На правах рукописи

Винцкевич Степан Викторович

ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНАЯ МАССА КЛАССИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПЕРЕПУТАННЫХ СОСТОЯНИЙ БИФОТОНОВ

Специальность 01.04.21 —
«Лазерная физика»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук

Научный руководитель: **Фёдоров Михаил Владимирович,**
доктор физико-математических наук, профессор; *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук*, и.о. главного научного сотрудника

Официальные оппоненты: **Богданов Юрий Иванович,**
доктор физико-математических наук, профессор; *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технологический институт имени К.А. Валиева Российской академии наук,* главный научный сотрудник, заведующий лабораторией

Владимир Андреевич Андреев,
кандидат физико-математических наук; *Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,* старший научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова**

Защита состоится 16 декабря 2019 г. в 15:00 на заседании диссертационного совета Д 002.063.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук по адресу: 119991, г. Москва, ул. Вавилова, д. 38. С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИОФ РАН.

Автореферат разослан «___» ____________ 2019 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.063.03
кандидат физико-математических наук — Т. Б. Воляк
Тел.: +7(499)503-87-77 доб. 1-47

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Распространение импульсов света в вакууме - очень хорошо изученный физический процесс. Основные особенности и характеристики импульсов света подробно описаны и исследованы как теоретически, так и в эксперименте. Плоская волна - элементарная модель электромагнитного поля, распространяющегося в свободном пространстве со скоростью света в вакууме ($c = 299792458$ м/с). С другой стороны, плоская электромагнитная волна не является реальным физическим объектом, а только лишь идеализацией, так как имеет бесконечную протяженность в пространстве и длительность. В реальном эксперименте приходится иметь дело с импульсами электромагнитного излучения, занимающими конечный объём в пространстве и конечную длительность во времени. Более того, уже достаточно давно существует активно развивающаяся область оптики, изучающая импульсы со специфической пространственно-временной структурой (структурированный свет), придающей таким импульсам уникальные свойства. Эта область оптики имеет обширные практические применения в обработке квантовой информации и квантовой коммуникации, контроле состояний атомов и частиц, микроскопии и продолжает стремительно развиваться. Детальное описание современного состояния данной области приведено, например, в обзоре [1].

Тем не менее существует вопрос о скорости распространения локализованного импульса света в вакууме, который представляет как фундаментальный интерес, так и практическую значимость. В настоящее время этот вопрос активно изучается и по-прежнему актуален.

Существует несколько различных способов определения скорости электромагнитного импульса (ЭМИ), в зависимости от интересующих свойств и модели описания импульса света. Так, например, в работах [2—4] фазовая скорость монохроматического пучка определена следующим выражением:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{|\vec{\nabla}\Phi(\vec{r})|}, \tag{1}$$

где ω - частота, $\Phi(\vec{r})$ - функция, описывающая зависимость фазы пучка от пространственных координат. Так как ЭМИ имеет конечную длительность, что предполагает вклад многих частотных компонент, в этом случае $\Phi(\vec{r}) \to \Phi(\vec{r},\omega)$. Часто в качестве скорости распространения импульса используется групповая скорость v_{gr}, как обобщение формулы (1):

$$v_{gr} = \frac{1}{|\partial_\omega \vec{\nabla}\Phi(\vec{r},\omega)|}, \tag{2}$$

∂_ω - обозначение частной производной по частоте ω. Заметим, что определённая таким образом скорость может быть как больше, так и меньше скорости света в вакууме. В общем случае выражения (1) и (2) не являются в строгом смысле скоростью распространения импульса как целого [5], так как, вообще говоря, не соответствуют скорости передачи энергии и информации, но могут быть измерены на практике и имеют важные приложения [6].

Стоит отметить результат недавней экспериментальной работы [7], где рассматривались квантовые состояния неколлинеарных фотонов в процессе спонтанного параметрического рассеяния света (СПРС). Авторы проводили эксперименты, где пары фотонов разделялись на два канала, в первом из которых фотоны распространялись в волокне с заданной скоростью, близкой к скорости света в вакууме. Во втором канале фотоны распространялись в свободном пространстве. Было показано, что скорость распространения фотонов вдоль оси пучка накачки была меньше скорости света в вакууме. Эффект замедления был зарегистрирован по смещению положения минимума кривой Хонга–Оу–Манделя (ХОМ) [8], описывающей зависимость числа совпадений сигналов от времени задержки, для фотонов, распространяющихся в свободном канале. Было продемонстрировано, что положение минимума кривой зависит от поперечной компоненты $\vec{k}_\perp$ полного импульса фотонов, распространяющихся в свободном канале. Согласно полученным результатам работы [7], скорость распространения определяется формулой

$$v = c\left(1 - \frac{k_\perp^2}{2|\vec{k}|^2}\right), \tag{3}$$

которая меньше чем скорость света c в вакууме при $k_\perp \neq 0$. Важно подчеркнуть, что эффекты связанные с замедлением скорости распространения ЭМИ, в особенности для квантовых состояний поля, очень малы, но доступны наблюдению в экспериментах.

В настоящей диссертации проблема скорости распространения импульсов света вакууме рассматривается принципиально с другой позиции, а именно исходя из физического смысла понятия лоренц-инвариантной массы (ЛИМ). Применение концепции ЛИМ к световым импульсам (описываемым как классически, так и в рамках квантовой оптики) представляет фундаментальный интерес и ранее не было подробно изучено.

Понятие массы в специальной теории относительности подробно изложено в работах Л.Б. Окуня [9—11] и, например, Л.Д.Ландау [12]. Под ЛИМ частицы (совокупности частиц) с полной энергией $\mathcal{E}$ и импульсом $\vec{p}$ в некоторой инерциальной системе отсчёта следует понимать величину

$$m^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{c^4} - \frac{\vec{p}^2}{c^2}. \tag{4}$$

Важное свойство ЛИМ, глубже отражающее её физический смысл, связано с покоящейся системой отчёта. Если ЛИМ совокупности частиц не равна нулю, то существует покоящейся система отсчёта, в которой данная система как целое покоится. Если же ЛИМ системы равна нулю, то система как целое движется со скоростью света в вакууме и не существует такой инерциальной системы отсчёта, где такая совокупность частиц как целое находилась бы в состоянии покоя. Сказанное выше фактически отражает физический смысл ЛИМ (или просто массы в специальной теории относительности). Скорость системы (совокупности частиц) в таком случае определятся выражением:

$$|\vec{v}| = \frac{c^2|\vec{p}|}{\mathcal{E}} = c\sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{\mathcal{E}^2}} \tag{5}$$

Данные определения массы (4) и скорости распространения (5) применимо к любой совокупности частиц, в частности фотонов.

Как ясно из результатов работы [7], явление квантовой интерференции играет особую роль в измерениях квантовых состояний света. В свою очередь СПРС является базовым инструментом для изучения квантовых состояний света, а также имеет обширные применения в области квантовой информатики и исследований фундаментальных основ квантовой механики, методов измерений, основанных на явлении квантовой интерференции [13—17]. Эффекты, связанные с замедлением световых импульсов и наличием ЛИМ малы, но принципиально доступны наблюдению в эксперименте, в частности с помощью передовых методов квантовой оптики. Анализ особенностей подобных измерений представляет собой актуальную задачу. Как указывалось выше, для бифотонов эффект замедления был измерен благодаря явлению квантовой интерференции в эффекте ХОМ. Для реализации точных измерений в подобной схеме необходимо знать особенности режимов СПРС и их влияние на результаты измерений. Этому вопросу посвящена отдельная глава диссертации, где подробно изучаются взаимосвязь между режимами СПРС и квантовой интерференцией в эффекте ХОМ.

Целью данной работы является теоретическое изучение фундаментальной характеристики импульсов электромагнитного излучения - лоренц-инвариантной массы, а также скорости распространения электромагнитных импульсов на основе физического смысла лоренц-инвариантной массы.

Задачи исследования:

1. Расчёт лоренц-инвариантной массы и средней скорости распространения электромагнитного импульса излучения, описываемого с помощью многомодовых когерентных состояний, где в качестве модели был выбран гауссов импульс.
2. Обобщение расчётов лоренц-инвариантной массы и средней скорости распространения применительно к классическим импульсам с произвольной пространственно-временной конфигурацией.
3. Нахождение лоренц-инвариантной массы бифотонов, образующихся в процессе СПРС, и установление соответствия между лоренц-инвариантной массой и параметром степени перепутывания (параметр Шмидта) состояния фотонов.
4. Исследование квантовой интерференции фотонов, рождённых в процессе спонтанного параметрического рассеяния света с синхронизмом типа 1 для различных режимов с частотной невырожденностью, неколлинеарностью и нетривиальной угловой селекцией бифотонов в схеме эксперимента Хонга–Оу–Манделя.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Импульсы классического электромагнитного поля в вакууме, локализованные в пространстве и времени, могут рассматриваться как релятивистские объекты, интегральными характеристиками которых являются полная энергия $\mathcal{E}$, полный импульс $\vec{p}$ и лоренц-инвариант-

ная масса m, а также определяемая ими средняя скорость распространения $|\langle\vec{v}\rangle|$, меньшая чем скорость света в вакууме c.

2. Структурирование световых импульсов существенно влияет на их лоренц-инвариантную массу и среднюю скорость распространения.
3. Понятие лоренц-инвариантной массы применимо к квантовым состояниям электромагнитного поля, в частности, образующимся в процессе спонтанного параметрического рассеяния света.
4. Существуют режимы спонтанного параметрического рассеяния, в которых лоренц-инвариантная масса m (в расчете на одну пару излучаемых фотонов) оказывается прямо пропорциональной параметру Шмидта K степени перепутывания фотонов: $m \propto K$.
5. Свойства квантовой интерференции бифотонов в процессе спонтанного параметрического рассеяния управляются параметрами частотной невырожденности и угловой неколлинеарности.

Научная новизна:

1. Впервые понятие лоренц-инвариантной массы было последовательно и непротиворечиво применено к импульсам электромагнитного излучения.
2. Впервые рассчитана средняя скорость распространения импульсов различных пространственных и временных конфигураций, определяемая их Лоренц-инвариантной массой.
3. В случае коллинеарного частотно-вырожденного спонтанного параметрического рассеяния впервые установлена взаимосвязь между мерой углового перепутывания фотонов с их Лоренц-инвариантной массой.
4. Впервые теоретически описана модификация эффекта Хонга–Оу–Манделя, возникающая в неколлинеарном частотно-невырожденном режиме спонтанного параметрического рассеяния при четырех-щелевой угловой селекции фотонов. Показано, что в этих условиях вместо кривой сигнала совпадений с единственным провалом возникает структура типа временной гребенки с многими осцилляциями в зависимости от времени задержки в одном из каналов распространения фотонов.

Практическая значимость. Результаты, полученные в данной работе, представляют собой фундаментальный интерес, так как лоренц-инвариантная масса является ещё одной фундаментальной характеристикой электромагнитных импульсов и квантовых состояний электромагнитного поля. Скорость локализованного в пространстве импульса, определяемая на основе физического смысла лоренц-инвариантной массы, характеризует его как целое и всегда меньше скорости света. Полученные результаты могут быть полезны в области сверхточных измерений с использованием локализованных и структурированных импульсов света, а также квантовых состояний бифотонов.

Достоверность научных результатов определяется всесторонним теоретическим анализом, сопоставлением результатов других авторов на близкие темы, а также тем, что все результаты, представленные в диссертации, опубликованы в журналах с высоким рейтингом и неоднократно докладывались и обсуждались на отечественных и международных конференциях.

Апробация работы. Результаты исследования были представлены на 5 конференциях:

1. CEWQO 2016 - 23th Central European Workshop on Quantum Optics, 27 June to 1 July 2016, Orthodox Academy of Crete, in Kolymbari, Crete, Greece.
2. LPHYS'16, 25th Annual Interantional Laser Physics Workshop, Yerevan, Armenia, July 11-15, 2016
3. MIPT (PhysTech)-QUANT - 2018, Dolgoprudny, international conference on quantum technologies, September 9-15, 2018, Dolgoprudny, Russia.
4. 59-я научная конференция МФТИ, 21 - 26 ноября 2016 г., Долгопрудный, Россия.
5. International Conference "Mathematical Physics, Dynamical Systems and Infinite-Dimensional Analysis"17-21 June 2019, Moscow Institute of Physics and Technology.

Личный вклад. Все результаты были получены автором лично или при его непосредственном участии. Работа над компоновкой, структурой и написанием статей велась совместно с коллегами. При создании публикаций автор внёс существенный вклад в их написание. Структура и содержание данной работы демонстрируют личный вклад автора в исследование и в опубликованные результаты.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 авторских публикациях, опубликованных в журналах, индексируемых Web of Science.

Объем и структура работы: Диссертация состоит из введения, четырёх глав и списка цитируемой литературы. Полный объём диссертации составляет 125 страниц с 36 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 128 наименований.

Содержание работы

В **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится подробный обзор научной литературы, формулируется цель, ставятся задачи работы. Кроме того, показана научная новизна и практическая значимость диссертационной работы.

В **первой главе** понятие ЛИМ применяется к гауссову ЭМИ, а также рассматривается эффект замедления гауссова ЭМИ в вакууме, основанный на физическом смысле ЛИМ.

В разделе **1.1** гауссов ЭМИ описывается как совокупность большого числа фотонов с помощью многомодовых когерентных состояний. Состояние поля задаётся в виде

$$|\Psi\rangle = \prod_{\vec{k},\sigma} e^{-\frac{|\alpha_{\vec{k},\sigma}|^2}{2}} \sum_{n_{\vec{k},\sigma}} \frac{(\alpha_{\vec{k},\sigma} a^{\dagger}_{\vec{k},\sigma})^{n_{\vec{k},\sigma}}}{n_{\vec{k},\sigma}!} |\mathrm{vac}\rangle, \tag{6}$$

где $|\mathrm{vac}\rangle$ - вакуумное состояние, $|\alpha_{\vec{k},\sigma}|^2$ - среднее число фотонов в моде, характеризуемое волновым вектором $\vec{k}$ и поляризацией σ, $a^{\dagger}_{\vec{k},\sigma} a_{\vec{k},\sigma}$ - операторы рождения и уничтожения фотона в соответствующей моде. Основные динамические характеристики – энергия и импульс заданы формулами

$$\langle\varepsilon\rangle = \sum_{\vec{k}\,\sigma} \hbar\omega_k \langle\Psi|a^\dagger_{\vec{k},\sigma} a_{\vec{k},\sigma}|\Psi\rangle = \sum_{\vec{k},\sigma} \hbar\omega_k |\alpha_{\vec{k},\sigma}|^2, \tag{7}$$

$$\langle\vec{p}\rangle = \sum_{\vec{k}\,\sigma} \hbar\vec{k} \langle\Psi|a^\dagger_{\vec{k},\sigma} a_{\vec{k},\sigma}|\Psi\rangle = \sum_{\vec{k},\sigma} \hbar\vec{k}\, |\alpha_{\vec{k},\sigma}|^2, \tag{8}$$

где $\omega_k = c|\vec{k}\,|$. В свою очередь ЛИМ имеет вид

$$m^2c^4 = \langle\varepsilon\rangle^2 - c^2\langle\vec{p}\rangle^2 = \hbar^2 c^2 \sum_{\vec{k},\vec{k}'} \left(k^i k'_i\right) \sum_{\sigma,\sigma'} |\alpha_{\vec{k},\sigma}|^2 |\alpha_{\vec{k}',\sigma'}|^2, \tag{9}$$

Напряжённость электрического поля определяется как среднее от соответствующего оператора $\langle\Psi|\hat{E}_\sigma|\Psi\rangle$:

$$\hat{E}_\sigma = i \sum_{\vec{k}} \sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_k}{V}} \left[a_{\vec{k},\sigma} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t)} - a^\dagger_{\vec{k},\sigma} e^{-i(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t)}\right]. \tag{10}$$

Используется переход от дискретных переменных к непрерывным:

$$\langle\varepsilon\rangle = \sum_\sigma \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\vec{k}\, \hbar\omega_k\, |\alpha_{\vec{k},\sigma}|^2, \;\; \langle\vec{p}\rangle = \sum_\sigma \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\vec{k}\, \hbar\vec{k}\, |\alpha_{\vec{k},\sigma}|^2,$$
$$\langle E\rangle_\sigma(\vec{r},t) = \frac{1}{2^{3/2}\pi^{5/2}} \int d\vec{k}\, \sqrt{V\hbar\omega_k}\; |\alpha_{\vec{k},\sigma}| \sin(\omega_k t - \vec{k}\vec{r} - \varphi_{\vec{k},\sigma}), \tag{11}$$

где V - нормировочный объём.

В разделе **1.2** напряженность электрического поля гауссова ЭМИ находится с помощью решения граничной задачи. В плоскости $z = 0$ пространственная часть напряжённости задана как функция от поперечных координат (x,y). Временная огибающая имеет вид функции Гаусса. Таким образом, граничное условие задаётся в виде

$$E_\sigma(\vec{r}_\perp,t)|_{z=0} = E^{(0)}_\sigma(\vec{r}_\perp) \sin(\omega_0 t)\, e^{-t^2/2\tau^2}, \tag{12}$$

где τ - длительность ЭМИ, ω_0 - несущая частота. По заданному граничному условию определяется поле во всём полупространстве $z > 0$. В результате напряжённость электрического поля имеет вид

$$E_\sigma(\vec{r},t) = \frac{\tau}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{k} \left|\widetilde{E}_\sigma^{(0)}(\vec{k}_\perp)\right| \frac{c^2 k_z}{\omega_k} e^{-(\omega_k-\omega_0)^2\tau^2/2} \sin\left[\omega_k t - \vec{k}\vec{r} - \varphi_\sigma(\vec{k}_\perp)\right], \quad (13)$$

где $\widetilde{E}_\sigma^{(0)}(\vec{k}_\perp) = \frac{1}{2\pi}\int d\vec{r}_\perp e^{-i\vec{k}_\perp\cdot\vec{r}_\perp} E_\sigma^{(0)}(\vec{r}_\perp)$ - фурье-образ пространственной части граничного условия.

В разделе **1.3** приводится сравнение средней напряжённости электрического поля гауссова ЭМИ, полученного в рамках квантовой оптики (11), с классическим фурье-разложением напряжённости электрического поля (13). В результате устанавливается связь между параметром $\alpha_{\vec{k},\sigma}$ и фурье-образом напряжённости электрического поля гауссова ЭМИ:

$$|\alpha_{\vec{k},\sigma}| = \frac{\pi\tau}{\sqrt{V\hbar\omega_k}} |\widetilde{E}_\sigma^{(0)}(\vec{k}_\perp)| \frac{c^2|k_z|}{\omega_k} e^{-(\omega_k-\omega_0)^2\tau^2/2}, \quad (14)$$

здесь учтено, что $\varphi_{\vec{k},\sigma} = \varphi_\sigma(\vec{k}_\perp)$. Полагается, что распределение поля в плоскости $z=0$ имеет гауссов вид

$$E^{(0)}(\vec{r}_\perp) = E_0 e^{-\vec{r}_\perp^2/2w^2},\ \widetilde{E}^{(0)}(\vec{k}_\perp) = E_0 w^2 e^{-\vec{k}_\perp^2 w^2/2}, \quad (15)$$

где w - перетяжка импульса в $z=0$. После комбинации выражений для массы, параметра $|\alpha_{\vec{k},\sigma}|$, энергии и импульса находится выражение для ЛИМ (в рамках параксиального приближения):

$$m = \frac{\sqrt{\pi}\tau w E_0^2}{8\omega_0} = \frac{1}{16\sqrt{\pi}} \frac{E_0^2 \tau w \lambda}{c}. \quad (16)$$

В разделе **1.4** рассчитывается средняя скорость распространения гауссова ЭМИ в вакууме согласно формуле (5):

$$v = c\left(1 - \frac{\langle\varepsilon\rangle^2 - c^2\langle p_z\rangle^2}{\langle\varepsilon\rangle(\langle\varepsilon\rangle + c\langle p_z\rangle)}\right) \approx c\left(1 - \frac{m^2c^4}{2\langle\varepsilon\rangle^2}\right). \quad (17)$$

Разность скорости света и средней скорости распространения равна

$$c - v \approx c\frac{m^2c^4}{2\langle\varepsilon\rangle^2} = \frac{c}{8\pi^2}\frac{\lambda^2}{w^2}. \quad (18)$$

Выражение (18) демонстрирует эффект замедления ЭМИ, полученный на основе физического смысла ЛИМ. Данный результат согласуется с выводами экспериментальной работы [7]. Также в главе 1 упоминается ещё одна лоренц-инвариантная характеристика электромагнитного поля, которую можно считать аналогом плотности массы:

$$\mu^2(\vec{r},t) = \left(\frac{\vec{E}^2 + \vec{H}^2}{8\pi c^2}\right)^2 - \left(\frac{\vec{E}\times\vec{H}}{4\pi c^2}\right)^2 = inv., \tag{19}$$

Плотность массы интересна тем, что для обычной плоской волны $\mu(\vec{r},t) \equiv 0$, в то время как для полей с более сложной конфигурацией волнового фронта она может служить в качестве меры отклонения фронта волны в произвольной точке $(\vec{r},t)$ от плоского [18]. Несмотря на кажущиеся сходство с ЛИМ, не существует прямого соответствия между концепцией плотности массы и ЛИМ, так как в общем случае интеграл $\int_{V_{\text{pulse}}} \mu\left(\vec{r},t\right) d\vec{r} \neq m$ не лоренц-инвариантен и не совпадает с ЛИМ.

В заключении к главе 1 приводится схема возможного эксперимента по наблюдению эффектов, связанных с ЛИМ, и эффектом замедления, основанная на идее манипуляции структурой ЭМИ в пространстве волновых векторов с помощью областей фокусировки и дефокусировки. Схема эксперимента проиллюстрирована на рис. 1.

Вторая глава посвящена изучению ЛИМ и скорости распространения ЭМИ, описываемых классически.

В **разделе 2.1** эффект замедления рассмотрен исходя из кинематического описания поля гауссова ЭМИ в дальней зоне в рамках параксиального приближения. Амплитуда поля в дальней зоне имеет вид

$$A(\vec{r},t) = E_0 \frac{L_D}{z} \exp\left[-\frac{\omega_0 \vec{r}_\perp^{\,2} L_D}{2cz^2}\right] \exp\left[-\frac{1}{2(c\tau)^2}\left(z - ct + \frac{\vec{r}_\perp^{\,2}}{2z}\right)^2\right]. \tag{20}$$

Формула для амплитуды (20) состоит из двух экспонент. Первая экспонента характеризует дифракцию ЭМИ в дальней зоне. Дифракционный угол задан как $\alpha = r_\perp/z \leq \sqrt{c/\omega_0 L_D} = c/\omega_0 w = \lambda_0/2\pi w$, λ_0 – длина волны на несущей частоте. Вторая экспонента в (20) определяет структуру импульса в дальней зоне. Структура поля в дальней зоне и способ регистрации эффекта

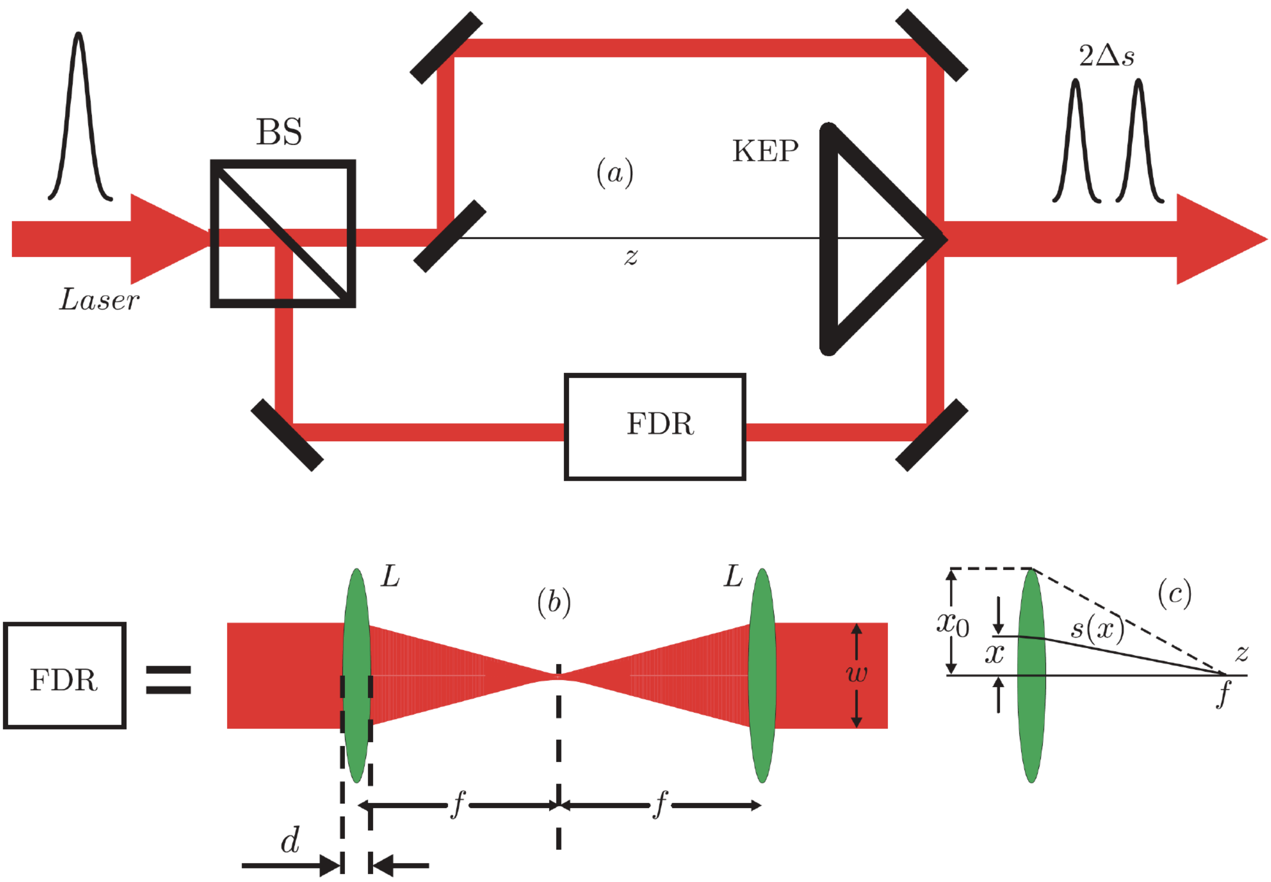

Рис. 1 — Предлагаемая схема эксперимента по наблюдению эффекта замедления обусловленного наличием ЛИМ. (а) BS и KEP обозначают делитель пучка и призму в форме острия ножа, δs - расстояние между замедляемым и импульсом, распространяющимся в свободном пространстве, FDR - область фокусировки и дефокусировки, z - центральная ось распространения. (b) Импульс внутри фокусирующей-дефокусирующей области: L - две конфокальные линзы с фокусом f, w - перетяжка импульса вне фокусирующей-дефокусирующей области. (c) Путь $s(x)$ луча, падающего на линзу на расстоянии x от горизонтальной оси одинаков для всех x, $s(x) = \text{const}$.

замедления схематически изображены на рис. 2. Исходя из анализа геометрии распределения импульса в дальней зоне, проекция скорости отдельного луча формирующего импульс на ось z, задаётся выражением

$$v_z(r_\perp) = c\cos\alpha = c - \frac{\Delta z}{t} = c\left(1 - \frac{r_\perp^2}{2z^2}\right). \qquad (21)$$

Средняя скорость распространения ЭМИ как целого $\langle \vec{v} \rangle$ рассчитывается как взвешенная векторная сумма скоростей каждого луча составляющего ЭМИ, где весовой функцией является квадрат той части амплитуды (20), которая ответственна за дифракцию. В результате находится средняя скорость

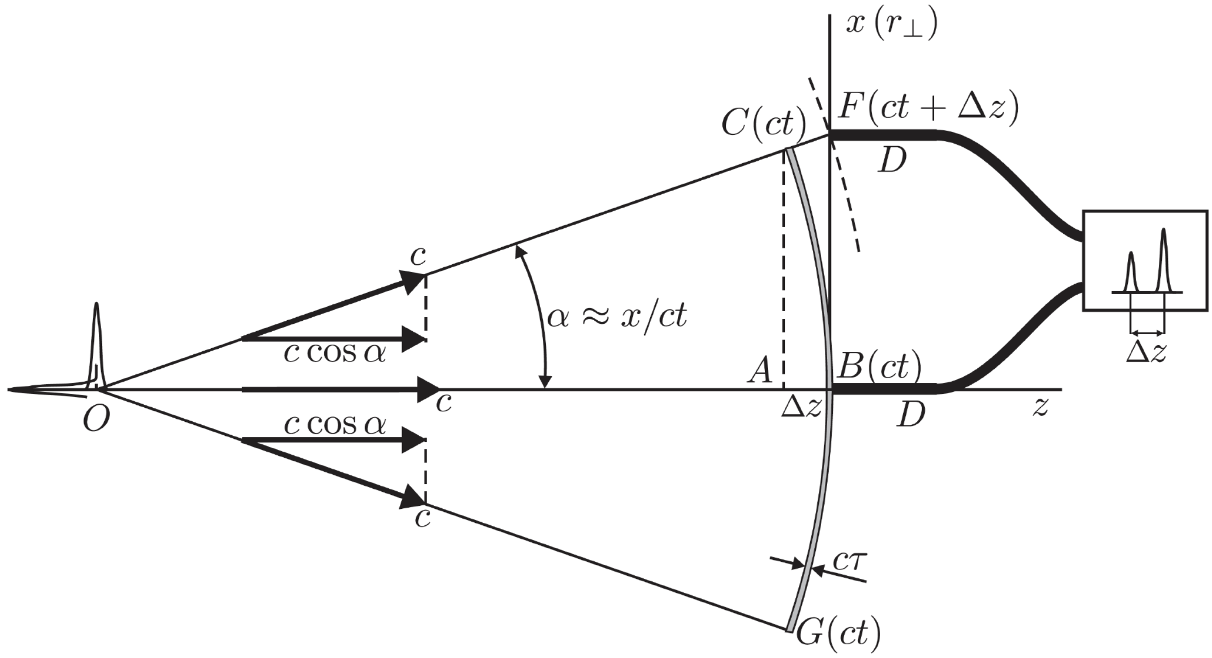

Рис. 2 — Распределение поля в дальней зоне в плоскости (xz). Также представлена предлагаемая схема измерений, указывающая на эффект замедления вдоль оси z периферийных лучей составляющих ЭМИ. Измерение осуществляется с помощью наблюдения за отдельными участками волнового фронта. Черные стрелки изображают скорость распространения света в лучах и их проекции на ось z. Символ D обозначает входы в оптоволокно, направляющие излучение к детекторам излучения и анализатору; Δz – расстояние, соответствующее разнице во времени прихода излучения от различных частей фронта ЭМИ.

распространения:

$$\langle v_z \rangle \equiv |\langle \vec{v} \rangle| = c\left(1 - \frac{c}{2\omega_0 L_D}\right) = c\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{8\pi^2 w^2}\right), \tag{22}$$

Отмечается, что полученный результат находится в полном соответствии с результатами расчёта скорости распространения ЭМИ, полученными с помощью ЛИМ.

В разделах **2.2-2.3** рассматриваются общие методы расчёта ЛИМ и скорости распространения классических импульсов. На основе известных типов пучков, таких как пучки Лагерра–Гаусса, Эрмита–Гаусса, Бесселя–Гаусса и Эйри–Гаусса, задаются конфигурации импульсов с нетривиальной пространственной структурой. Рассчитываются ЛИМ и средняя скорость распространения (рис.3). В качестве важного результата подчёркивается, что средняя скорость распространения существенно зависит от пространственной структуры импульса и не зависит от его энергии.

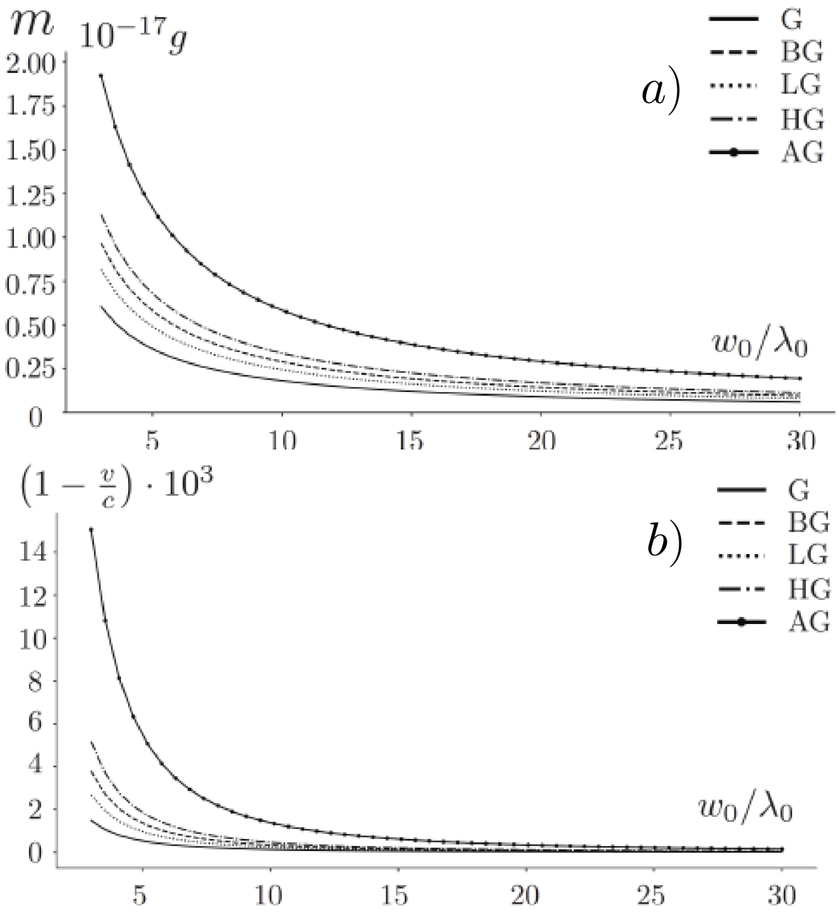

Рис. 3 — ЛИМ (a) и относительное отклонение средней скорости распространения от скорости света в вакууме (b) для Гаусс(G), Лагерр–Гаусс(LG, $l=1, q=1$), Бессель–Гаусс(BG), Эрмит–Гаусс(HG, $l=1, q=1$) и Эйри–Гаусс(AG) типов ЭМИ. w_0 – перетяжка импульса в плоскости $z=0$, измеренная в несущих длинах волн $\lambda_0 = 404$ нм. Численные расчёты были проведены при фиксированной полной энергии импульса $\varepsilon = 10$ мДж и длительности $t_p = 0.539$ пс или 400 периодов несущей частоты. Параметры подобраны из соображений удобства расчётов и наглядности.

В **третьей главе** рассматривается случай частотно вырожденного режима СПРС с синхронизмом типа 1, где накачка распространяется в среде в виде необыкновенной волны, в то время как оба излучённых (испущенных в результате распада фотона накачки) фотона находятся в модах с обыкновенной поляризацией. Волновая функция излучённых фотонов в $\vec{k}$-представлении зависит от поперечных компонент волновых векторов $\vec{k}_{\perp 1}$

и $\vec{k}_{\perp 2}$ фотонов следующим образом:

$$\Psi(\vec{k}_{\perp 1}, \vec{k}_{\perp 2}) = N \exp\left[-\frac{\left(\vec{k}_{\perp 1} + \vec{k}_{\perp 2}\right)^2 w_p^2}{2}\right] \operatorname{sinc}\left[\frac{L\lambda_p}{8\pi n_o}\left(\vec{k}_{\perp 1} - \vec{k}_{\perp 2}\right)^2\right]. \quad (23)$$

С помощью волновой функции (23) находится среднее значение импульса бифотонов $\hbar\langle\vec{k}_1 + \vec{k}_2\rangle$, а энергия бифотона $\mathcal{E}_{\rm bph} = \hbar\omega_p$. Выражение для его ЛИМ в итоге имеет вид

$$m_{\rm biph} = \frac{\hbar}{c}\left[\frac{1}{w_p^2} + \frac{4\pi n_o}{L\lambda_p}\ln\left(\frac{\pi L}{2n_o\lambda_p}\right)\right]^{1/2}. \quad (24)$$

Степень перепутывания K велика, если выполнены условия $w_p \ll \sqrt{L\lambda_p}$ или $w_p \gg \sqrt{L\lambda_p}$. При выполнении второго из перечисленных условий показано, что имеет место следующее выражение для степени перепутывания:

$$K \sim R_{\rm short\,L} \sim \frac{2\pi w_p\sqrt{n_o}}{\sqrt{L\lambda_p}} \gg 1. \quad (25)$$

Результат сравнения (25) и (24) позволяет установить связь между ЛИМ и степенью перепутывания:

$$m_{\rm biph} = \frac{\hbar}{c\,w_p}\left[1 + \frac{K^2}{\pi}\ln\left(\frac{\pi L}{2n_o\lambda_p}\right)\right]^{1/2} \approx \frac{\hbar K}{2c\,w_p}\sqrt{\frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{\pi L}{2n_o\lambda_p}\right)} \gg \frac{\hbar}{2c\,w_p}. \quad (26)$$

Показано, что если длина кристалла $L \ll w_p^2/\lambda_p \equiv L_d$, ЛИМ бифотонного состояния (23) и степень перепутывания K прямо пропорциональны друг другу. С другой стороны, в случае сильно сфокусированной накачки $L \gg L_d = w_p^2/\lambda_p$ степень перепутывания также высока: $K \sim \sqrt{L/L_d} \gg 1$, но в таком случае ЛИМ согласно (24) почти не зависит от степени перепутывания и определяется через обратную длину перетяжки пучка накачки $m_{\rm biph} = \hbar/c\,w_p$. Таким образом, в результате анализа установлено, что существуют режимы СПРС, при которых система двух фотонов обладает большим перепутыванием и большой ЛИМ, и эти величины прямо пропорциональны друг другу. Отмечается важность данной взаимосвязи для косвенного измерения ЛИМ методами квантовой оптики.

Четвертая глава посвящена квантовой интерференции состояний бифотонов на основе эффекта ХОМ. Исследованы режимы СПРС с частотной невырожденностью и неколлинеарностью, где благодаря нетривиальным модификациям ХОМ проявляются множественные осцилляции в зависимости сигнала совпадений от времени задержки в одном из каналов распространения фотонов. Получены аналитические выражения для вероятностей детектирования фотонов в схеме ХОМ в зависимости от параметров невырожденности и неколлинеарности.

Степень невырожденности СПРС можно охарактеризовать безразмерным параметром ξ ($0 \leq \xi < 1$): $\xi = \frac{\omega_h - \omega_l}{\omega_0}$, где спектр накачки и испущенных фотонов узкий и сконцентрирован около соответствующих центральных частот $\omega_p^{(c)} \equiv \omega_0$, $\omega_1^{(c)} = \omega_h$ (верхняя) и $\omega_2^{(c)} = \omega_l$ (нижняя). При этом возможность реализации коллинеарного режима СПРС (существование соответствующего угла наклона оптической оси $\varphi_0^{(\mathrm{Coll})}(\xi)$) зависит от параметра частотной невырожденности ξ. Эта зависимость продемонстрирована на рис. 4. Все точки на кривой соответствуют парам параметров (φ_0,ξ), для

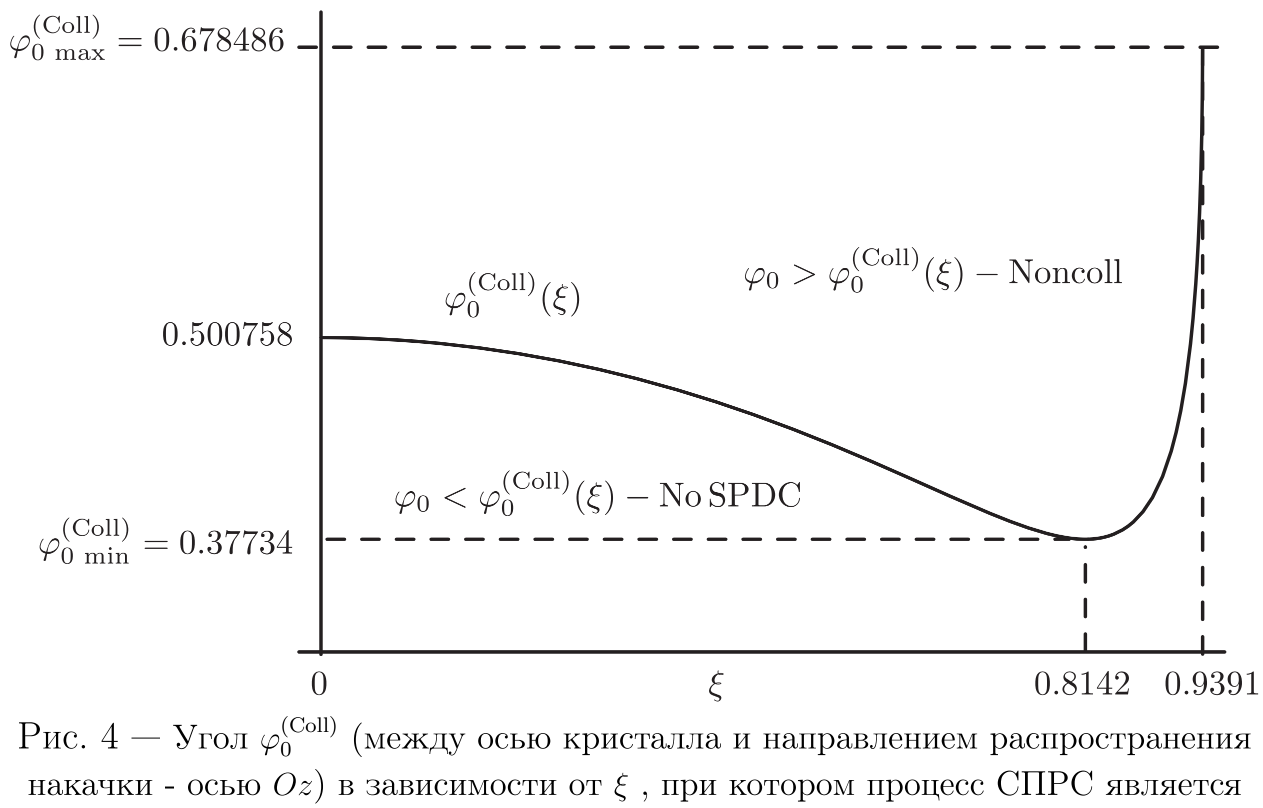

Рис. 4 — Угол $\varphi_0^{(\mathrm{Coll})}$ (между осью кристалла и направлением распространения накачки - осью Oz) в зависимости от ξ , при котором процесс СПРС является коллинеарным, но частотно невырожденным. Если угол $\varphi_0 > \varphi_0^{(\mathrm{Coll})}$, то имеет место неколлинеарный и частотно-невырожденный режим СПРС. Для углов $\varphi_0 < 0.37734$ процесс СПРС невозможен для любого параметра невырожденности ξ.

которых процесс СПРС является коллинеарным. Таким образом, коллинеарный режим СПРС имеет место во всём интервале от $\varphi_{0\ \mathrm{min}}^{(\mathrm{Coll})} = 0.37734$ до $\varphi_{0\ \mathrm{max}}^{(\mathrm{Coll})} = 0.678486$, но только при выборе определённого значения параметра невырожденности. В неколлинеарном режиме параметр ξ для произвольной плоскости (xz) определяет два конуса распространения фотонов - внешний и внутренний, где оси конусов совпадают с направлением распространения Oz, а углы их раскрытия равны

$$\theta_{\mathrm{outer}} \equiv \theta_- = \frac{\theta_0}{1-\xi}\ ,\ \ \theta_{\mathrm{inner}} \equiv \theta_+ = \frac{\theta_0}{1+\xi}, \tag{27}$$

где θ_0 определяется через параметры кристалла и накачки. Далее рассмотрены две схемы угловой селекции фотонов: схема с двумя щелями и схема с четырьмя щелями. Кроме того, в один из каналов для обеих схем измерений добавлена задержка Δt.

Для схемы с двумя щелями получена зависимость вероятностей разделения бифотонов после делителя пучка $w_{\mathrm{split}}^{2\mathrm{slits}}(\Delta t)$ в схеме эксперимента ХОМ:

$$w_{\mathrm{split}}^{2\,\mathrm{slits}}(\Delta t) = \frac{1}{2}\left\{1 - \exp\left[-\frac{\xi^2\omega_0^2\alpha L^2 A_-^2}{2c^2}\right] \times \exp\left[-\frac{\Delta t^2}{2\alpha L^2 A_-^2/c^2}\right]\right\}. \tag{28}$$

Данная зависимость наглядно продемонстрирована на рис. 5 для различных степеней невырожденности ξ. В схеме измерений с четырьмя щелями ситуация совершенно другая. Если для одной пары щелей волновая функция равна $\Psi(\xi)$, то для двух пар щелей она будет равна $\Psi(\xi) + \Psi(-\xi)$. В итоге аналогичная зависимость вероятностей разделения бифотонов после делителя пучка в случае схемы с четырьмя щелями имеет вид

$$\begin{aligned} w_{\mathrm{split}}^{4\,\mathrm{slits}}(\Delta t) = \frac{1}{2}\Bigg\{1 - \exp\left[-\frac{\Delta t^2}{2\alpha L^2 A_-^2/c^2}\right] \times \\ \frac{\cos(\xi\omega_0\Delta t) + \exp\left(-\xi^2\omega_0^2\alpha L^2 A_-^2/2c^2\right)}{1 + \exp\left(-\xi^2\omega_0^2\alpha L^2 A_-^2/2c^2\right)}\Bigg\}. \end{aligned} \tag{29}$$

Графики зависимости $w_{\mathrm{split}}^{4\,\mathrm{slits}}(\Delta t)$ (29) представлены на рис. 6. Кривая (a) на построена при одном и том же значении параметра невырожденности $\xi = 0.04$, при котором в схеме измерений с двумя щелями ХОМ эффект исчезает (см. рис. 5, кривая (5)). Разница между этими двумя кривыми демонстрирует, что добавление фотонов из второй пары щелей возвращает спо-

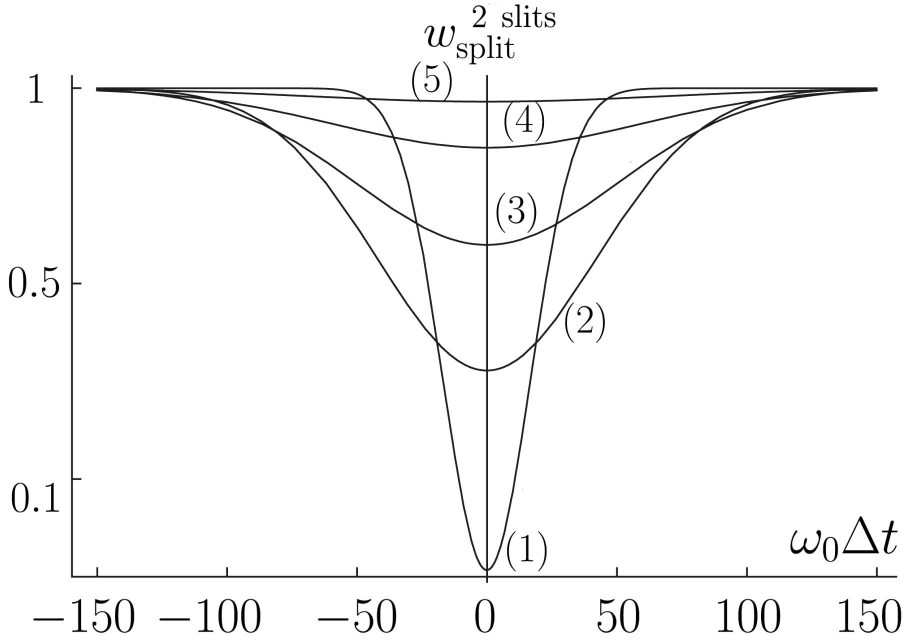

Рис. 5 — Вероятность разделения бифотонов после делителя пучка в зависимости от времени задержки Δt в канале с $\theta_x > 0$ для различных параметров степени невырожденности $\xi = 0.01\,(1), 0.025\,(2), 0.03\,(4), 0.035\,(4)$ и $0.04\,(5)$.

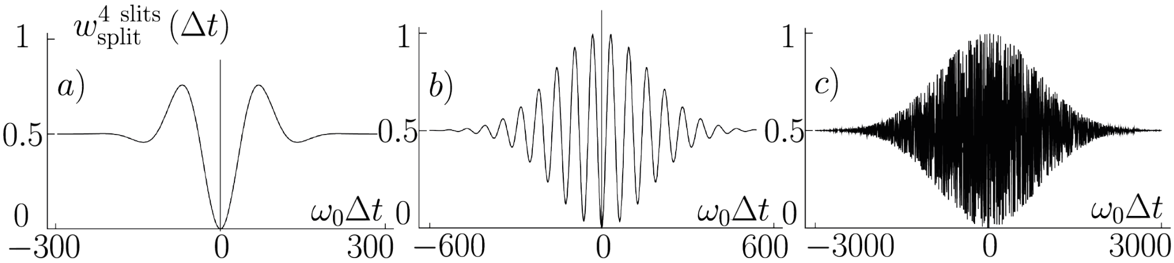

Рис. 6 — Вероятность разделения бифотона после делителя пучка в схеме измерений с четырьмя щелями в зависимости от времени задержки Δt (в единицах $1/\omega_0$) для трёх значений параметра невырожденности $\xi: 0.04\,(a);\ 0.1\,(b); 0.6\,(c)$.

собность к квантовой интерференции рассматриваемого состояния бифотона. Большой провал при $\Delta t = 0$ присутствует при $\xi = 0.04$ и при бо́льших степенях невырожденности. Для всех параметров ξ и для всех кривых на рис. 6 $w_{\text{split}}^{\text{4 slits}}(\Delta t = 0) = 0$. Новым эффектом, отличающим схему с четырьмя щелями от схемы с двумя щелями, является появление осцилляций в зависимостях $w_{\text{split}}^{\text{4 slits}}(\Delta t)$ при $\xi \geq 0.04$ и формирование гребнеобразных структур. Если кривую (a) на рис. 6 при $\xi = 0.04$ можно рассматривать только как указание на возможное существование режима осцилляций, то кривая (b) демонстрирует, что уже при $\xi = 0.1$ осцилляции довольно ярко выражены. С ростом параметра невырожденности ξ частота осцилляций растёт вместе с занимаемой ими областью. Кривая (c) – наглядный пример режима с очень большим числом осцилляций, возникающих при $\xi = 0.6$.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые состоят в следующем:

1. Получены аналитические выражения для лоренц-инвариантной массы гауссова импульса электромагнитного излучения и средней скорости его распространения в вакууме, меньшей чем скорость света c. Предложены схемы наблюдения эффекта замедления гауссова импульса в дальней волновой зоне.
2. Численно рассчитаны лоренц-инвариантная масса и средняя скорость распространения структурированных электромагнитных импульсов типа Лагерра–Гаусса, Эрмита–Гаусса, Бессель–Гаусса и Эйри–Гаусса. Установлено, что для всех типов импульсов их средняя скорость распространения меньше скорости света в вакууме.
3. Показано, что в случае СПРС в тонком кристалле ($L << L_D = w^2/\lambda$) лоренц-инвариантная масса бифотонов оказывается пропорциональной параметру R, характеризующему степень углового перепутывания бифотона. Данный параметр определяется как отношение экспериментально измеримых ширин одночастичного углового распределения чисел фотонов и распределения, измеренного по схеме совпадений, что может быть использовано для прямого измерения лоренц-инвариантной массы бифотона.
4. Показано, что частотная невырожденность, неколлинеарность и угловая селекция в схеме измерений с четырьмя щелями приводят к нетривиальным модификациям хорошо известного эффекта Хонга–Оу–Манделя, проявляющимся в появлении множественных осцилляций в зависимости сигнала совпадений от времени задержки в одном из каналов распространения фотонов.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Fedorov M. V.*, **Vintskevich S. V.** Diverging light pulses in vacuum: Lorentz-invariant mass and mean propagation speed // Laser Physics. — 2017. — Vol. 27, no. 3. — P. 036202.

2. *Fedorov M. V.*, **Vintskevich S. V.**, *Grigoriev D. A.* Diffraction as a reason for slowing down light pulses in vacuum // EPL (Europhysics Letters). — 2017. — Vol. 117, no. 6. — P. 64001.

3. *Fedorov M.V., Sysoeva A.A.,* **Vintskevich S. V.**, *Grigoriev D.A.* Temporal interference effects in noncollinear and frequency-nondegenerate spontaneous parametric down-conversion // Phys. Rev. A. — 2018. — Vol. 98, issue 1. — P. 013850.

4. **Vintskevich S. V.**, *Grigoriev D. A.*, *Fedorov M. V.* Lorentz-invariant mass and entanglement of biphoton states // Laser Physics Letters. — 2019. — Vol. 16, no. 6. — P. 065203.

5. **S. V. Vintskevich**, *Grigoriev D. A.* Structured light pulses and their Lorentz-invariant mass // Laser Physics. — 2019. — Vol. 29, no. 8. — P. 086001.

Список литературы

1. *H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M. V. Berry, M. R. Dennis, D. L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, E. Karimi, L. Marrucci, M. Padgett, M. Ritsch-Marte, N. M. Litchinitser, N. P. Bigelow, C. Rosales-Guzmán, A. Belmonte, J. P. Torres, T. W. Neely, M. Baker, R. Gordon, A. B. Stilgoe, J. Romero, A. G. White, R. Fickler, A. E. Willner, G. Xie, B. McMorran, A. M. Weiner* Roadmap on structured light // Journal of Optics. — 2016. — Vol. 19, no. 1. — P. 013001.

2. *F. Bouchard, J. Harris, H. Mand, R. W. Boyd, E. Karimi*, Observation of subluminal twisted light in vacuum // Optica. — 2016. — Vol. 3, no. 4. — P. 351–354.

3. *Saari P.* Reexamination of group velocities of structured light pulses // Phys. Rev. A. — 2018. — Vol. 97, issue 6. — P. 063824.

4. *Alfano R. R.*, *Nolan D. A.* Slowing of Bessel light beam group velocity // Optics Communications. — 2016. — Vol. 361. — P. 25–27.

5. *Silenko A. J., Zhang P., Zou L.* Relativistic quantum-mechanical description of twisted paraxial electron and photon beams // Phys. Rev. A. — 2019. — Vol. 100, issue 3. — P. 030101.

6. *Saari P., Rebane O., Besieris I.* Energy-flow velocities of nondiffracting localized waves // Phys. Rev. A. — 2019. — Vol. 100, issue 1. — P. 013849.

7. *Giovannini D., Romero J., Potoček V., Ferenczi G., Speirits F., and S.M. Barnett, Faccio D., Padgett M.J.* Spatially structured photons that travel in free space slower than the speed of light // Science. — 2015. — Vol. 347, no. 6224. — P. 857–860.

8. *Hong C. K., Ou Z. Y., Mandel L.* Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Vol. 59, issue 18. — P. 2044–2046.

9. *Окунь Л. Б.* О письме Р.И. Храпко "Что есть масса?" // Усп. физ. наук. — 2000. — Т. 170, № 12. — С. 1366—1371.

10. *Окунь Л. Б.* Понятие массы (Масса, энергия, относительность) // Усп. физ. наук. — 1989. — Т. 158, № 7. — С. 511—530.

11. *Okun L. B.* Energy and mass in relativity theory. — World Scientific, 2009.

12. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. — Москва; Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1941.

13. *Ou Z.-Y. J.* Multi-photon quantum interference. — Springer, 2007.

14. *Braunstein S. L., Loock P. van.* Quantum information with continuous variables // Rev. Mod. Phys. — 2005. — Vol. 77, issue 2. — P. 513–577.

15. *Dell'Anno F., Siena S. D., Illuminati F.* Multiphoton quantum optics and quantum state engineering // Physics Reports. — 2006. — Vol. 428, no. 2. — P. 53–168.

16. *P. Kok, W. J. Munro, K. Nemoto, T. C. Ralph, J. P. Dowling, G. J. Milburn* Linear optical quantum computing with photonic qubits // Rev. Mod. Phys. — 2007. — Vol. 79, issue 1. — P. 135–174.

17. *J. W. Pan, Z.-B. Chen, C.-Y. Lu, and H. Weinfurter, A. Zeilinger, M. Żukowski* Multiphoton entanglement and interferometry // Rev. Mod. Phys. — 2012. — Vol. 84, issue 2. — P. 777–838.

18. *Vintskevich S. V.*, *Veselago V. G.*, *Fedorov M. V.* On a possible definition of the concept of 'mass density' for a classical electromagnetic field in vacuum // Laser Physics Letters. — 2015. — Vol. 12, no. 9. — P. 096201.