0 - \frac{2\rho U}{\beta} a^2 \dot{\vartheta}_c \boldsymbol{\mu}_1. \end{aligned} \quad (23)$$

Для достаточно медленных движений профиля можно пренебречь инерционными силами легкого деформируемого хвостика и аэродинамическим демпфированием по координатам q_j , полагая $\mathbf{M}_I \ddot{\mathbf{q}}_I \approx \mathbf{0}$ и $\mathbf{D} \dot{\mathbf{q}}_I \approx \mathbf{0}$. Тогда в квазистатическом приближении уравнение запишется в виде:

$$(\mathbf{K}_I + \frac{2\rho U^2}{\beta} \mathbf{B}) \mathbf{q}_I + \tilde{\mathbf{R}}_I = -\frac{2\rho U^2}{\beta} \left(\vartheta_c a - \frac{a}{U} \dot{v}_c \right) \boldsymbol{\mu}_0 - \frac{2\rho U}{\beta} a^2 \dot{\vartheta}_c \boldsymbol{\mu}_1. \quad (24)$$

В линейной постановке задачи, полагая $\mathbf{R}_I = \mathbf{0}$ и $\mathbf{R}_{II} = \mathbf{0}$, из уравнения (24) можно определить вектор обобщенных координат $\mathbf{q}_I$. Вводя обозначение

ние $\mathbf{C} = \mathbf{K}_I + \tilde{\mathbf{R}}_I + \frac{2\rho U^2}{\beta} \mathbf{B}$, получим:

$$\mathbf{q}_I = -\mathbf{C}^{-1} \left(\frac{2\rho U^2}{\beta} \left(\vartheta_c a - \frac{a}{U} \dot{v}_c \right) \boldsymbol{\mu}_0 + \frac{2\rho U}{\beta} a^2 \dot{\vartheta}_c \boldsymbol{\mu}_1 \right).$$

Для определения обобщенных координат при нелинейной постановке задачи строится итерационный процесс, где в качестве первого приближения берутся значения обобщенных координат, полученные для линейной задачи.

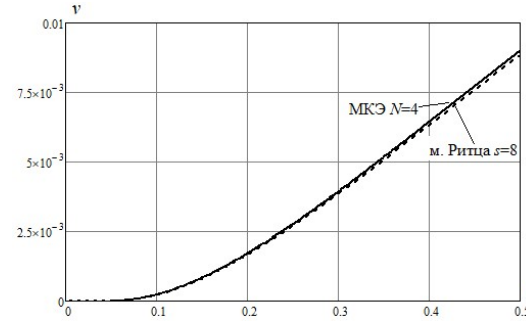


Рис.8. Поперечное перемещение профиля

Когда разница между значениями обобщенных координат, полученные на i -ом и на $(i-1)$ -ом шагах итерации не превосходит заданной погрешности ε , итерационный процесс прекращается. Полученные на последнем шаге вычислений векторы $\mathbf{q}_I$, $\mathbf{q}_{II}$ считаем окончательным решением задачи.

Подъемная сила и аэродинамический момент относительно центра записываются в виде:

$$\begin{aligned} \Delta Y = \frac{2\rho U^2}{\beta} \frac{\pi}{2} \left[2 \left(\vartheta_c a - \frac{a}{U} \dot{v}_c \right) + \frac{\vartheta_c a^2}{U} \right] + \frac{2\rho U^2}{\beta} \frac{\pi}{2} \mathbf{B}_1^T \mathbf{q}_I + \frac{2\rho U a}{\beta} \frac{\pi}{2} \mathbf{D}_1^T \dot{\mathbf{q}}_I, \\ \Delta M_c = \frac{2\rho U^2 a}{\beta} \frac{\pi}{2} \left(\vartheta_c a - \frac{a}{U} \dot{v}_c \right) + \frac{2\rho U^2 a}{\beta} \frac{\pi}{2} \mathbf{B}_2^T \mathbf{q}_I + \frac{2\rho U^2 a}{\beta} \frac{\pi}{2} \mathbf{D}_2^T \dot{\mathbf{q}}_I. \end{aligned} \quad (25)$$

Во второй главе диссертационной работы проводится сравнение аэродинамических коэффициентов, перепада давления и поперечного перемещения профиля, полученных по методу конечных элементов и по методу Ритца для первого варианта расчетной модели профиля, рассмотренной в первой главе. В этом случае в качестве обобщенных координат конечно-элементной модели рассматриваются поперечные перемещения v_k и углы поворота ϑ_k ($k = 1, 2, \dots, N$). На рис. 8 приведены результаты для поперечных перемещений при $\lambda = \frac{2\rho U^2 a^3}{\beta EI_0} = 10$.

На графике видно хорошее совпадение результатов полученных по методу Ритца и МКЭ, следовательно, выбранные математические модели корректны.

Далее проведен анализ влияния геометрической нелинейности при

расчете аэродинамических коэффициентов. Для этого рассмотрены два варианта расчетных моделей профиля. В первой модели профиль представлен только центральной балкой, работающей на изгиб, сдвиг и растяжение-сжатие, а работа обшивки не учитывается. Во второй расчетной модели профиль будем рассматривать состоящим из центральной балки и обшивки, прикрепленной к двум стойкам в первом и последнем сечениях, длина всей обшивки $l^2 = (N \cdot a_k)^2 + (r_0 - r_N)^2$. Обшивка рассматривается как один элемент, натяжение которой меняется за счет изменения заданного удлинения δ_0 . Тогда: $\mathbf{q}_I = [v_1 \dots v_N \ \vartheta_N]^T$, $\mathbf{q}_{II} = [\vartheta_1 \dots \vartheta_{N-1} \ u_1 \dots u_N]^T$.

В первой расчетной модели геометрическая нелинейность учитывается в формуле для потенциальной энергии конечных элементов центральной балки:

$$P_k = [P_k^{lin} + \frac{1}{2} \frac{a}{EF_0} \frac{a_k}{a} N_k^2], \quad (26)$$

где

$$N_k = \frac{EF_0 a}{a_k} \left[\frac{a}{2a_k} \left(1 + \frac{\kappa_k^2}{5} \right) (\bar{v}_k - \bar{v}_{k-1})^2 - \frac{\kappa_k^2}{10} (v_k - v_{k-1})(\vartheta_k + \vartheta_{k-1}) + \frac{a_k}{24a} \left(1 + \frac{3\kappa_k^2}{5} \right) (\vartheta_k - \vartheta_{k-1})^2 + \frac{\kappa_k^2}{10} a_k \vartheta_{k-1} \vartheta_k \right], \bar{v}_k = \frac{v_k}{a}.$$

Результаты расчетов, полученные для первой расчетной модели, показали, что геометрическая нелинейность мало влияет на значения аэродинамических характеристик профиля, перепад аэродинамического давления, а также на форму деформирования профиля.

Во второй расчетной модели профиля нелинейность учитывалась при вычислении деформации обшивки, а деформации центральной балки записываются в линейной постановке. Обшивка крепится к жестким частям профиля, в 0-м сечении: $r_0 = 0.05$ м, $v_0 = 0$, $\vartheta_0 = 0$, $u_0 = 0$, в сечении N : $r_N = 0.01$ м, v_N , ϑ_N , $\delta_N = 0$.

Потенциальная энергия k -го КЭ центральной балки тогда запишется в виде (16) при $N_k = 0$, а потенциальная энергия верхней обшивки:

$$\hat{P}_{обш} = \frac{1}{2} E h_{обш} \cdot l_0 \cdot \varepsilon_{обш}^2, \quad (27)$$

где $l_0 = \sqrt{a_u^2 + (r_N - r_0)^2}$ – длина обшивки в недеформированном состоянии, a_u – длина упругой части профиля.

Так как обшивка работает только на растяжение, то верхняя и нижняя обшивки учитываются в расчетах только если для них выполняются условия $\hat{l}_k - l_0 > 0$ (для верхней) и $\check{l}_k - l_0 > 0$, (для нижней). Расчет завершается, если

разность между результатами, полученными на i -ом и на $(i-1)$ -ом шагах итерации меньше 10^{-6} .

Учет работы обшивки и её нелинейности, а также величина предварительного натяжения обшивки оказывает большое влияние на результаты расчетов аэродинамических характеристик профиля, а также на форму его деформирования и угол поворота, (рис. 9, 10).

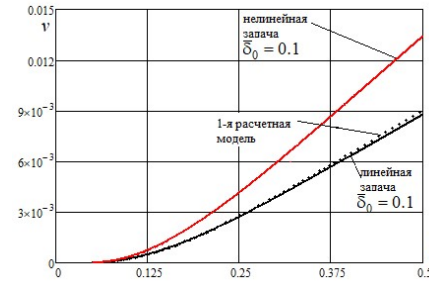


Рис.9. Форма изгиба профиля

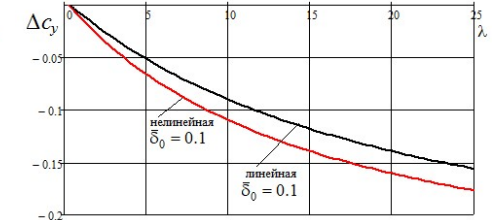


Рис.10. Приращение коэффициента подъемной силы

Далее во второй главе разработана модель профиля по типу «рыбьего хвоста», когда для каждого конечного элемента учитываются все обобщенные координаты: поперечные перемещения балки, углы поворота балки, продольные перемещения балки и перемещения верхней и нижней обшивок $\hat{\delta}_k, \check{\delta}_k$, причем число упругих конечных элементов центральной балки может отличаться от числа конечных элементов обшивки.

В этом случае получаем, что введение дополнительных поперечных ребер и натяжение обшивки влияет на величину аэродинамических коэффициентов, а также на перепад аэродинамического давления и форму деформирования профиля.

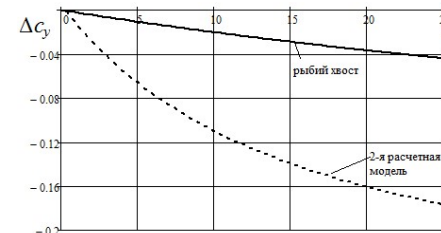


Рис.11. Приращение коэффициента подъемной силы

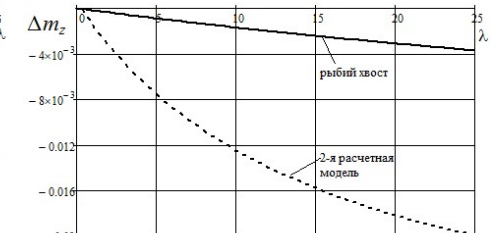


Рис.12. Приращение коэффициента момента тангажа

Графики, представленные на рис. 11-13, получены для $\bar{\delta}_0 = 0.1$, $\vartheta_c = 0.1$ рад, $a = 0.5$ м, изгибная жесткость центральной балки $EI_0 = 1.2 \cdot 10^4$ Н·м², сдвиговая жесткость центральной балки $GF_c = 7 \cdot 10^7$ Н,

жесткость обшивки на растяжение $Eh_{\text{оби}} = 5.5 \cdot 10^3$ Н, длина упругой части профиля $a_u = 0.35$ м, линейная координата начала упругой части $x_0 = 0.05$ м, линейная координата конца упругой части $x_N = 0.4$ м. В расчетную модель было добавлено одно поперечное ребро, делящее обшивку пополам.

В третьей главе диссертации для прямого крыла большого удлинения выполнены сравнения результатов расчета амплитудно-частотных характеристик, полученных на основании нестационарной и квазистационарных (уточненной и обычной) теорий, а также выполнены расчеты для определения границы динамической неустойчивости (флаттера).

Рассматривается консоль крыла с симметричными недеформируемыми профилями поперечных сечений с прямолинейной осью жесткости. Изгибно-крутильные колебания крыла как балки под действием возмущающей поперечной силы на конце крыла $P(t)$ и возникающих при колебаниях распределенных аэродинамических нагрузок $\Delta Y(z, t)$, $\Delta M(z, t)$ описываются поперечными перемещениями оси $v(x, t)$ и углами закручивания поперечных сечений $\varphi(z, t)$, рис. 14.

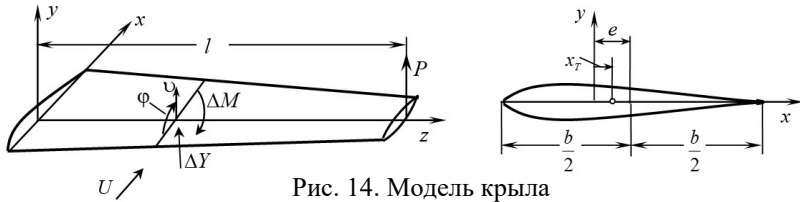


Рис. 14. Модель крыла

Погонные аэродинамические нагрузки (поперечные силы и крутящие моменты относительно оси z) при малых гармонических колебаниях крыла с тонкими профилями, обтекаемыми плоским безотрывным потоком идеально-го несжимаемого газа, определяются в общем случае по нестационарной теории:

$$\begin{aligned} \Delta Y &= \frac{\rho b}{2} [g_1 U (U\varphi - \dot{v}) + g_2^* U b \dot{\varphi} + g_3 b (U\dot{\varphi} - \ddot{v}) + g_4^* b^2 \ddot{\varphi}]; \\ \Delta M &= \frac{\rho b^2}{2} [h_1^* U (U\varphi - \dot{v}) + h_2^* U b \dot{\varphi} + h_3^* b (U\dot{\varphi} - \ddot{v}) + h_4^* b^2 \ddot{\varphi}]. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь $b(z)$ – хорда профиля, ρ и U – плотность и скорость набегающего потока; отмеченные верхними звездочками аэродинамические коэффициенты профиля крыла вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} g_2^* &= g_2 + \bar{e} g_1, & g_4^* &= g_4 + \bar{e} g_3, & h_1^* &= h_1 - \bar{e} g_1, & \bar{e}(z) &= e/b, \\ h_2^* &= h_2 - \bar{e}^2 g_1, & h_3^* &= h_1 - \bar{e} g_3, & h_4^* &= h_1 - \bar{e}^2 g_3. \end{aligned}$$

1) Нестационарная теория для гармонических колебаний с частотой ω :

$$\begin{aligned} g_1 &= 2\pi C(k), & g_2 &= \frac{\pi}{2} C(k), & g_3 &= \frac{\pi}{2}, & g_4 &= 0, \\ h_1 &= \frac{\pi}{2} C(k), & h_2 &= \frac{\pi}{8} (C(k) - 1), & h_3 &= 0, & h_4 &= -\frac{\pi}{64}, \end{aligned}$$

где $C(k)$ – комплексная функция Теодорсена, $k = \frac{\omega b}{2U}$ – приведенная частота колебаний.

2) Уточненная квазистационарная теория, которая следует из нестационарной при $k \rightarrow 0$, $C(k) \rightarrow 0$ и пренебрежении присоединенными массами воздуха (членами с $\ddot{v}$ и $\ddot{\varphi}$):

$$g_1 = 2\pi, \quad g_2 = \frac{\pi}{2}, \quad g_3 = \frac{\pi}{2}, \quad g_4 = 0, \quad h_1 = \frac{\pi}{2}, \quad h_2 = 0, \quad h_3 = 0, \quad h_4 = 0.$$

3) Обычная квазистационарная теория, основанная на гипотезе стационарности:

$$g_1 = 2\pi, \quad g_2 = \frac{\pi}{2}, \quad g_3 = 0, \quad g_4 = 0, \quad h_1 = \frac{\pi}{2}, \quad h_2 = 0, \quad h_3 = 0, \quad h_4 = 0.$$

Функция $C(k) = F(k) + iG(k)$ выражается через специальные функции Ханкеля. Для упрощения вычислений аэродинамических коэффициентов по нестационарной теории в случае крыла с переменными поперечными сечениями, для которых $k(z) = \frac{\omega b(z)}{2U}$, удобно использовать достаточно точную во всем диапазоне $0 \leq k \leq \infty$ аппроксимацию А.Н. Храброва:

$$F(k) = \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^3 \frac{a_m b_m}{b_m^2 + k^2}, \quad G(k) = -k \sum_{m=1}^3 \frac{a_m b_m}{b_m^2 + k^2}, \quad \sum_{m=1}^3 a_m = \frac{1}{2},$$

$$a_1 = 0.1149, b_1 = 0.03619, \quad a_2 = 0.2915, b_2 = 0.1899, \quad a_3 = 0.0936, b_3 = 0.6820.$$

Уравнения изгибно-крутильных аэроупругих колебаний прямого крыла большого удлинения получаются как уравнения Лагранжа в обобщенных координатах. Кинетическая и потенциальная энергии крыла и вариация работы погонных аэродинамических нагрузок ΔY , ΔM и заданной поперечной силы на его конце P записываются в виде:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l (m\dot{v}^2 - 2mx_T \dot{v}\dot{\varphi} + J\dot{\varphi}^2) dz, \quad \Pi = \frac{1}{2} \int_0^l (Elv''^2 + GJ_k \varphi'^2) dz, \quad (29)$$

$$\delta A = \int_0^l (\Delta Y \delta v + \Delta M \delta \varphi) dz + P \delta v(l, t).$$

Поперечное перемещение оси крыла v и угол закручивания φ ищутся по методу Ритца:

$$v(z, t) = a \sum_{i=1}^s q_i(t) f_i(z); \quad \varphi(z, t) = \sum_{i=1}^s q_i(t) \varphi_i(z), \quad (30)$$

где a – характерный размер; $f_i(z)$, $\varphi_i(z)$ – заданные безразмерные функции, удовлетворяющие условиям жесткого закрепления крыла ($f_i(0) = 0$, $f_i'(0) = 0$, $\varphi_i(0) = 0$); $q_i(t)$ – обобщенные координаты, имеющие одинаковую размерность.

Тогда уравнения аэроупругих колебаний крыла записываются в виде:

$$\sum_{j=1}^s [\bar{m}_{ij} \frac{d^2 q_j}{d\tau^2} + \frac{1}{\gamma} \bar{d}_{ij} \frac{dq_j}{d\tau} + \left(\frac{1}{\psi^2} \bar{k}_{ij} + \frac{1}{\gamma} \bar{b}_{ij} \right) q_j] = \frac{1}{lmU^2} Q_i(t), \quad (i = 1, 2, \dots, s), \quad (31)$$

$$\text{Здесь } \tau = \frac{2U}{b} t \text{ – безразмерное время; } \psi^2 = \frac{ml^2 U^2}{GJ_k}, \quad \gamma = \frac{2m}{\rho b^2}.$$

С целью сравнения результатов, полученных при использовании нестационарной и квазистационарной аэродинамических теорий решена задача вынужденных аэроупругих колебаний консоли крыла при действии поперечной гармонической силы $P = P^0 e^{i k \tau}$ для двухступенной модели консольно-закрепленного крыла с постоянными характеристиками поперечных сечений при следующих аппроксимирующих функциях:

$$f_1(\xi) = 1 - \cos \frac{\pi}{2} \xi, \quad \varphi_1(\xi) = 0, \quad f_2(\xi) = 0, \quad \varphi_2(\xi) = \sin \frac{\pi}{2} \xi, \quad \xi = \frac{z}{l}.$$

Расчет был проведен при следующих исходных данных: $\frac{l}{b} = 5$;

$$\psi^2 = 60; \quad \frac{b^2}{l^2} \frac{EI}{GJ_k} = 1; \quad \gamma = 60; \quad \frac{2m}{\rho b^2} = 0.05; \quad e = 0; \quad x_T = 0; \quad P^0 = 0.1 \frac{2GJ_k \psi^2}{l b f_1(1)}.$$

На рис. 15, 16 показаны зависимости от приведенной частоты k амплитуд и углов сдвига по фазе в радианах изгибной и крутильной форм вынужденных гармонических колебаний крыла в потоке. Сплошными линиями показаны результаты, полученные по нестационарной теории, а пунктирными линиями – по квазистационарной теории.

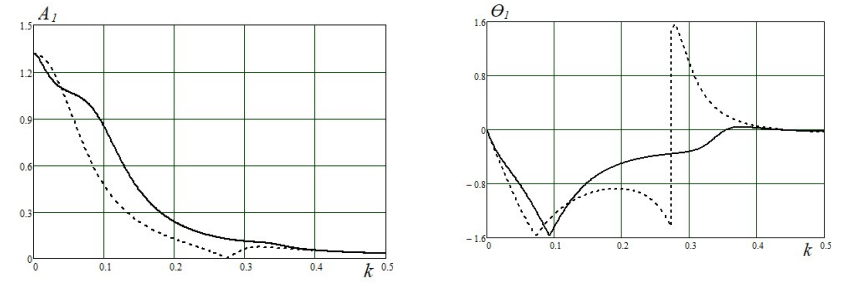


Рис. 15. Графики амплитуды колебаний и угла сдвига по фазе обобщенной координаты q_1 (изгибная форма)

Результаты расчетов амплитуды колебаний и угла сдвига по фазе, полученные по уточненной квазистационарной теории и по обычной квазистационарной теории, практически не отличаются друг от друга в рассматриваемом диапазоне приведенных частот ($0 \leq k \leq 0.5$). Также из полученных результатов следует, что влияние присоединенных масс воздуха, которые учитываются в нестационарной теории, весьма мало. Результаты, полученные с учетом и без учета этих коэффициентов, практически не отличаются.

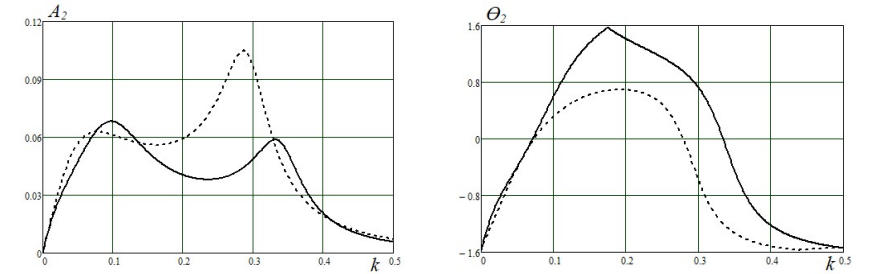


Рис. 16. Графики амплитуды колебаний и угла сдвига по фазе обобщенной координаты q_2 (крутильная форма)

Для двухступенной расчетной модели были определены границы статической и динамической неустойчивости (дивергенции и флаттера).

$$\text{При } \psi_{div}^2 = \frac{\kappa_{22}}{\gamma \mu_{22}} \frac{1}{h_1^*} \bigg|_{k=0} \quad \left(\mu_{22} = \int_0^1 \varphi_2^2 d\xi, \quad \kappa_{22} = l \int_0^1 \left(\frac{d^2 \varphi_2}{d\xi^2} \right)^2 d\xi \right) \text{ происходит кру-}$$

тильная дивергенция крыла, для рассмотренного примера $\psi_{div}^2 = \pi / 8 \gamma \left(\frac{1}{4} - \bar{e} \right)$.

Для определения границы флаттера по нестационарной теории использовался метод итераций. В первом приближении коэффициенты уравнений колебаний вычислялись по квазистационарной теории, то есть $k = 0$. Итерационный процесс вычисления продолжается до выполнения условий:

$|k_{\phi l}^{(i)} - k_{\phi l}^{(i-1)}| < \varepsilon$ и $|\psi_{\phi l}^{(i)} - \psi_{\phi l}^{(i-1)}| < \varepsilon$ на i -ом шаге вычислений.

Для рассмотренного примера получено по нестационарной теории: $k_{\phi l} = 0.83$, $\psi_{\phi l} = 1.5523$; по квазистационарной теории $k_{\phi l}^{(1)} = 9.963 \times 10^{-3}$, $\psi_{\phi l}^{(1)} = 3.9223$.

Также была решена задача определения границы неустойчивости для многостепенной модели консольно-закрепленного крыла.

В качестве заданных функций в разложениях использовались несвязанные собственные формы изгибных и крутильных колебаний консольной балки постоянного поперечного сечения:

$$f_i(\xi) = A_i \left[U(\mu_i \xi) - \frac{V(\alpha_i)}{S(\alpha_i)} V(\mu_i \xi) \right], \quad \varphi_i(\xi) = 0, \quad i = 1, \dots, p; \quad (32)$$

$$f_j(\xi) = 0, \quad \varphi_j(\xi) = \sin \nu_j \xi, \quad \xi = \frac{z}{l}, \quad j = p+1, \dots, s,$$

где

$$U(\mu_i \xi) = \frac{1}{2} (\text{ch} \mu_i \xi - \cos \mu_i \xi), \quad V(\mu_i \xi) = \frac{1}{2} (\text{sh} \mu_i \xi - \sin \mu_i \xi),$$

$$S(\mu_i) = \frac{1}{2} (\text{ch} \mu_i + \cos \mu_i); \quad A_i \left[U(\mu_i) - \frac{V^2(\mu_i)}{S(\mu_i)} \right] = 1;$$

μ_i – корни уравнения $\cos \mu + \frac{1}{\text{ch} \mu} = 0$.

Если при расчетах аэродинамическая нагрузка определяется по квазистационарной и уточненной квазистационарной теориям, то матрицы коэффициентов в уравнении колебаний являются действительными, и, следовательно, собственные значения получаются комплексно-сопряженными числами ($\lambda_k = \alpha_k \pm i\beta_k$). Если же при расчетах используется нестационарная теория, то коэффициенты в матрицах могут быть комплексными числами, и собственные значения будут комплексными числами, но при этом они не будут комплексно-сопряженными. Собственные значения с отрицательной мнимой частью отмечены символом «~»: $\tilde{\lambda}_k = \tilde{\alpha}_k - i\tilde{\beta}_k$. При расчетах с использованием нестационарной теории динамическая неустойчивость (флаттер) происходит по форме, которая соответствует собственному значению с отрицательной мнимой частью.

На рис. 17 приведены графики изменения действительной части собственного значения $\tilde{\lambda}_2 = \tilde{\alpha}_2 - i\tilde{\beta}_2$ для пяти аппроксимирующих функций (3 функции, аппроксимирующие изгибные формы и 2 – крутильные) при $x_T = -0.01b$. График 1 – соответствует расчету с использованием квазистационарной теории; графики 2 и 3 – уточненной квазистационарной теории

без учета присоединенных масс воздуха и с учетом, соответственно; графики 4 и 5 – нестационарной теории без учета присоединенных масс воздуха и с учетом, соответственно.

На рис. 18 приведены графики изменения действительных собственных значений $\lambda_k = \alpha_k + i\beta_k$, полученных при расчете по нестационарной теории для пяти аппроксимирующих функций при $x_T = -0.01b$.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что при использовании квазистационарной и уточненной квазистационарной теорий для определения аэродинамических нагрузок, значения критической скорости флаттера получаются меньше, чем при расчетах по нестационарной теории. Также на основе проведенных расчетов можно сделать вывод, что при определении границы флаттера можно не учитывать влияние присоединенных масс воздуха.

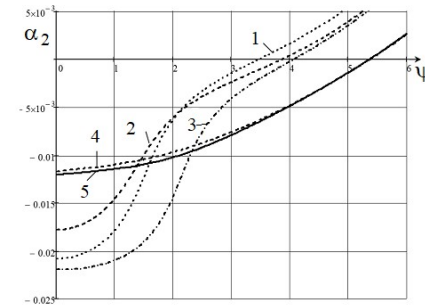


Рис. 17.

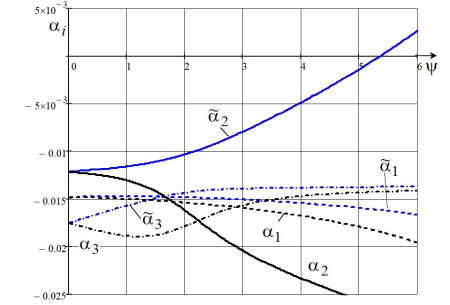


Рис. 18.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработаны математические модели и решена задача аэродинамического нагружения и аэроупругих колебаний в дозвуковом квазистационарном потоке тонкого упругого профиля крыла большого удлинения, совершающего изгибно-крутильные колебания. Модели построены на основе метода Ритца и метода конечных элементов.

2. На основе метода конечных элементов разработана математическая модель профиля крыла типа «рыбий хвост» с управлением аэродинамическими характеристиками упругих профилей крыла путем натяжения их верхней или нижней обшивки.

3. Получены распределения аэродинамической нагрузки по хорде деформируемого профиля и значения квазистационарных аэродинамических коэффициентов подъемной силы и момента тангажа с учетом упругих деформаций хвостиков профилей.

4. Проведен сравнительный анализ расчетов по определению границы динамической устойчивости (флаттера) крыла большого удлинения, полученных при использовании нестационарной и квазистационарной аэродинамических теорий обтекания профилей.

5. Выполнены численные исследования влияния деформаций изгиба и поперечного сдвига упругого хвостика для двух вариантов профиля крыла на их аэродинамические характеристики.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых научных изданиях и журналах:

1. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Аэродинамические характеристики деформируемого профиля крыла при квазистационарном обтекании* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т.24. – №3. – С.477-489.
2. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Анализ влияния нестационарности несжимаемого потока на изгибно-крутильные аэроупругие колебания крыла большого удлинения* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т. 25. № 2. – С. 207-218.
3. Гришанина Т.В., Рыбкина Н.М. К расчету флаттера прямого крыла большого удлинения в несжимаемом потоке с использованием нестационарной аэродинамической теории // Механика композиционных материалов и конструкций – 2020. – т. 26 – № 1. – сс. 40-55.

В других научных изданиях и журналах:

1. Гришанина Т.В., Овчинникова Н.М. *Аэродинамические и аэроупругие характеристики профиля крыла с морфным отклоняемым хвостиком* // Материалы XXII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова, Вятчи, 15-19 февраля 2016 г., с.89.
2. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Аэродинамические характеристики морфного профиля крыла, изгибаемого за счет одностороннего натяжения обшивки* // 15-я Международная конференция «Авиация и космонавтика», Москва, МАИ, 14-18 ноября 2016, сс. 68-69.
3. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Аэродинамические характеристики колеблющегося в потоке гибкого профиля крыла* // Материалы XXIII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова, Вятчи, 13-17 февраля 2017 г., сс. 70-71.
4. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Определение стационарной аэродинамической нагрузки, действующей на деформируемый профиль крыла при плоском дозвуковом обтекании* // Сборник трудов 7-й всероссийской научной

конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», 21-23 ноября 2017 года, г. Москва, Ленинградский проспект, 7, с. 67.

5. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Задача определения аэродинамических сил, действующих на колеблющиеся деформируемые профили крыла, на основе нестационарной теории плоского дозвукового обтекания* // Материалы XXIV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова, Том 1, Вятчи, 19-23 марта 2018 г., сс.85-86.
6. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Влияние аэродинамического демпфирования на гармонические колебания профиля крыла при расчетах по нестационарной и квазистационарной теориям дозвукового обтекания* // 17-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2018», Тезисы, Москва, МАИ, 19-23 ноября 2018, сс. 459-460.
7. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Колебания крыла при расчете по нестационарной и квазистационарной теориям* // Вопросы инновационного развития аэрокосмического комплекса России. Материалы первой Общероссийской научно-практической конференции, – М.: Издательство «Доброе слово», 2018. – 248 с., Москва, сс. 63-66.
8. Гришанина Т.В., Рыбкина Н.М. *Аэроупругие колебания мембранного крыла большого удлинения в дозвуковом потоке* // 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2019», Тезисы, Москва, МАИ, 18-22 ноября 2019, сс. 205-206.
9. Рыбкина Н.М. *Аэродинамические характеристики деформируемого профиля, изгибаемого за счет натяжения обшивки* // XLVI Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения – 2020», Сборник тезисов докладов. — М.: МАИ, 2020. — 1731 с., с. 895.
10. Гришанина Т.В., Рыбкина Н.М. *Определение аэродинамической нагрузки, действующей на деформируемый профиль с регулируемым натяжением обшивки* // Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова, Т.1. – М.: ООО "ТРП", Вятчи, 18 – 22 марта 2020 г., с.99.