

На правах рукописи



АНДРЕЕВ Андрей Викторович

НЕЛИНЕЙНО-ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АНСАМБЛЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ
ОСЦИЛЛЯТОРОВ В ПРИСУТСТВИИ ВНЕШНЕГО СИГНАЛА
(СВЯЗАННЫЕ РИДБЕРГОВСКИЕ АТОМЫ, НЕЙРОННЫЕ СЕТИ)

01.04.03 – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико–математических наук

Иннополис – 2020

Работа выполнена в Центре технологий компонентов робототехники и мехатроники автономной некоммерческой организации высшего образования “Университет Иннополис”

Научный Руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор,
Храмов Александр Евгеньевич

Официальные оппоненты: **Смирнов Дмитрий Алексеевич**
доктор физико-математических наук,
профессор РАН, Саратовский филиал
ФГБУН “Институт радиотехники
и электроники им. В.А. Котельникова РАН”,
ведущий научный сотрудник
Захаров Денис Геннадьевич
кандидат физико-математических наук,
ФГАОУ ВО “Национальный исследовательский
университет “Высшая школа экономики”,
г. Москва, Центр нейроэкономики и
когнитивных исследований,
старший научный сотрудник

Ведущая организация: ФГАОУ ВО “Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского”, г. Нижний Новгород

Защита состоится 18 декабря 2020 г. в 15 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 при ФГБОУ ВО “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, III корпус, Большая физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке им. В.А. Артисевич ФГБОУ ВО “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” (Саратов, ул. Университетская, 42) и на сайте <https://www.sgu.ru/research/dissertation-council/d-212-243-01/kandidatskaya-dissertaciya-andreeva-andreya>.

Автореферат разослан “__” октября 2020 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета



Слепченков
Михаил Михайлович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы.

В настоящее время изучение сложной нелинейной динамики ансамблей нелинейных осцилляторов с различной топологией связей является актуальной и перспективной задачей радиофизики и нелинейной теории колебаний и волн в связи с тем, что подобные модели описывают многие наблюдающиеся в реальной жизни процессы и объекты.

Простейшими ансамблями осцилляторов являются регулярные структуры — цепочки и решетки осцилляторов, многие явления в которых хорошо изучены¹. Вместе с тем в настоящее время значительный интерес вызывает исследование объектов, которые могут быть использованы в качестве вычислительных элементов, способных обрабатывать, хранить и передавать информацию. Одними из таких объектов являются кубиты, в качестве которых могут быть использованы двухуровневые квантовые системы². В связи с этим большой интерес представляет исследование регулярных структур связанных ридберговских атомов³. Ридберговские атомы — это водородоподобные атомы, внешний электрон в которых находится в высоковозбужденном состоянии, вплоть до уровней порядка 1000. Данные объекты могут быть использованы в квантовом контроле одного атома другими благодаря ридберговским (высоковозбужденным) состояниям, что позволяет создавать сильно перепутанные коллективные состояния с потенциальными приложениями для быстрой обработки квантовой информации. Поэтому особый интерес представляет исследование колебательной динамики структур ридберговских атомов в связи с возможностью их использования в квантовых компьютерах. В настоящее время нерешенной задачей в области радиофизики является исследование возникновения хаотической и гиперхаотической динамики в таких системах. Также, с точки зрения радиофизики, большой интерес представляет вопрос о возможности управления и подавления гиперхаотической динамикой в системе ридберговских атомов.

Другими объектами, которые используются для обработки информации, являются нейронные сети, которые способны обучаться для генерации необходимого отклика на определенные внешние стимулы⁴. В связи с этим важной научной задачей радиофизики является изучение колебательной динамики в нейронных сетях⁵. Несмотря на большое число решенных научных задач, до

¹Стрелкова Г. И., Анищенко В. С. Пространственно-временные структуры в ансамблях связанных хаотических систем // Успехи физических наук. — 2020. — Т. 190. — №. 2. — С. 160–178.

²Debnath S. et al. Demonstration of a small programmable quantum computer with atomic qubits // Nature. — 2016. — V. 536. — No. 7614. — P. 63–66.

³Labuhn H. et al. Tunable two-dimensional arrays of single Rydberg atoms for realizing quantum Ising models // Nature. — 2016. — V. 534. — No. 7609. — Pp. 667–670.

⁴Srinivasan G., Sengupta A., Roy K. Magnetic tunnel junction based long-term short-term stochastic synapse for a spiking neural network with on-chip STDP learning // Scientific reports. — 2016. — V. 6. — P. 29545.

⁵Esir P. M. et al. Conduction delays can enhance formation of up and down states in spiking neuronal

полного понимания механизмов обработки информации в нейронных сетях еще очень далеко. Поэтому актуальность исследования различных радиофизических эффектов в системах нейроподобных элементов остается актуальной и важной научной задачей. Одной из них является изучение явления когерентного резонанса при обработке нейронной сетью внешнего стимульного воздействия. Явление когерентного резонанса заключается в достижении наиболее когерентного отклика системы при определенном уровне шума. Ранее было исследовано возникновение стохастического резонанса в сетях нейронов Ходжкина-Хаксли⁶. Исследование явления когерентного резонанса в сетях нейронных осцилляторов при внешнем воздействии может помочь в понимании процессов, происходящих в сетях при обработке внешних стимулов при различном уровне внутреннего шума, который объясняется случайным открытием ионных каналов нейронов. Представляет значительный интерес и экспериментальное исследование данного эффекта при обработке визуальных стимулов центральной нервной системой человека по данным колебательной электрической активности мозга.

Другой нерешенной проблемой радиофизики остается вопрос управления мультистабильными состояниями в ансамблях нейроподобных элементов. В настоящее время большой интерес с точки зрения радиофизики вызывает задача исследования возможности установления химерного состояния, демонстрирующего сосуществование синхронных и асинхронных подгрупп осцилляторов внутри ансамбля, в сети бистабильных осцилляторов^{7,8}. В работе Кинера и Снейда⁹ было показано, что биологически релевантная модель нейрона Ходжкина-Хаксли демонстрирует бистабильность в узком диапазоне параметров управления вблизи порога возбуждения. Поэтому возникает значительный интерес изучения химероподобного состояния в сети бистабильных нелинейных нейроподобных осцилляторов Ходжкина-Хаксли.

Вышесказанное определило актуальность настоящей работы и следующие из неё цели и задачи.

Цель работы состоит в изучении влияния внешнего сигнала на коллективную колебательную динамику в цепочках, решетках и сетях нелинейных осцилляторов различной природы, а именно квазиклассических моделей ридберговских атомов и нейроподобных колебательных элементов (нейроны

networks // Physical Review E. – 2018. – V. 98. – No. 5. – P. 052401.

⁶Yu H. et al. Stochastic resonance, coherence resonance, and spike timing reliability of Hodgkin-Huxley neurons with ion-channel noise // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2017. – V. 471. – Pp. 263–275.

⁷Щапин Д. С., Дмитричев А. С., Некоркин В. И. Химерные состояния в ансамбле линейно локально связанных бистабильных автогенераторов // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2017. – Т. 106. – №. 9. – С. 591–596.

⁸Shepelev I. A. et al. New type of chimera structures in a ring of bistable FitzHugh–Nagumo oscillators with nonlocal interaction // Physics Letters A. – 2017. – V. 381. – No. 16. – P. 1398–1404.

⁹Keener J. P., Sneyd J. Mathematical physiology. – New York : Springer, 1998.

Рулькова и нейроны Ходжкина-Хаксли).

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Исследование нелинейной динамики цепочек и решеток связанных ридберговских атомов в зависимости от параметров внешнего когерентного излучения для обнаружения хаотической и гиперхаотической динамики.

2. Изучение возможности управления и подавления гиперхаоса в цепочках и решетках ридберговских атомов.

3. Исследование нелинейной динамики и когерентного резонанса в нейронных сетях, находящихся под внешним стимульным сигналом, в зависимости от параметров сигнала и внутреннего шума.

4. Экспериментальное исследование явления когерентного резонанса в динамике кортикальной нейронной сети в процессе обработки сетью внешнего визуального стимула.

5. Исследование установления химероподобного состояния в ансамблях бистабильных нейроноподобных осцилляторов Ходжкина-Хаксли и возможности управления мультистабильностью в подобной системе с помощью внешнего импульсного воздействия.

Объектом исследования являются ансамбли нелинейных осцилляторов, а именно цепочки и решетки ридберговских атомов, сети отображений Рулькова и модельных нейронов Ходжкина-Хаксли.

Научная новизна работы соответствует пунктам 2 и 4 паспорта специальности 01.04.03 “Радиофизика”. Все результаты, включенные в диссертационную работу, являются новыми и получены впервые, в частности:

1. В цепочке связанных ридберговских атомов впервые обнаружено возникновение хаоса и гиперхаоса в зависимости от параметров внешнего когерентного излучения. Исследована зависимость числа положительных показателей Ляпунова от числа элементов ансамбля ридберговских атомов, а также процессы перехода к хаосу и гиперхаосу, обнаружен линейный рост числа положительных показателей Ляпунова с увеличением числа осцилляторов в ансамбле.

2. Продемонстрирована возможность управления гиперхаосом с помощью внешнего параметрического воздействия в цепочке и решетке связанных ридберговских атомов.

3. Обнаружен эффект когерентного резонанса при обработке сетью внешнего стимульного воздействия как для связанных нейроподобных элементов Рулькова с дискретным временем, так и для сети биологически релевантных моделей нейронов Ходжкина-Хаксли. Эффект заключается в том, что динамика сети становится наиболее когерентной при определенном значении внешнего стимула.

4. Впервые было показано, что при визуальном восприятии человеком

изображений с меняющейся контрастностью наблюдается эффект когерентного резонанса в кортикальной сети головного мозга, сопровождающийся увеличением размера нейронного ансамбля, вовлеченного в обработку внешнего визуального стимула.

5. Обнаружено возникновение химероподобного состояния в сетях бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с разными типами топологии связи: “малый мир”, свободно масштабируемая и случайная. Химероподобное состояние характеризуется тем, что в зависимости от величины внешнего воздействия и силы связи между нейронами одна часть элементов сети оказывается в стационарном состоянии, в то время как вторая демонстрирует колебательную динамику.

6. Продemonстрирована возможность управления размером химероподобного состояния в сетях бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с помощью подачи короткого импульса внешнего тока, исследована устойчивость узлов к изменению их динамики в зависимости от степени узла при различных топологиях сети.

Основные положения, выносимые на защиту

1. В замкнутой цепочке связанных полуклассических моделей ридберговских атомов при числе атомов $N \geq 5$ возникает гиперхаотическая динамика, характеризующаяся двумя или более положительными показателями Ляпунова, при этом с увеличением числа атомов число положительных показателей Ляпунова линейно увеличивается.

2. Параметрическое воздействие в виде модуляции нормированной частоты Раби на замкнутую цепочку связанных ридберговских атомов, находящейся в режиме гиперхаоса, позволяет полностью подавить гиперхаотическую динамику и перейти к периодическим колебаниям в цепочке.

3. В сети связанных нейронов Ходжкина-Хаксли наблюдается когерентный резонанс, характеризующийся достижением максимальной когерентности динамики сети в диапазонах значений амплитуды внешнего воздействия $(8.95, 9.60)$ мкА/см² и площади мембраны $(100.0, 158.5)$ мкм², характеризующей величину шума, что также подтверждается экспериментальными исследованиями, в процессе которых установлено, что существует оптимальное значение контрастности визуального стимула, при котором кортикальная сеть головного мозга демонстрирует наиболее когерентную динамику.

4. В системе бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с возбуждающими связями при значениях амплитуды внешнего тока выше 6.26 мкА/см² возникает химероподобное состояние, которое можно вызывать коротким внешним импульсным воздействием на сеть при правильном подборе его амплитуды, длительности и времени подачи, при котором фазовая траектория части нейронов уходит с периодической орбиты и оказывается в бассейне притяжения устойчивой неподвижной точки.

Научная и практическая значимость диссертационной работы заключается в следующем.

– Научная значимость определяется тем, что полученные результаты носят фундаментальный характер, в частности, впервые показана возможность возникновения гиперхаотической динамики в системе ридберговских атомов, обнаружен линейный рост числа положительных показателей Ляпунова с увеличением числа осцилляторов в системе, продемонстрировано явление когерентного резонанса при обработке сетью внешнего сигнала, заключающееся в том, что динамика сети становится наиболее когерентной при определенном значении внешнего стимула, не только на основе нескольких математических моделей нейронов, но и подтверждено экспериментально, обнаружена возможность возникновения химероподобного состояния в сети нейронов Ходжкина-Хаксли.

– Практическая значимость обусловлена возможностью использования полученных в ходе исследования системы ридберговских атомов результатов по обнаружению хаоса и показанным возможностям его управления с помощью внешнего воздействия для управления сложными режимами в атомах. Результаты, полученные при обнаружении химероподобного состояния, могут использоваться при создании классификаторов на базе биологических нейронных сетей.

При выполнении диссертационной работы предложен ряд компьютерных программ, которые защищены свидетельствами о регистрации программ для ЭВМ Российской Федерации. Результаты диссертации были использованы при выполнении ряда НИР.

Личный вклад. Все включенные в диссертацию результаты по вынесенной в название тематике получены лично автором. Им произведен выбор методик решения радиофизических задач, разработаны используемые программы численного моделирования, реализованы методы решения исследуемых систем, численные методы. Постановка задач, обсуждение и интерпретация полученных результатов осуществлялись совместно с научным руководителем и другими соавторами совместно опубликованных работ.

Достоверность полученных результатов обеспечивается адекватностью применённых моделей, корректностью исходных и упрощающих допущений, использованием уравнений, методов и подходов, которые строго обоснованы в научной литературе, апробированы и хорошо себя зарекомендовали при проведении научных исследований. Достоверность результатов подтверждается их соответствием современным физическим представлениям, верификацией при разнообразном тестировании, непротиворечивостью достоверным известным результатам, сопоставлением различных подходов. Ряд численных результатов, полученных в настоящей работе, согласуется с экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты диссертации использовались при выполнении ряда НИР (в рамках грантов РФФИ 15-32-20299, 18-32-20129, РФФИ 17-72-30003, Минобрнауки 3.861.2017/4.6), а также докладывались и обсуждались на следующих конференциях: XVI, XVII Международная зимняя школа-семинар по радиофизике и электронике сверхвысоких частот “Современные проблемы электроники СВЧ и ТГц диапазонов” (Саратов, 2015, 2018); XV, XVI, XVII Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн” имени профессора А.П. Сухорукова (Москва, 2015, 2017, 2019); X, XIII, XIV Всероссийская научная конференция молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика” (Саратов, 2015, 2018, 2019); Международный российско-индийский семинар “Сложные динамические системы и синхронизация в нейронауке” (Саратов, 2015); II Всероссийский семинар памяти профессора Ю.П. Волкова “Современные проблемы биофизики, генетики, электроники и приборостроения” (Саратов, 2015); XVII Научная школа “Нелинейные волны – 2016” (Нижний Новгород, 2016); 11-я международная школа “Хаотические автоколебания и образование структур” (Саратов, 2016); XV, XVI Всероссийская школа-семинар “Волновые явления в неоднородных средах” имени профессора А.П. Сухорукова (Москва, 2016, 2018); The 25th Nonlinear Dynamics of Electronic Systems conference (NDES 2017, Zerne, Switzerland, 2017); Saratov Fall Meeting 2017, 2018, 2019 (Saratov, 2017, 2018, 2019); 2017, 2019 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2017, Cancun, Mexico, 2017; NOLTA2019, Kuala Lumpur, Malaysia, 2019); V Всероссийская конференция “Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях – 2017” (Нижний Новгород, 2017); II, III Международная школа молодых ученых “Динамика сложных сетей и их применение в интеллектуальной робототехнике” (DCNAIR 2018, Саратов, 2018; DCNAIR 2019, Инополис, 2019); The Brain Conferences “Computational Neuroscience of Prediction” (Rungstedgaard, Denmark, 2018); The 9th International Scientific Conference on Physics and Control (PhysCon2019, Innopolis, Russia, 2019); Seminar “Quantization of Dissipative Chaos: Ideas and Means” (Bad Honnef, Germany, 2019).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 39 работ. Из них 12 статей в рецензируемых научных журналах, входящих в систему цитирования Web of Science и/или Scopus; 7 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ; 20 тезисов в трудах всероссийских и международных конференций, из них 3, индексируемых в системах цитирования Web of Science и/или Scopus.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, включающего 190 наименований. Работа изложена на 159 страницах, содержит 66 иллюстраций и 3 таблицы.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дана общая характеристика диссертации, приведено описание современного состояния проблемы и обоснована актуальность и научная новизна работы, сформулированы цель и методы исследования, изложены научная концепция диссертации, основные результаты работы, её практическая ценность, положения, выносимые на защиту, сведения об апробации работы и основных публикациях.

В первой главе диссертации приведены результаты исследования динамики двух атомов, замкнутых цепочек и квадратных решеток, состоящих из разного числа связанных ридберговских атомов. Данные системы в квазиклассическом приближении описываются следующей системой дифференциальных уравнений¹⁰:

$$\begin{aligned}\dot{w}_j &= -2\Omega \operatorname{Im}(q_j) - (w_j + 1); \\ \dot{q}_j &= i \left[\Delta - c \sum_{k \neq j} (w_k + 1) \right] q_j - \frac{1}{2} q_j + i \frac{\Omega}{2} w_j.\end{aligned}\tag{1}$$

где w - инверсия населенности атома, q - его когерентность, Ω - частота Раби, которая зависит от интенсивности лазера и отражает частоту, с которой осциллирует населенность возбужденного уровня атомной системы под действием резонансного лазерного излучения, Δ - отстройка частоты внешнего когерентного излучения от собственной частоты, $c = 5$ - ридберговское взаимодействие между атомами, j - номер элемента в сети, $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица.

Для качественного анализа и диагностики режимов колебаний были построены бифуркационные диаграммы и рассчитаны спектры пространственных показателей Ляпунова. На рисунке 1(а) представлены бифуркационные переходы между различными динамическими режимами для замкнутой цепочки 5 атомов при $\Omega = 2.5$. Зеленые линии соответствуют зависимостям четырех старших показателей Ляпунова $\Lambda_1 > \Lambda_2 > \Lambda_3 > \Lambda_4$. Изменение динамических режимов происходит по мере увеличения Δ от 1 до 9. Устойчивое состояние равновесия, которое существует для малых Δ , превращается в колебательное решение в результате бифуркации Андронова-Хопфа при $\Delta \approx 1.7$, когда Λ_1 становится равным нулю. При $\Delta \approx 3.55$ периодические колебания теряют устойчивость из-за бифуркации Неймарка-Сакера, что приводит к возникновению квазипериодических колебаний ($\Lambda_1 = \Lambda_2 = 0$). Дальнейшее увеличение Δ приводит к возникновению хаотической динамики.

Для того, чтобы лучше проиллюстрировать переход к хаотическому режиму, на рисунке 1(б) представлена увеличенная область из рисунка 1(а), отмеченная черным прямоугольником. Соответствующая бифуркационная диа-

¹⁰Lee T. E., Häffner H., Cross M. C. Antiferromagnetic phase transition in a nonequilibrium lattice of Rydberg atoms // Physical Review A. – 2011. – V. 84. – No. 3. – P. 031402.

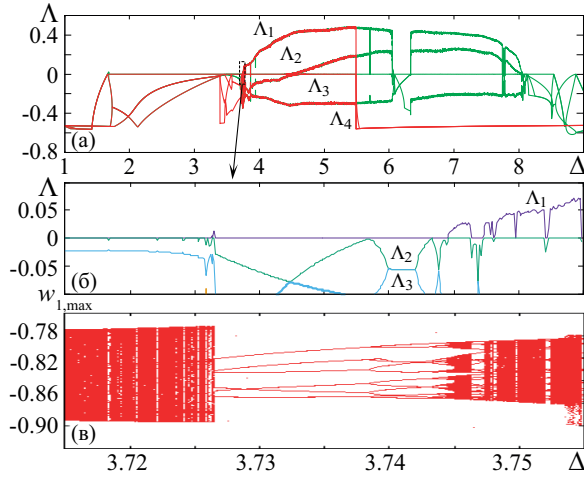


Рис. 1: (а) Зависимости четырех старших показателей Ляпунова от параметра Δ ; зеленые линии соответствуют увеличению Δ от 1 до 9, красные – уменьшению Δ от 9 до 1. (б) Увеличенная область из (а), отмеченная черным прямоугольником. (в) Однопараметрическая бифуркационная диаграмма, соответствующая (б), в которой вертикальные положения каждой точки соответствуют локальным максимумам $w_1(t)$. Для всех зависимостей $\Omega = 2.5$.

грамма, показанная на рисунке 1(в), построена путем отметки точек, соответствующих локальным максимумам $w_{1,max}$ во временной зависимости $w_1(t)$, рассчитанной для данного значения Δ . Для конкретных значений Δ периодические решения представлены одной или несколькими одиночными точками на графике, в то время как сложные множества многих точек для конкретного Δ отражают квазипериодическую или хаотическую динамику. При увеличении Δ квазипериодические колебания, соответствующие $\Lambda_1 = \Lambda_2 = 0$ [рис. 1(б)], заменяются сложными периодическими колебаниями вследствие седлоузловой бифуркации при $\Delta \approx 3.728$. Эти периодические колебания характеризуются $\Lambda_1 = 0$ и $\Lambda_{2,3} < 0$ [рис. 1(б)] и на рисунке 1(в) представлены несколькими изолированными точками для фиксированного Δ . При $\Delta \gtrsim 3.739$ периодические решения претерпевают каскад бифуркаций удвоения периода, приводящий к хаосу с одним положительным показателем Ляпунова при $\Delta \approx 3.745$ [рис. 1(б)]. Бифуркации удвоения периода не влияют на спектр показателей Ляпунова, поскольку решение остается периодическим. Однако каждое удвоение периода приводит к тому, что дополнительный показатель Ляпунова становится равным нулю [рис. 1(б)], что проявляется в удвоении числа точек на бифуркационной диаграмме 1(в). При дальнейшем увеличении Δ при значении 4.5 второй показатель Ляпунова Λ_2 переходит в область положительных значений, в то время как Λ_3 остается отрицательным, что сигнализирует о формировании состояния гиперхаоса.

Для изучения наличия мультистабильности в динамике цепочки вернемся к эволюции показателей Ляпунова при изменении Δ от 9 до 1. Значения $\Lambda_{1,2,3,4}$ для этого случая изображены красным цветом на рисунке 1(а). Из него видно, что устойчивое однородное стационарное состояние ($\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda_3 = \Lambda_4 < 0$) существует до $\Delta \approx 5.491$, где оно внезапно переходит в гиперхаотические колебания. Таким образом, в интервале значений Δ между 5.491 и 9.0 однородная неподвижная точка сосуществует с различными неоднородными режимами, включая другие типы равновесия, периодические и квазипериодические колебания, хаос и гиперхаос (зеленые кривые на рисунке 1 (а)).

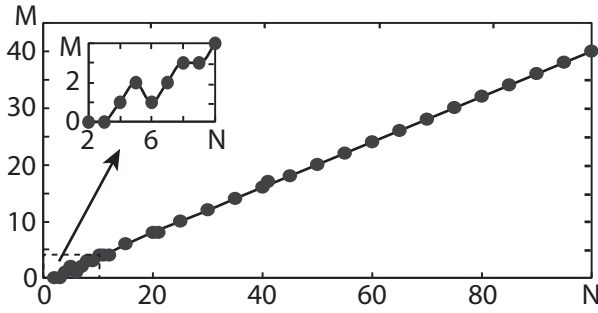


Рис. 2: Зависимость максимального числа положительных показателей Ляпунова от числа атомов в замкнутой цепочке при $\Omega = 2.5$. Зависимость при $N > 10$ аппроксимируется линейной зависимостью $M = 0.4N + 4$.

В ходе работы были рассчитаны спектры пространственных показателей Ляпунова для цепочек из 2–100 атомов. На основе полученных данных была построена интегральная характеристика зависимости максимального числа положительных ляпуновских показателей при $\Omega = 2.5$ в области $\Delta \simeq 5$ от числа атомов в цепочке, изображенная на рисунке 2.

Для управления сложной динамикой в исследуемой системе в качестве метода подавления гиперхаотических колебаний было использовано введение внешнего параметрического воздействия. В качестве последнего была выбрана модуляция частоты Раби Ω внешним параметрическим воздействием, т.к. имеется возможность реализации подобной модуляции в эксперименте за счет модуляции интенсивности возбуждающего атомы лазерного поля. В системе уравнений, описывающих систему связанных ридберговских атомов, введение указанного внешнего параметрического воздействия записывается путем модификации частоты Раби в следующем виде:

$$\Omega = \Omega_m(1 + M \sin(2\pi ft)) \quad (2)$$

где Ω_m - частота Раби в автономной системе, M и f - глубина и частота модуляции параметра соответственно.

Система уравнений (1) с параметрическим воздействием (2) была проанализирована при значениях управляющих параметров, соответствующих гиперхаотической динамике в автономной системе при различных значениях амплитуды M и частоты f внешнего воздействия. В качестве методов анализа динамики исследуемой системы использовались построение бифуркационных диаграмм и расчет спектра условных показателей Ляпунова при изменении одного из параметров внешнего воздействия.

На рисунке 3 изображены спектр условных показателей Ляпунова и бифуркационная диаграмма, соответствующие исследуемой системе под внешним воздействием при значениях параметров Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается гиперхаос, характеризующийся 6 положительными показателями. Зависимости были построены при изменении значения частоты f и при постоянном значении амплитуды внешнего воздействия $M = 0.684$. На рисунке видны области параметра, при которых в системе полностью подавляется гиперхаос и устанавливается периодическая динамика.

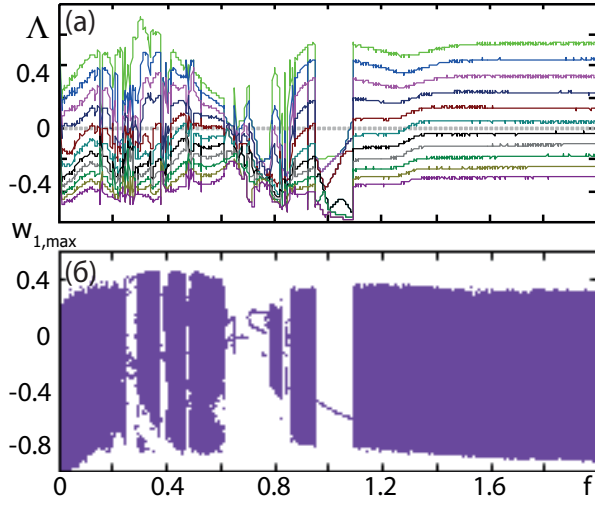


Рис. 3: Спектр условных показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для замкнутой цепочки, состоящей из 15 ридберговских атомов при значении параметров $\Omega = 2.5$, $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу, при изменении частоты внешнего воздействия, $M = 0.684$.

ка, что соответствует в спектре старшему отрицательному показателю.

Во второй главе диссертации представлены результаты исследования динамики сетей нейроподобных элементов при внешнем стимулирующем воздействии. Рассмотрим результаты, полученные для сети нейронов Ходжкина-Хаксли.

Временная эволюция трансмембранного потенциала каждого нейрона Ходжкина-Хаксли описывается как¹¹

$$C_m \frac{dV_i}{dt} = -g_{Na}^{max} m_i^3 h_i (V_i - V_{Na}) - g_K^{max} n_i^4 (V_i - V_K) - g_L^{max} (V_i - V_L) + I_i^{ex} + I_i^{syn} \quad (3)$$

где $C_m = 1 \text{ мкФ/см}^2$ - мембранная емкость на единицу площади, I_i^{ex} - внешний ток смещения, подаваемый на i -й нейрон, V_i мембранный потенциал i -го нейрона в мВ, $i = 1, \dots, N$, $g_{Na}^{max} = 120 \text{ мС/см}^2$, $g_K^{max} = 36 \text{ мС/см}^2$ и $g_L^{max} = 0.3 \text{ мС/см}^2$ обозначают максимальную натриевую, калиевую проводимость и проводимость утечки, когда все ионные каналы открыты. $V_{Na} = 50 \text{ мВ}$, $V_K = -77 \text{ мВ}$ и $V_L = -54.4 \text{ мВ}$ - равновесные потенциалы для каналов натрия, калия и утечки соответственно. m и h - активационные и деактивационные переменные открытия каналов натрия, n - активационная переменная для каналов калия. n^4 и $m^3 h$ представляют собой средние части открытых калиевых каналов и ионов натрия в пределах мембраны патча. Динамика воротных переменных ($x = m, n, h$) задается как:

$$\frac{dx_i}{dt} = \alpha_{x_i}(V_i)(1 - x_i) - \beta_{x_i}(V_i)x_i + \xi_{x_i}(t), \quad x = m, n, h \quad (4)$$

где $\alpha_x(V)$ и $\beta_x(V)$ - функции скоростей переходов активационной частицы из состояния закрытого канала в состояние открытого¹².

¹¹Hodgkin A. L., Huxley A. F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve // The Journal of physiology. – 1952. – V. 117. – No. 4. – Pp. 500–544.

¹²Pankratova E. V., Polovinkin A. V., Mosekilde E. Resonant activation in a stochastic Hodgkin-Huxley

$\xi_x(t)$ в уравнении (4) - белый гауссовский шум с нулевым средним, автокорреляционная функция для которого приведены ниже:

$$\langle \xi_{m_i}(t) \xi_{m_i}(t') \rangle = \frac{2\alpha_{m_i}\beta_{m_i}}{N_{Na}(\alpha_{m_i} + \beta_{m_i})} \delta(t - t'), \quad (5)$$

$$\langle \xi_{h_i}(t) \xi_{h_i}(t') \rangle = \frac{2\alpha_{h_i}\beta_{h_i}}{N_{Na}(\alpha_{h_i} + \beta_{h_i})} \delta(t - t'), \quad (6)$$

$$\langle \xi_{n_i}(t) \xi_{n_i}(t') \rangle = \frac{2\alpha_{n_i}\beta_{n_i}}{N_K(\alpha_{n_i} + \beta_{n_i})} \delta(t - t'), \quad (7)$$

где N_{Na} и N_K представляют собой общее количество натриевых и калиевых каналов в мембранном патче и рассчитываются как $N_{Na} = \rho_{Na}S$, $N_K = \rho_KS$, где $\rho_{Na} = 60\text{мкм}^{-2}$ и $\rho_K = 18\text{мкм}^{-2}$ - плотности натриевых и калиевых каналов соответственно. $S = 10^{S^{pow}}$ - область мембранного патча каждого нейрона.

I_i^{syn} - общий синаптический ток, приходящий на i -й нейрон. Все нейроны в сети связаны друг с другом посредством химических связей. Синаптический ток определяется по следующей формуле:

$$I_i^{syn} = \sum_{j \in \text{neigh}(i)} g_c \alpha(t - t_0^j) (E_{rev} - V_i) \quad (8)$$

где альфа-функция $\alpha(t)$ описывает временную эволюцию синаптической проводимости, g_c - максимальная проводимость синаптического канала, t_0^j - время, когда пресинаптический j -й нейрон генерирует спайк. $\alpha(t) = e^{-t/\tau_{syn}} \Theta(t)$, $\Theta(t)$ - ступенчатая функция Хевисайда, $\tau_{syn} = 3$ мс.

Проводилось моделирование нейронной сети, представляющей собой две связанные подсети: первая сеть состоит из $N^{ex} = 5$ нейронов Ходжкина-Хаксли, вторая - из $N = 50$. Внутри каждой подсети используется глобальная топология связи, когда все нейроны связаны со всеми остальными в той же подсети двухсторонними связями. При этом каждый элемент из первой N^{ex} подсети имеет вероятность $p = 30\%$ установления односторонней связи с каждым нейроном из второй N подсети. На все N^{ex} нейронов первой подсети подается внешний постоянный ток I^{ex} .

В качестве объекта анализа рассматривается сигнал, усредненный по всем N нейронам второй подсети $V_{avr} = \sum_{i=1}^N V_i / N$.

Для сети нейронов Ходжкина-Хаксли рассчитаны зависимости характерного времени корреляции τ_c от амплитуды внешнего стимула I^{ex} . Данные зависимости изображены на рисунке 4(а) для разных величин шума $\xi \sim 10^{-S^{pow}}$, чем меньше S^{pow} , тем больше шум. В отсутствие шума все нейроны демонстрируют стационарную динамику ниже порога возбуждения

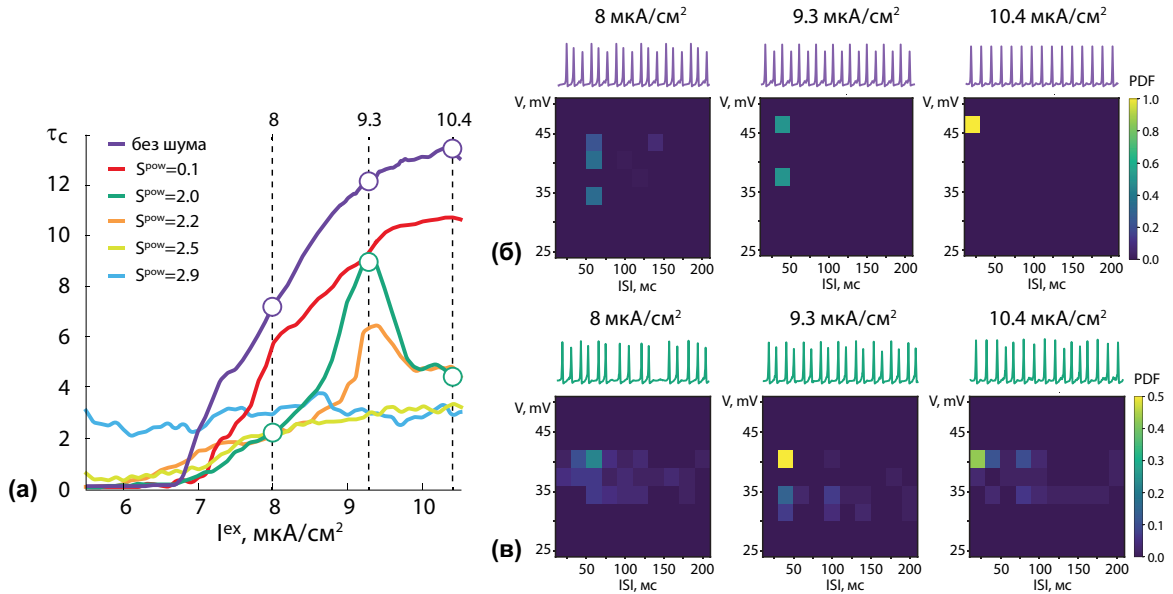


Рис. 4: (а) Зависимости характерного времени корреляции τ_c от амплитуды внешнего стимула I^{ex} для случая без шума и для разных значений интенсивности шума S^{pow} . Макроскопическая активность нейронной сети для трех значений амплитуды внешнего сигнала в отсутствии (б) и при наличии (в) внутреннего шума при $S^{pow} = 2.0$. Сверху на (б) и (в) изображены типичные временные ряды усредненного мембранного потенциала V_{avr} , снизу – распределения функции плотности вероятности PDF межспайкового интервала ISI для разных значений амплитуды спайка V .

($I^{ex} < 6.8$ $\mu\text{A}/\text{cm}^2$) из-за отсутствия случайных флуктуаций, позволяющих переключать активность нейрона из состояния “молчания” (неподвижная точка) в режим генерации спайков (предельный цикл). Увеличение I^{ex} выше порога приводит к монотонному росту характерного времени корреляции.

Введение небольшого шума ($S^{pow} = 0.1$) приводит к снижению когерентности сети, но монотонный рост τ_c при этом сохраняется. В то же самое время большой шум ($S^{pow} > 2.3$) сдвигает пороговое значение I^{ex} в сторону меньших значений и значительно снижает когерентность сети. Это связано с нерегулярной динамикой отдельных нейронов, вызванной внутренним шумом высокой интенсивности, который обеспечивает частые и случайные возбуждения нейронов. В определенном диапазоне интенсивности шума ($1.9 < S^{pow} < 2.3$) характерное время корреляции изменяется немонотонно: при увеличении тока оно сначала увеличивается и достигает своего максимального значения при значении $I^{ex} = 9.3$, а затем уменьшается.

Изменения в динамике нейронной сети в отсутствие и при наличии шума проиллюстрированы на рис. 4(б,в) при помощи функций распределения вероятности (PDF) межспайкового интервала для разных значений амплитуды спайка. В отсутствие шума (рис. 4(б)) увеличение интенсивности внешнего стимула вызывает переход от немного некогерентного коллективного поведения (при $I^{ex} = 8$) к регулярной генерации спайков (при $I^{ex} = 10.4$), характеризующейся однородностью амплитуды спайков и межспайковым интерва-

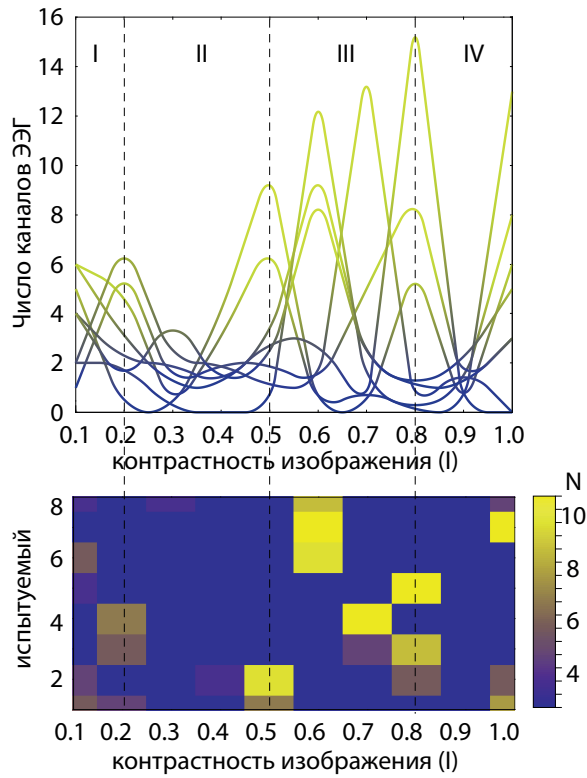


Рис. 5: Экспериментальные результаты, демонстрирующие когерентный резонанс вблизи порогов восприятия. (Верхняя панель) Количество каналов ЭЭГ с максимальным временем корреляции в зависимости от контрастности изображения для разных испытуемых (каждая кривая соответствует одному испытуемому). Большинство локальных максимумов сосредоточено в областях I и III, соответствующих распознаванию изображений и портретной идентификации соответственно. (Нижняя панель) Распределение когерентных каналов среди испытуемых.

лом. Наличие внутреннего шума существенно меняет коллективное поведение в нейронной сети. Как видно из рис. 4(в), наблюдается сильная неоднородность межспайковых интервалов и амплитуд спайка при малых ($I^{ex} = 8$) и больших ($I^{ex} = 10.4$) амплитудах внешнего тока, тогда как наиболее регулярная коллективная динамика наблюдается при $I^{ex} = 9.3$.

Таким образом, можно видеть, что оптимальное значение внешнего тока способствует достижению наиболее когерентной динамики сети.

Для апробации полученных результатов было проведено экспериментальное исследование, в ходе которого испытуемому демонстрировались визуальные стимулы (портреты Моны Лизы) с разной степенью контрастности, и параллельно снималась электроэнцефалограмма (ЭЭГ) головного мозга.

Всем участникам было необходимо сосредотачивать свое внимание на изображениях во время каждого предъявления. Для каждого участника весь эксперимент длился около 15 минут, включая 120-секундные записи фоновой активности мозга до и после предъявления стимулов. Цветные изображения с различными значениями контрастности демонстрировались в течение 60-секундных временных интервалов, между ними для отвлечения внимания испытуемого и отдыха давались 20-секундные временные интервалы. Во время эксперимента предъявлялись изображения с различной яркостью I случайным образом, а электрическая активность мозга записывалась с использованием усилителя BE Plus LTM, произведенной EB Neuro S.p.a., Флоренция, Италия. Использовался метод монополярной регистрации и классическая система расстановки электродов 10–20, состоящая из 19 электродов, с частотой дискретизации 250 Гц.

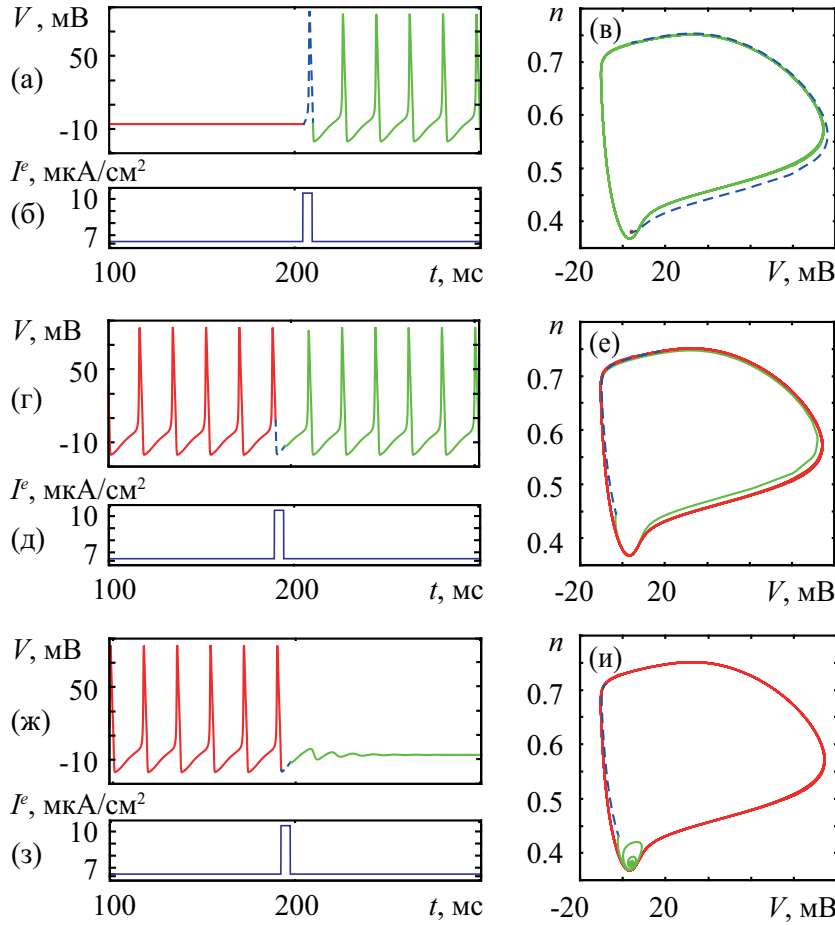


Рис. 6: (Левая колонка) Временные зависимости мембранного потенциала V одиночного нейрона и внешнего тока I^e и (правая колонка) фазовые портреты на плоскости (V, n) . (а)–(в) Переход с неподвижной точки на предельный цикл. (г)–(е) Сохранение предельного цикла, когда внешний импульс подается в неправильной фазе ($t_0 = 191.5$ мс). (ж)–(и) Переход с предельного цикла на неподвижную точку ($t_0 = 192$ мс). Красный, синий и зеленый цвета означают, соответственно, стадии нейрона до, во время и после подачи импульса.

По полученным данным была рассчитана мера когерентности в зависимости от контрастности изображения (рис. 5), и обнаружено, что существуют оптимальные значения контрастности, при которых количество каналов ЭЭГ с максимальной когерентностью максимально, причем это значение индивидуально для каждого человека.

В третьей главе исследована динамика сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли без шума. Вначале рассматривается динамика одного нейрона Ходжкина-Хаксли, возмущенного коротким возмущением $\tilde{I}^e(t)$ внешнего тока, моделируемого ступенчатой функцией

$$\tilde{I}^e(t) = I^e + I_0^e[H(t - t_0) - H(t - t_0 - \Delta t)], \quad (9)$$

где I_0^e – амплитуда постоянного внешнего тока, $H(\bullet)$ – функция Хевисайда, t_0 – момент времени, когда подается возмущение, Δt – длительность короткого импульса внешнего тока.

Влияние возмущения внешнего тока показано на рисунке 6. Были выбраны следующие параметры: постоянный внешний ток зафиксирован равным $I^e = 6.5$ мкА/см², что соответствует области бистабильности, длительность импульса $\Delta t = 5$ мс, амплитуда импульса $I_0^e = 4$ мкА/см².

Выбранные значения амплитуды и длительности импульса сравнимы с таковыми для одного нейрона при его взаимодействии с другими нейронами

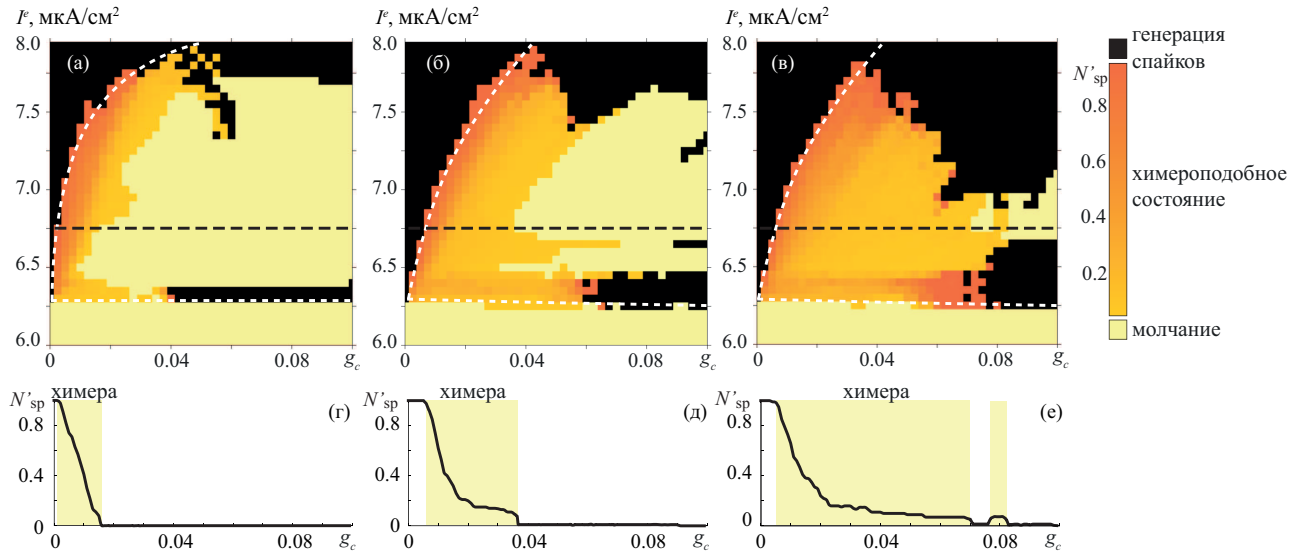


Рис. 7: Возникновение химероподобных состояний в нейронных сетях различной топологии. (Левый столбец) Свободно масштабируемая топология, (средний столбец) малый мир, (правый столбец) случайная топология. (а)–(в) Двухпараметрические зависимости относительного числа активных нейронов, генерирующих спайки (N'_{sp}), от силы связи g_c и внешнего тока I^e для соответствующих топологий. Белые пунктирные линии показывают границы между различными типами коллективной динамики: молчание (желтый), генерация спайков (черный) и химероподобное состояние (оранжевый). (г)–(е) Зависимости относительного числа активных нейронов, генерирующих спайки (N'_{sp}), от g_c при $I^e = 6.75$ (черные пунктирные линии на (а)–(в)).

в сети. Переход с неподвижной точки на предельный цикл [Fig. 6(а)–6(в)] не требует большой амплитуды импульса, потому что область притяжения предельного цикла намного больше, чем размер бассейна неподвижной точки. Следовательно, относительно небольшое возмущение внешнего тока может заставить нейрон покинуть область притяжения неподвижной точки. В свою очередь обратный переход с предельного цикла на неподвижную точку [Fig. 6(ж)–6(и)] гораздо более чувствителен к параметрам импульса, особенно к моменту времени t_0 , когда внешний импульс подается на нейрон. Например, если возмущение подается на неподходящей фазе траектории предельного цикла, когда она проходит далеко от бассейна притяжения неподвижной точки, аттрактор не изменится (Fig. 6(г)–6(е)). После небольшого отклонения траектории нейрон возвращается обратно к аттрактору предельного цикла и продолжает генерировать спайки. Напротив, если динамика нейрона возмущается в правильной фазе, когда фазовая траектория проходит вблизи неподвижной точки, изменение внешнего тока переводит нейрон в неподвижную точку (Fig. 6(ж)–6(и)). Следует отметить, что разница между правильной и неправильной фазой для переключения очень мала и равна приблизительно 0.5 мс, поскольку неподвижная точка находится очень близко к предельному циклу в фазовом пространстве. Следовательно, переход с предельного цикла на неподвижную точку возможен только в пределах узкого временного окна в течение периода колебаний.

Далее проведено исследование коллективной динамики нейронной сети, состоящей из $N = 100$ бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли, для трех разных топологий связи: свободно масштабируемой, “малый мир” и случайной.

В данных сетях в зависимости от силы связи между элементами и подаваемого на них постоянного внешнего тока обнаружено возникновение химероподобного состояния, характеризующегося тем, что одна часть элементов сети оказывается в стационарном состоянии, в то время как вторая активно генерирует спайки (рисунок 7 (а)–(в)). Обнаруженное явление возникает благодаря специфическим динамическим особенностям одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли, когда импульс внешнего тока приводит к переключению между сосуществующими аттракторами. Поступление на нейрон импульса синаптического тока посредством возбуждающей связи с соседями может прекратить его генерацию спайков. Также, чем больше I_i^{syn} , тем больше вероятность перехода нейрона в неактивное состояние.

Как показано для случая одного нейрона, импульс индуцирует переход нейрона из состояния покоя в состояние генерации спайков и наоборот. Таким образом, можно ожидать, что небольшое возмущение полностью активной нейронной сети вызовет частичное или полное прекращение спайковой активности. Будем добавлять короткий ($\Delta t = 5$ мс) импульс к внешнему току в момент $t_0 = 405$ мс в форме ступенчатой функции, задаваемой уравнением (9). Чтобы проверить устойчивость сети, вводится небольшое отклонение внешнего тока $I_0^e = 0.5$ мкА/см² к сети, в которой все нейроны генерируют спайки, в окрестности границы химероподобного состояния при следующих параметрах: $I^e = 7$ мкА/см², $g_c = 0.0025$ мСм/см².

На рисунке 8 изображены зависимости относительного размера активной нейронной популяции N_{sp}/N от времени подачи внешнего возмущения. Видно, что эта зависимость имеет ярко выраженный минимум независимо от типа сети, соответствующий фазе периодической траектории, оптимальной для перехода большей части нейронов в состояние молчания.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы, полученные при выполнении данной диссертационной работы:

1. Исследована динамика двух атомов, замкнутых цепочек и квадратных

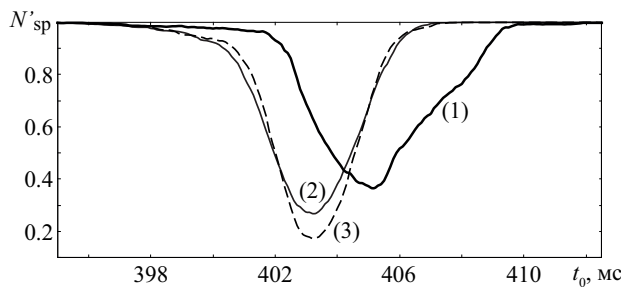


Рис. 8: Зависимости относительного размера активной нейронной популяции N_{sp}/N от времени подачи внешнего импульса t_0 в течение одного периода между спайками для (1) свободно масштабируемой, (2) случайной топологии и (3) “малого мира”. Каждая кривая усреднена по набору из 20 случайно выбранных сетей соответствующего типа.

решеток, состоящих из разного числа связанных ридберговских атомов. Для них были рассчитаны спектры показателей Ляпунова. В результате этого в случае двух атомов был обнаружен хаос, а в замкнутых цепочках была обнаружена область гиперхаоса, характеризующаяся наличием в спектре большого числа положительных ляпуновских показателей, число которых зависит от числа атомов в цепочке. В ходе работы была установлена интегральная зависимость числа положительных показателей от числа атомов, которая демонстрировала рост первого от роста второго. Были проанализированы переходы к хаосу и гиперхаосу в замкнутых цепочках. Было обнаружено, что переход к хаосу осуществляется через каскад бифуркаций удвоений периода, при этом периодическая динамика рождается как окно периодичности в области квазипериодических колебаний. Был обнаружен эффект непрерывного роста числа пространственных показателей Ляпунова при увеличении числа атомов в цепочке, в то время как спектры мощности при этом, начиная с 12 атомов, переставали меняться. Было дано объяснение этому явлению при помощи расчета корреляционных функций одного атома в цепочке от всех остальных. Было установлено, что атом при данных значениях управляющих параметров коррелирует лишь с 10 из них, поэтому, начиная с 11 атомов, добавление нового атома не приводит к изменению спектров мощности каждого атома в системе.

2. Была продемонстрирована возможность управления гиперхаосом в замкнутых цепочках ридберговских атомов с помощью введения внешнего параметрического воздействия как модуляции частоты Раби. Было установлено, что при значении параметров, при которых в автономной системе наблюдается гиперхаос, в области параметров внешнего воздействия существуют области, в которых удастся полностью подавить гиперхаос и установить в системе периодическую динамику. При этом показано, что при использовании внешней обратной связи для управления гиперхаосом в решетках ридберговских атомов удастся лишь уменьшить число положительных ляпуновских показателей на 1, что свидетельствует о большей эффективности использования для контроля гиперхаотической динамики метода введения в систему внешнего параметрического воздействия по сравнению с методом введения непрерывной обратной связи.

3. Исследована динамика системы связанных отображений Рулькова и нейронов Ходжкина-Хаксли. В таких системах был обнаружен эффект группировки, когда при подаче внешнего воздействия невозбуждаемые нейроны начинают то периодически генерировать спайки, то находиться в режиме молчания. На усредненном сигнале это отражается периодическим образованием всплесков. Было изучено влияние общего числа нейронов в системе, числа нейронов, на которые оказывается внешнее воздействие, амплитуды этого воздействия и амплитуды внутреннего шума на динамику системы. Были

рассчитаны зависимости отношения сигнала к шуму от этих параметров. В исследуемых системах был обнаружен эффект когерентного резонанса, когда при определенных значениях амплитуды внешнего стимула отношение сигнала к шуму принимает максимальное значение. Проведено изучение данного явления при помощи расчета когерентности, степени синхронизации, характерного времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала. Для апробации полученных результатов было проведено экспериментальное исследование, в ходе которого испытуемому демонстрировались визуальные стимулы (портреты Моны Лизы) с разной степенью контрастности, и параллельно снималась электроэнцефалограмма (ЭЭГ) головного мозга. По полученным данным были рассчитана мера когерентности в зависимости от контрастности изображения, и обнаружено, что существуют оптимальные значения контрастности, при которых количество каналов ЭЭГ с максимальной когерентностью максимально, при чем это значение индивидуально для каждого человека.

4. Была исследована динамика сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли для трех разных топологий связи: свободно масштабируемой, “малый мир” и случайной. В данных сетях обнаружено возникновение химероподобного состояния, характеризующегося тем, что часть элементов сети оказывается в стационарном состоянии, в то время как вторая активно генерирует спайки. Показано, что обнаруженное явление возникает благодаря специфическим динамическим особенностям одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли, когда импульс внешнего тока приводит к переключению между сосуществующими аттракторами. Продемонстрирована возможность управления размером популяции активных нейронов, подавая короткий импульс внешнего тока, исследована устойчивость узлов к изменению их динамики в зависимости от количества связей с узлом.

Основные публикации по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, индексируемых в базах данных Web of Science и/или Scopus

1. Pisarchik A.N., Maksimenko V.A., Andreev A.V., Frolov N.S., Makarov V.V., Zhuravlev M.O., Runnova A.E., Hramov A.E. Coherent resonance in the distributed cortical network during sensory information processing // Scientific Reports. 2019. Vol. 9, No. 1. Pp. 1-9.

2. Andreev A.V., Frolov N.S., Pisarchik A.N., Hramov A.E. Chimera state in complex networks of bistable hodgkin-huxley neurons // Physical Review E. 2019. Vol. 100, No. 2, P. 022224.

3. Andreev A. Hyperchaos and its control in two-level quantum oscillators lattice // Cybernetics and Physics. 2019. Vol. 8, No. 3, P. 93–97.

4. Andreev A. Synchronization in coupled neural network with inhibitory coupling // Cybernetics and Physics. 2019. Vol. 8, No. 4, P. 199–204.

5. Andreev A.V., Pisarchik A.N. Mathematical simulation of coherent resonance phenomenon in a network of Hodgkin-Huxley biological neurons // Proc. SPIE. 2019. Vol. 11067, P. 1106708.

6. Andreev A.V., Pitsik E.N., Makarov V.V., Pisarchik A.N., Hramov A.E. Dynamics of

map-based neuronal network with modified spike-timing-dependent plasticity // The European Physical Journal Special Topics. 2018. Vol. 227, No. 10-11, Pp. 1029–1038.

7. Andreev A.V., Makarov V.V., Runnova A.E., Pisarchik A.N., Hramov A.E. Coherence resonance in stimulated neuronal network // Chaos, Solitons & Fractals. 2018. Vol. 106. Pp. 80–85.

8. Andreev A., Makarov V., Runnova A., Hramov A. Coherent resonance in neuron ensemble with electrical couplings // Cybernetics and Physics. 2017. Vol. 6, No. 3, P. 135–138.

9. Andreev A. V., Runnova A.E., Pisarchik A.N. Numerical simulation of coherent resonance in a model network of Rulkov neurons // Proc. SPIE. 2018. Vol. 10717. P. 107172E.

10. Makarov V.V., Kirsanov D., Goremyko M., Andreev A., Hramov A.E. Nonlinear dynamics of the complex multi-scale network // Proc. SPIE. 2018. Vol. 10717. P. 1071729.

11. Andreev A.V., Runnova A.E., Pisarchik A.N., Hramov A.E. Nonlinear dynamics and coherent resonance in a network of coupled neural-like oscillators // Proc. SPIE. 2018. Vol. 10493. P. 1049317.

12. Андреев А.В., Москаленко О.И., Короновский А.А., Храмов А.Е. Хаос и его подавление в системе двух связанных ридберговских атомов // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2015. Т. 79. №. 12. С. 1638–1638.

Публикации в сборниках трудов конференций, индексируемых в базах данных Web of Science и/или Scopus

13. Pisarchik A., Andreev A., Ivanov A. Modeling of a brain neuronal network under visual stimulation // 2019 3rd School on Dynamics of Complex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR). 2019. Pp. 136–138.

14. Balanov A., Andreev A. Chaos and hyperchaos in a chain of coupled Rydberg atoms // 2019 3rd School on Dynamics of Complex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR). 2019. Pp. 24–27.

15. Andreev A., Makarov V., Nikita F., Runnova A., Pisarchik A. Mathematical Simulation and Investigation of the Phenomenon of Coherent Resonance in the Brain // 2018 2nd School on Dynamics of Complex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR). 2018. Pp. 9–11.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

16. Андреев А.В., Храмов А.Е. Программа для ЭВМ моделирования химерного состояния в сети связанных нейронов Ходжкина-Хаксли. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019660993, 2019.

17. Андреев А.В., Храмов А.Е. Программа для ЭВМ моделирования классификатора на основе формирования химерного состояния в сети связанных нейронов Ходжкина-Хаксли. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019660992, 2019.

18. Андреев А.В., Храмов А.Е., Журавлев М.О., Бадарин А.А. Программа для ЭВМ моделирования двуслойной сети нейроподобных элементов Рulkова, связанных между собой химическими связями случайной амплитуды. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018663132, 2018.

19. Андреев А.В., Храмов А.Е. Программа для ЭВМ расчета характеристик динамики нейронного ансамбля с синаптическими связями. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017619514, 2017.

20. Андреев А.В., Храмов А.Е. Программа для ЭВМ моделирования динамики нейронного ансамбля с химическими связями. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017619812, 2017.

21. Андреев А.В., Храмов А.Е. Расчет бифуркационных диаграмм связанных Ридберговских атомов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016610872, 2016.

22. Андреев А.В., Храмов А.Е. Расчет показателей Ляпунова для связанных Ридберговских атомов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015662856, 2015.

Подписано в печать 07.10.2020. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.

Гарнитура Times. Печать офсетная. Печ. л. 2,0.

Тираж 100 экз. Заказ №7133

Типография «Техно-Декор»,

Саратов, ул. Московская, 160, тел.: 77-07-48, www.sar-print.ru