

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ им. Н.Н. БОГОЛЮБОВА

На правах рукописи

Эскин Алексей Владимирович

Спектры энергии двухчастичных и трехчастичных связанных состояний в
квантовой электродинамике

Специальность 01.04.02 —

«Теоретическая физика»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Дубна — 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева».

Научный руководители -

Мартыненко Алексей Петрович

доктор физико-математических наук, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, кафедра общей и теоретической физики, профессор

Научный консультант -

Коробов Владимир Иванович

доктор физико-математических наук, Объединенный институт ядерных исследований, лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, ведущий научный сотрудник

С электронной версией диссертацией можно ознакомиться на официальном сайте Объединенного института ядерных исследований в информационно телекоммуникационной сети «Интернет» по адресу: <http://dissertations.jinr.ru/>. С печатной версией диссертации можно ознакомиться в Научно-технической библиотеке ОИЯИ (г. Дубна, Московская область, ул. Жолио-Кюри, д. 6).

Ученый секретарь диссертационного совета,

кандидат физико-математических наук

Быстрицкий Юрий Михайлович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Точность исследования энергетических уровней в водородоподобных атомах (мюоний, позитроний, атом водорода, дейтерий, ионы гелия и так далее) дает возможность получить более точные значения фундаментальных параметров соответствующей теории, такие как массы лептонов, отношение масс протона и лептонов, постоянная тонкой структуры, постоянная Ридберга, которые используются для создания эталонных величин [1]. Включение новых простейших атомов в сферу экспериментальных исследований может привести к значительному прогрессу в решении этих задач. Атом мюонного водорода является одним из таких атомов. Так как мюон тяжелее, чем электрон в 207 раз, то структура энергетических уровней мюонного водорода является высокочувствительной к квантово-механическим эффектам поляризации вакуума, эффекту отдачи и поправке на структуру протона и его поляризацию. В лэмбовском сдвиге ($2P - 2S$) для атома мюонного водорода, поправка на размер ядра имеет порядок $\mu^3 r_p^2 (Z\alpha)^4$, что численно значительно больше, чем для обычного атома водорода. Поскольку этот вклад также зависит от зарядового радиуса протона, экспериментальные исследования энергетических уровней в атоме мюонного водорода, вместе с экспериментальными данными по электронно-ядерному рассеянию, играет решающую роль в более точном исследовании структуры протона. В настоящее время эксперимент по измерению лэмбовского сдвига в легких мюонных атомах проводится в институте PSI. В связи с этим представляет интерес проанализировать вновь некоторые теоретические вклады, которые имеют существенное значение при выводе общего теоретического значения лэмбовского сдвига в атоме мюонного водорода с требуемой точностью. Вклад поляризуемости протона, который ранее был вычислен для атома мюонного водорода на основе экспериментальных данных по структурным функциям для лептон-нуклонного рассеяния, является одним из таких вкладов. В настоящее время, начинается качественно новый этап в исследовании электромагнитных возбуждений барионных резонансов в SEBAF.

Еще одна важная и интересная проблема в физике мюонных систем связана с мюонными молекулярными ионами водорода ($td\mu$, $tr\mu$, $dr\mu$ и др.), после образования которых происходит слияние их ядер за счет сильного взаимодействия (реакции мюонного катализа [2]). Для теоретического описания протекающих при этом физических процессов, связанных с мезоатомными, мезомолекулярными и ядерными явлениями, необходимо знать структуру уровней энергии мезоатомов и мезомолекул. В случае мезоатомов (μt , μd , μp) расчет тонкой и сверхтонкой структуры (СТС) спектра выполнен в последние годы с высокой точностью [3].

Исследования многочастичных связанных состояний имеет большое значение и представляет значительный интерес. Это связано с тем, что современные экспериментальные методы позволяют наблюдать всё большее число новых частиц, существование которых предсказывалось в рамках существующих теоретических моделей. Однако конкретный расчёт их параметров был связан с рядом трудностей. Одна из них заключалась в невозможности экспериментальной проверки результатов расчётов в рамках методов, которые использовались для оценки параметров известных состояний.

¹Mohr, P.J. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010 / P. J. Mohr, B. N. Taylor, D. B. Newell // Rev. Mod. Phys. — 2012. — Vol. 84. — P. 1527—1605.

²Герштейн, С.С. Мюонный катализ и ядерный бридинг / С. С. Герштейн, Ю. В. Петров, Л. И. Пономарев // УФН. — 1990. — Т. 160. — С. 3—46.

³Corrections of two-photon interactions in the fine and hyperfine structure of the P-energy levels of muonic hydrogen/ A. E.Dorokhov [et al.] // Eur. Phys. J. A. — 2018. — V. 54.— P. 131.

Другая, во многом связанная с первой, сводится к невозможности нахождения аналитического решения задачи для трёх и более тел.

В случае двухчастичных систем зачастую возможно находить решения в аналитическом виде, либо, по крайней мере, задача допускает решение в квадратурах, с помощью которых, используя численные методы, можно напрямую получать решения со сколь угодно высокой точностью. Таким образом, решается большое количество задач в рамках квантовой теории.

Для многочастичных систем, в общем случае, приходится использовать те или иные методы нахождения приближённого решения. В классической механике часто заменяют решения динамических дифференциальных уравнений их разностными аналогами. В квантовой механике для определённого класса задач, допускающих выделение малого параметра, хорошо работают методы теории возмущений. Для более широкого класса задач, а особенно для задач о нахождении энергии связанных состояний, активно применяются вариационные методы. Данный тип методов в отличие от методов теории возмущений намного меньше зависит от характера параметров решаемой задачи, но, в то же время, его результаты во многом определяются надлежащим выбором пробных функций. В данной работе мы используем модификацию классического метода Ритца, стохастический вариационный метод, разработанный в работе [4], который позволяет решать задачи, общий вид волновых функций которых заранее неизвестен.

Взаимодействие между квантовыми частицами в общем случае описывается при помощи уравнения Шредингера. При такой постановке задачи система задаётся своим оператором Гамильтона. Для нахождения энергии связанного состояния решается задача на собственные значения и собственные функции заданного оператора.

Для нахождения основной энергии связанного состояния и построения спектра масс частиц общая задача на собственные значения сводится к поиску минимального собственного значения. Для этого удобно использовать упомянутые вариационные методы. Теорема Ритца позволяет находить верхнюю оценку для минимального собственного значения системы. В результате рассчитываются приближённые значения энергии основного состояния и его волновая функция. Полученная волновая функция в дальнейшем может быть использована для расчёта других поправок по теории возмущений и изучения других параметров основного состояния. Вариационные методы так же позволяют находить энергии возбуждённых состояний. При этом необходимо должным образом модифицировать пробную функцию.

Целью работы является прецизионный аналитический и численный расчет тонкой и сверхтонкой структуры спектра двухчастичных и трехчастичных систем в квантовой электродинамике. Был проведен расчет уровней энергии мезомолекул водорода с учетом поправок на поляризацию вакуума, релятивизм, структуру ядра. В соответствии с поставленной целью были выделены следующие **задачи**:

1. Провести расчет вклада на поляризуемость ядра в лэмбовский сдвиг в мюонном дейтерии;
2. Провести расчет вклада на поляризуемость ядра в сверхтонкую структуру основного состояния в мюонном дейтерии;
3. Провести расчет сверхтонкой структуры спектра основного состояния мезомолекул водорода, мюонного гелия и иона мюонного лития в рамках стохастического вариационного метода с учетом поправок на поляризацию вакуума, структуру ядра и релятивизм.
4. Провести расчет энергии возбужденных состояний мезомолекулярных ионов водорода $td\mu$, $d\mu$ и $tr\mu$.

⁴Varga, K. Stochastic variational approach to quantum mechanical few — body problems / K. Varga, Y. Suzuki. — Springer, 1998. — 314 p.

5. Провести расчет электронного лэмбовского сдвига (2P-2S) и энергетического интервала (1S-2S) в мюонных трехчастичных системах $He\mu e$, $Li\mu e$, $Be\mu e$ и $B\mu e$ в рамках стохастического вариационного метода.
6. Провести расчет резонансных состояний в мюонном дейтериде гелия $He d\mu$ и мюонном дейтериде лития $Li d\mu$ в рамках стохастического вариационного метода и метода комплексного вращения координат.

Научная новизна:

1. На основе унитарной изобарной модели и экспериментальных данных по структурным функциям глубоко неупругого рассеяния лептонов на нуклонах проведен расчет поправки на поляризуемость дейтрона в лэмбовском сдвиге и сверхтонкой структуре атома мюонного дейтерия. Вычислены вклады однопионных, двухпионных состояний, K- и η - мезонов, учтены вклады 13 нуклонных резонансов в промежуточном состоянии. Построены структурные функции $F_{1,2}(W, Q^2)$ и $g_{1,2}(W, Q^2)$ неполяризованного и поляризованного рассеяния.
2. В рамках стохастического вариационного метода проведен расчет энергий возбужденных состояний мезомолекулярных ионов водорода, сверхтонкой структуры спектра основного состояния мюонного гелия и ионов мюонного лития, в котором учтены поправки на поляризацию вакуума, структуру ядра и релятивистские эффекты.
3. В рамках стохастического вариационного метода проведен расчет электронного лэмбовского сдвига (2P-2S) и энергетического интервала (1S-2S) в трехчастичных кулоновских системах $He\mu e$, $Li\mu e$, $Be\mu e$ и $B\mu e$.
4. В рамках метода комплексного вращения координат получены численные значения энергий квазисвязанных состояний $He d\mu$ и $Li d\mu$, которые могут быть полезны для изучения низкоэнергетических реакций.

Практическая значимость работы связана с экспериментальными исследованиями коллаборации CREMA. Полученные теоретические результаты для тонкой и сверхтонкой структуры спектра энергии атома мюонного дейтерия использовались коллаборацией CREMA для анализа экспериментальных данных по частотам перехода между низколежащими уровнями энергии мюонного водорода. Теоретические результаты расчета уровней энергии мезомолекул водорода могут использоваться группой лаборатории ядерных проблем ОИЯИ при экспериментальном исследовании реакций мюонного катализа синтеза.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Вычисление поправки на поляризуемость дейтрона в лэмбовском сдвиге и сверхтонком расщеплении основного состояния атома мюонного дейтерия на основе унитарной изобарной модели.
2. Расчет энергии основного состояния мюонного гелия и лития с учетом сверхтонкой структуры спектра энергии в рамках стохастического вариационного метода, вычисление релятивистских поправок, поправок на поляризацию вакуума и структуру ядра.
3. Расчет уровней энергии P-состояний мезомолекул водорода, электронного лэмбовского сдвига (2P-2S) и энергетического интервала (1S-2S) в мюонном гелии $He\mu e$, ионах мюонного лития $Li\mu e$, бериллия $Be\mu e$ и бора $B\mu e$ в рамках стохастического вариационного метода.
4. Расчет энергии квазисвязанных состояний в мюонных дейтериде лития $Li d\mu$ и гелия $He d\mu$ в рамках метода комплексного вращения координат и стохастического вариационного метода.

Достоверность обеспечивается использованием строгих математических методов и хорошим согласием с результатами расчета отдельных поправок, полученных в других работах. Полученные результаты базируются на использовании квазипотенциального

метода, который успешно применяется при описании связанных состояний в квантовой электродинамике.

Апробация работы. Основные результаты работы были представлены на многочисленных конференциях Самарского университета и семинарах кафедры общей и теоретической физики, а также докладывались на следующих всероссийских и международных конференциях: XXV Съезд по спектроскопии, г. Троицк Москва, ИСАН, 3 — 7 октября 2016 г.; V Международная конференция по физике частиц и астрофизике (ICPPA 2020), г. Москва, МИФИ, 5 — 9 октября 2020 г.; XXIII и XXIV Международный семинар по физике высоких энергий и квантовой теории поля (QFTNER2017, QFTNER2019), г. Ярославль и Сочи, НИИЯФ МГУ, 26 июня — 3 июля 2017 г. и 22 — 29 сентября 2019 г.; 24-й Международный Балдинский семинар по проблемам физики высоких энергий «Релятивистская ядерная физика и квантовая хромодинамика» (ISHEPP), г. Дубна, ЛТФ ОИЯИ, 17 — 22 сентября 2018 г.; XIII Международные Чтения по квантовой оптике (IWQO 2019), г. Владимир, ВлГУ, 9 — 14 сентября 2019 г.; Международная молодёжная научная конференция «XV Королёвские чтения», посвящённая 100-летию со дня рождения Д. И. Козлова, Самара, Самарский университет, 8 — 10 октября 2019 г.; XV, XVI, XVII и XIX Всероссийский молодежный самарский конкурс — конференция научных работ по оптике и лазерной физике, г. Самара, ФИАН, 14 — 18 ноября 2017 г., 13 — 17 ноября 2018 г., 12 — 16 ноября 2019 г. и 9 — 13 ноября 2021 г.; V Международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2019), Самара, Самарский университет 21 — 24 мая 2019 г.

Работы по теме диссертации выполнялись в соответствии с планами фундаментальных научно-исследовательских работ по грантам и программам: государственное задание Минобрнауки РФ FSSS-2020-0014.

Личный вклад. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами. Все новые результаты по расчету энергий двухчастичных и трехчастичных связанных систем, представленные в диссертации, получены лично автором или в неразделимом соавторстве. Диссертант лично представил доклады на перечисленных выше научных конференциях.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 25 печатных изданиях, 12 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 11 — в тезисах докладов.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и четырех приложений. Полный объём диссертации составляет 159 страниц, включая 23 рисунков и 13 таблиц. Список литературы содержит 168 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, которые были выполнены в рамках данной диссертационной работы, проводится обзор актуальной литературы по теме исследований и современных экспериментальных результатов, формулируется цель работы, ставятся задачи, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена рассмотрению вклада на поляризуемость ядра в лэмбовский сдвиг и сверхтонкую структуру для легких мюонных атомов. Рассмотрены структурные функции рассеяния. Резонансные и нерезонансный вклады. Правило сумм Герасимова-Дрелла-Херна.

В параграфе 1.1 приводятся основные положения лептон-нуклонного рассеяния. Описывается унитарная изобарная модель.

В параграфе 1.2 представлен расчет вклада поляризуемости ядра в лэмбовском сдвиге для атомов мюонного водорода и дейтерия. Выписаны лептонный и адронный тензоры. Построены структурные функции неполяризованного лептон-нуклонного рассеяния и представлены в 3D графиках (рисунок 1). Описана программа MAID позволяющая получать сечения виртуального поглощения (рисунок 2). Рассмотрен альтернативный способ подсчета вклада в резонансной области, который улучшит результат, полученный с помощью программы MAID (рисунок 3), основанный на экспериментальных данных для структурной функции $F_2(W, Q^2)$ для дейтрона. Проведено сравнение двух методов (рисунок 4). Численные результаты вклада поляризуемости ядра в лэмбовском сдвиге для атомов мюонного водорода и дейтерия представлены в таблице 1.

В параграфе 1.3 представлен расчет вклада поляризуемости ядра в сверхтонкую структуру для атомов мюонного водорода и дейтерия. Выписаны поляризационные структурные функции $g_1(v, Q^2)$ и $g_2(v, Q^2)$, входящие в антисимметричную часть адронного тензора. Построены графики для поляризационных структурных функций (рисунки 5-6), рассмотрены вклады резонансной и нерезонансной областей. Численные значения представлены в таблице 2. Проведена проверка правила сумм Герасимова-Дрелла-Херна. Результаты проверки представлены в таблице 3.

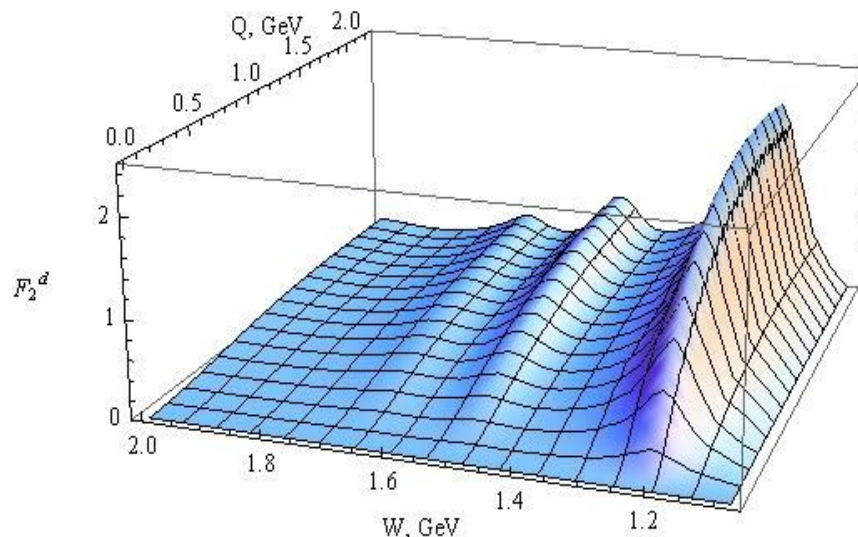


Рисунок 1— Структурная функция $F_2(W, Q^2)$ для дейтрона

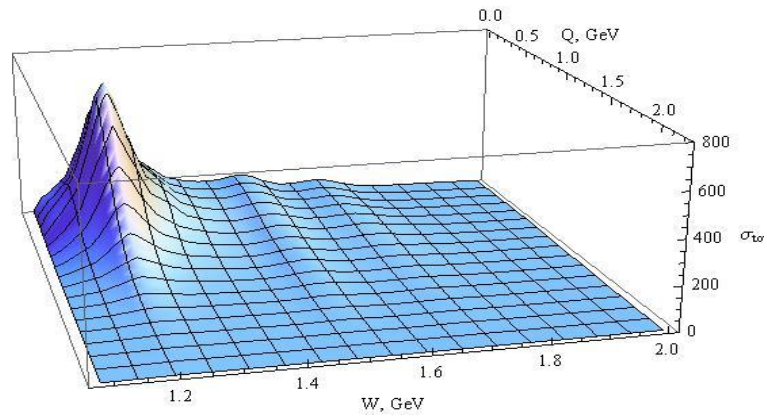


Рисунок 2 – Полное сечение для виртуального фотопоглощения $\sigma_{\text{tot}}(W, Q^2) = \sigma_T + \sigma_L$, как функция переменных W и Q^2 ($W=1,1-2,0$ ГэВ, $Q^2=0-5$ ГэВ²)

Total Cross Sections
T, L, LT, LT', TT'

The following notation of the coincidence cross section will be used in our calculations. Further details can be found in D. Drechsel and L. Tiator, J. Phys. G 18 (1992) 449-497. (scanned version)

Channel: ☒ (π^0, p) ☐ (π^0, n) ☐ (π^+, n) ☐ (π^-, p)

Choose kinematical variables
choose an independent (running) variable: ☐ Q^2 ☒ W
choose values for Q^2 , W , step size and maximum value:
 Q^2 (GeV²):

Change of model parameters: (☒ suppress output)

☒ Born	☒ Rho	☒ Omega
☒ P33(1232)	☒ P11(1440)	☒ D13(1520)
☒ S11(1650)	☒ D15(1675)	☒ F15(1680)
☒ F35(1905)	☒ P31(1910)	☒ F37(1950)

Change of S-wave low-energy corrections and type of pi-N coupling (click here for details)
PS-PV mixing range parameter Lambda
 E_{0+} S_{0+}

Change values of resonance couplings (relative to default values):

P33(1232)			S31(1620)			D33(1700)		
M_{1+}	E_{1+}	S_{1+}	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$S_{1/2}$
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

F35(1905)			P31(1910)			F37(1950)		
$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

P11(1440)			D13(1520)			S11(1535)			S11(1650)		
$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

D15(1675)			F15(1680)			P13(1720)		
$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$	$A_{3/2}$	$A_{1/2}$	$S_{1/2}$
1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Рисунок 3 – Вид программы MAID

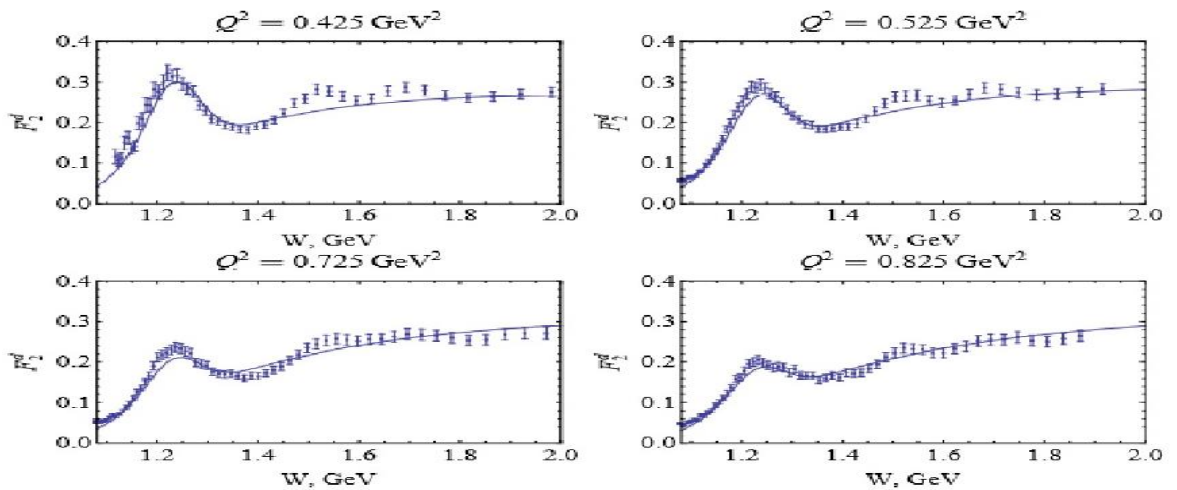


Рисунок 4 – Графики структурной функции F_2^d нормированной на нуклон при заданных значениях Q^2 . Сравнение результатов, полученных с помощью параметризации из работы [5] (непрерывная линия) и экспериментальными данными Осипенко [6] (точки с погрешностью)

⁵The ratio F_n^2/F_p^2 deep inelastic muon scattering / P. Amaudruz [et al]// Nucl.Phys.B. - 1992. - Vol. 371. – P. 3-31.

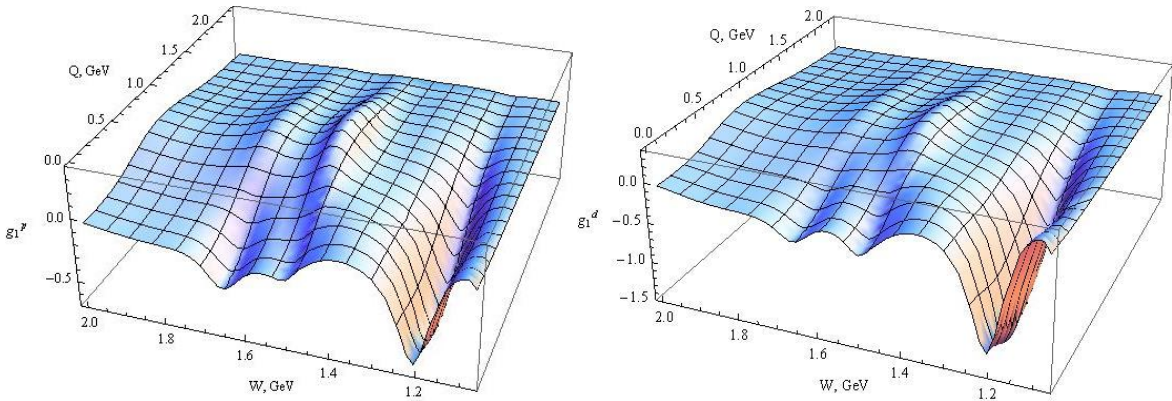
⁶Osipenko, M. Measurement of the deuteron structure function $F(2)$ in the resonance region and evaluation of it's moments/ M. Osipenko // Phys.Rev. C. –2006. — Vol. 73.— 045205.

Таблица 1 – Поправка на поляризуемость протона(дейтрона) в лэмбовский сдвиг (2P– 2S) для атома мюонного водорода(дейтерия)

Вклады в ΔE_{pol}^{LS}	ΔE_{pol}^{LS} для $(\mu^- p^+)$, мкэВ	$\Delta E_{pol}^{LS}(\mu^- d^+)$, MAID, мкэВ	$\Delta E_{pol}^{LS}, (\mu^- d^+)$, [5], мкэВ
Вклад от $N\pi$ состояний	12.32	30.88	27.01
Вклад от $N\eta$ состояний	0.09	0.14	
Вклад от К мезонов	0.05	0.16	
Вклад от $N\pi\pi$ состояний	1.5	3.00	
Нерезонансный вклад	0.95	1.93	
Вклад от вычитательного члена	-2.30	-8.78	27.01
Полный вклад	12.61	27.3	

Таблица 2 – Численные значения вкладов на поляризуемость ядра в сверхтонкую структуру для атомов мюонных водорода и дейтерия

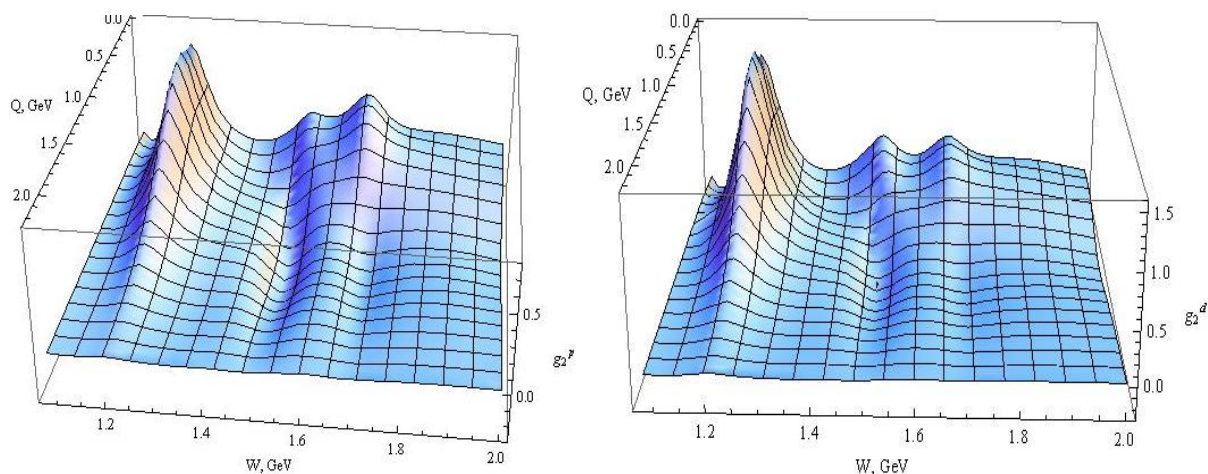
Вклады в ΔE_{pol}^{hfs}	Δ_1	Δ_2	$\Delta_{нерез}$	$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_{нерез}$	ΔE_{pol}^{hfs} , мэВ
p	8.56	-2.3	4.11	10.37	0.089 ± 0.018
d	18.04	-5.01	4.2	17.23	0.13 ± 0.04



а)

б)

Рисунок 5— Поляризационная структурная функция $g_1(W, Q^2)$ для протона (а) и дейтрона (б)



а)

б)

Рисунок 6— Поляризационная структурная функция $g_2(W, Q^2)$ для протона (а) и дейтрона (б)

Таблица 3 – Правило сумм ГДХ

Вклады в $I_{ГДХ}$	$I_{ГДХ}$, протон, мкб	$I_{ГДХ}$, нейтрон, мкб
Вклад от $N\pi$ состояний	165.885	133.227
Вклад от $N\eta$ состояний	-8.854	-5.692
Вклад от K мезонов	-1.801	-3.003
Вклад от $N\pi\pi$ состояний	47.843	50.503
Общий вклад	203.072	175.034
Теоретическое значение	204.784	231.783

Вторая глава посвящена трехчастичным связанным системам. Были получены точные численные значения энергий связанных состояний, с помощью программы, написанной на языке MATLAB, в основе которой лежит стохастический вариационный метод.

В параграфе 2.1 приводятся основные положения мюонного катализа ядерных реакций синтеза. Рассматриваются различные реакции с образованием мезоатомов и мезомолекул. Рассмотрены скорости образования мезомолекул и их энергии связи.

В параграфе 2.2 описывается стохастический вариационный метод для нахождения минимальной энергии. Выписаны достоинства и недостатки данного метода, а также способ повышения скорости вычислений с использованием оптимизации параметров для базисов меньшего размера.

Параграф 2.3 содержит информацию о реализации метода стохастических вариаций в трёхчастичных задачах с использованием пакета MATLAB. В данном параграфе описаны все функции, с помощью которых решается задача на собственные значения и входной файл для запуска программы.

Параграф 2.4 посвящен исследованию энергии основного состояния мезомолекулярных ионов водорода. На основе стохастического вариационного метода в квантовой механике с гауссовыми базисными функциями были получены аналитические выражения для матричных элементов кинетической энергии, потенциальной энергии и нормировки. При помощи программы на MATLAB было получено значение энергии S- и P- состояний мезомолекулярных ионов $pd\mu$, $tr\mu$, $td\mu$. Результаты приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Энергии связанных состояний мюонных молекулярных ионов, выраженные в мюонных атомных единицах. Представлено сравнение с ранее полученными результатами В.И. Коробовым [7] и А.М. Фроловым [8]

Состояние	Ссылка	$E(\text{td}\mu)$	$E(\text{dp}\mu)$	$E(\text{tp}\mu)$
(0,0)		-0.53859497060266	-0.51988008423319	-0.51271179025064
	[7]	-0.53859497088114		
	[8]	-0.53859497170948	-0.51988008570405	-0.51271179248170
(0,1)		-0.48806535208164		
	[7]	-0.48806535340070		
	[8]	-0.48806535421576		
(1,0)		-0.52319145043072	-0.4994920226688	-0.49066416123178
	[7]	-0.52319145093415		
	[8]	-0.52319145200359	-0.4994920249902	-0.49066416460350
(1,1)		-0.48199131287561		
	[7]	-0.48199152659007		
	[8]	-0.48199152705448		

В параграфе 2.5 представлены точные численные расчеты квазисвязанных состояний ${}^3\text{Hed}\mu$, ${}^4\text{Hed}\mu$, ${}^6\text{Lid}\mu$ и ${}^7\text{Lid}\mu$, которые могут быть полезны для изучения низкоэнергетических реакций. Описан метод комплексного вращения координат. Приведен алгоритм расчета квазисвязанных состояний с помощью стохастического вариационного метода. Результаты представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Численные значения резонансных энергий E_r для мюонных трехчастичных систем ${}^3\text{Hed}\mu$, ${}^4\text{Hed}\mu$, ${}^6\text{Lid}\mu$ и ${}^7\text{Lid}\mu$

	$E_r({}^3\text{Hed}\mu), \text{эВ}$	$E_r({}^4\text{Hed}\mu), \text{эВ}$	$E_r({}^6\text{Lid}\mu), \text{эВ}$	$E_r({}^7\text{Lid}\mu), \text{эВ}$
Результат работы	70.483	78.550	20.308	21.456
Результат работы [9]	70.6	78.7	—	—

Третья глава посвящена расчетам поправок к энергии основного состояния и сверхтонкой структуре. Были рассмотрены поправка на поляризацию вакуума, релятивизм и структуру ядра.

В параграфе 3.1 приводятся аналитический вид матричных элементов для поправок на поляризацию вакуума, релятивизм и структуру ядра к энергии основного состояния. Численные значения поправок представлены в таблицах 6 и 7.

Таблица 6 – Численные результаты расчета вкладов в спектр энергии для мезомолекулярных ионов водорода. Представлены значения для основного состояния, а также поправки КЭД. Результаты выражены в мюонных атомных единицах

Вклад в спектр энергии	$\text{dp}\mu$	$\text{tp}\mu$	$\text{td}\mu$
Энергия основного состояния	-0.51271179025	-0.51988008423	-0.53859497060
Релятивистская поправка Брейта	-0.00004680312	-0.00004243284	-0.00002662515

⁷ Korobov, V.I. Variational calculation of mesic molecule bound states with orbital momentum $J = 1$ and spatial parity $\lambda = +1$ / V. I. Korobov, S. I. Vinitsky // Phys. Lett. B. — 1989.— Vol. 228.— P. 21—23.

⁸ Frolov, A.M. On the bound states in the muonic molecular ions / A. M. Frolov // Eur. Phys. J. D. — 2012. — Vol. 66.— P. 212—223.

⁹ Kravtsov, A.V. Calculation of the decay rates of hydrogen-helium mesic molecules / A.V. Kravtsov, A.I. Mikhailov, V.I. Savichev //Hyp. Inter. — 1993.— Vol. 82.— P. 205-210.

Поправка на поляризацию вакуума	-0.00111191215	-0.00043309998	-0.00123291439
Поправка на структуру ядра	0.00002808260	0.00003032453	0.00004789756
Полное значение энергии	-0.51384242292	-0.52032529252	-0.53980661258

Таблица 7 — Численные результаты расчета энергии основного состояния, а также поправки КЭД для мюонных систем $He\mu$ и $Li\mu$. Результаты выражены в мюонных атомных единицах

Вклад в спектр энергии	${}^3He\mu$	${}^4He\mu$	${}^6Li\mu$	${}^7Li\mu$
Энергия основного состояния	-1.929901289	-1.947287547	-4.426361714	-4.438060028
Релятивистская поправка Брейта	-0.000105675	-0.000106239	-0.0005394163	-0.000538172
Поправка на поляризацию вакуума	-0.00316018	-0.003284077	-0.0103084509	-0.010408692
Поправка на структуру ядра	0.000561402	0.000420567	0.004649111	0.005261042
Энергия основного состояния + поправки	-1.932605742	-1.950257296	-4.432560470	-4.443745850

В параграфе 3.2 приведен расчет энергетического интервала 1S-2S и лэмбовского сдвига 2P-2S. С помощью программы, описанной в параграфе 2.3, стохастического вариационного метода (параграф 2.2) и аналитических матричных элементов (параграф 2.4) были вычислены точные значения энергий 1S, 2S и 2P состояний для мюонных систем трех частиц $He\mu$, $Li\mu$, $Be\mu$ и $B\mu$. Численные значения представлены в таблицах 8 и 9.

Таблица 8 — Численные результаты расчета энергетического интервала 1S-2S для мюонных систем $He\mu$, $Li\mu$, $Be\mu$ и $B\mu$. Результаты выражены в мюонных атомных единицах

	1S	2S	1S—2S	1S—2S МГц	Работа [10] 1S—2S, МГц
${}^3_2He\mu$	-1.929901289	-1.9280879243	-0.001813364	$-2.467030 \cdot 10^9$	$-2.467046 \cdot 10^9$
${}^4_2He\mu$	-1.947287547	-1.9454741057	-0.001813441	$-2.467134 \cdot 10^9$	$-2.467150 \cdot 10^9$
${}^6_3Li\mu$	-4.426362376	-4.4191083545	-0.007254021	$-9.868895 \cdot 10^9$	
${}^7_3Li\mu$	-4.438060819	-4.4308066773	-0.007254141	$-9.869048 \cdot 10^9$	
${}^9_4Be\mu$	-7.922324653	-7.9060026511	-0.016322001	$-2.220561 \cdot 10^{10}$	
${}^{11}_5B\mu$	-12.41599102	-12.386973865	-0.029017154	$-3.947699 \cdot 10^{10}$	

¹⁰ Karshenboim, S.G. Low energy levels in neutral muonic helium within a nonrelativistic approach / S.G. Karshenboim, V.G. Ivanov and V.I. Korobov // Phys.Rev.A. — 2018.— Vol. 97.— P. 022504.

Таблица 9 — Численные результаты расчета лэмбовского сдвига 2S-2P для мюонных систем $He\mu e$, $Li\mu e$, $Be\mu e$ и $B\mu e$. Результаты выражены в мюонных атомных единицах

	2S	2P	2P—2S	2P—2S ГГц
${}^3_2He\mu e$	-1.9280879243	-1.9280879181	$6.158257 \cdot 10^{-9}$	8.378
${}^4_2He\mu e$	-1.9454741057	-1.9454740987	$7.058702 \cdot 10^{-9}$	9.603
${}^6_3Li\mu e$	-4.4191083545	-4.4191083316	$2.287086 \cdot 10^{-8}$	31.115
${}^7_3Li\mu e$	-4.4308066773	-4.4308066491	$2.817994 \cdot 10^{-8}$	38.338
${}^9_4Be\mu e$	-7.9060026511	-7.9060026058	$4.529698 \cdot 10^{-8}$	61.625
${}^{11}_5B\mu e$	-12.386973865	-12.386973795	$6.082751 \cdot 10^{-8}$	95.293

Параграф 3.3 посвящен исследованию сверхтонкой структуры основного состояния для трехчастичных систем $tr\mu$ и $He\mu e$. Вычислена поправка на поляризацию вакуума для сверхтонкой структуры основного состояния. Результаты приведены в таблицах 10 и 11.

Таблица 10 — Численные значения матричных элементов дельта-функций в электронных атомных единицах для основного состояния в мюонном гелии

	${}^3_2He\mu e$			${}^4_2He\mu e$
	$\delta(r_{12})$	$\delta(r_{13})$	$\delta(r_{23})$	$\delta(r_{23})$
	20139692.50	0.3204390995	0.3137899959	0.3138560167
Работа [11]	20149938.84	0.3206115515	0.3136823199	0.3137605363
Работа [12]	20149938.85	0.3206118514	0.3136818415	0.3137605147

Таблица 11 — Численные значения сверхтонкого расщепления уровней энергии с поправкой на поляризацию вакуума. Все значения выражены в МГц

	$tr\mu$	${}^3_2He\mu e$	${}^4_2He\mu e$
a	-1109.475	$3.3166 \cdot 10^8$	—
b	$3.731 \cdot 10^7$	4464.75	—
c	$2.128 \cdot 10^7$	1091.09	4465.68
λ_1	$-3.1823 \cdot 10^7$	$2.48742 \cdot 10^8$	4465.68
λ_1^{VP}	$-0.0067 \cdot 10^7$	$1.9038 \cdot 10^4$	0.81
λ_2	$1.6774 \cdot 10^6$	$-8.29113 \cdot 10^7$	—
λ_2^{VP}	$0.0039 \cdot 10^6$	$-8.2126 \cdot 10^4$	—
λ_3	$1.5073 \cdot 10^7$	$-8.29155 \cdot 10^7$	—
λ_3^{VP}	$0.0031 \cdot 10^7$	$-5.4127 \cdot 10^4$	—

В параграфе 3.4 проведено исследование сверхтонкой структуры основного состояния для трехчастичных систем $dpr\mu$, $td\mu$ и $Li\mu e$. Результаты приведены в таблице 12.

Таблица 12 — Численные значения сверхтонкого расщепления уровней энергии с поправкой на поляризацию вакуума. Все значения выражены в МГц

	$dpr\mu$	$td\mu$	${}^6_3Li\mu e$	${}^7_3Li\mu e$
a	-652.918	-34.596	$2.28 \cdot 10^8$	$6.08 \cdot 10^8$
b	$2.092 \cdot 10^7$	$3.431 \cdot 10^7$	1682.27	4441.77
c	$4.737 \cdot 10^6$	$4.364 \cdot 10^6$	35731	35730

¹¹Aznabaev, D.T. Nonrelativistic energy levels of helium atoms / D.T. Aznabaev, A.K. Bekbaev, and V.I. Korobov // Phys.Rev.A. — 2018.— Vol. 98.— P. 012510.

¹²Frolov, A.M. The hyperfine structure of the ground states in the helium-muonic atoms / A.M. Frolov // Phys.Lett.A. — 2012.— Vol. 376.— P. 2548-2551.

λ_1	$-2.3086 \cdot 10^7$	$-3.6021 \cdot 10^7$	$-2.2818 \cdot 10^8$	$-7.5960 \cdot 10^8$
λ_1^{VP}	$-0.0047 \cdot 10^7$	$-0.0087 \cdot 10^7$	$-2.2612 \cdot 10^5$	$-2.0103 \cdot 10^6$
λ_2	$-2.1213 \cdot 10^7$	$-3.4422 \cdot 10^7$	$1.14103 \cdot 10^8$	$4.5578 \cdot 10^8$
λ_2^{VP}	$-0.0043 \cdot 10^7$	$-0.0083 \cdot 10^7$	$1.10675 \cdot 10^5$	$1.1928 \cdot 10^6$
λ_3	$9.3013 \cdot 10^6$	$1.5977 \cdot 10^7$	$-2.28193 \cdot 10^8$	$-7.5960 \cdot 10^8$
λ_3^{VP}	$0.0186 \cdot 10^6$	$0.0039 \cdot 10^7$	$-4.93203 \cdot 10^5$	$-2.1393 \cdot 10^6$
λ_4	$1.2514 \cdot 10^7$	$1.8911 \cdot 10^7$	$1.14077 \cdot 10^8$	$4.5575 \cdot 10^8$
λ_4^{VP}	$0.0025 \cdot 10^7$	$0.0045 \cdot 10^7$	$3.84127 \cdot 10^5$	$1.3554 \cdot 10^6$

В **заклучении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Были вычислены поправки на поляризуемость дейтрона в лэмбовском сдвиге и сверхтонком расщеплении основного состояния атома мюонного дейтерия на основе унитарной изобарной модели. С помощью программы MAID были получены сечения поглощения поперечно и продольно поляризованных фотонов нуклонами. Численные значения рассчитанных нами вкладов в резонансной и нерезонансной областях представлены в таблицах 1 и 2. В случае сверхтонкого расщепления была проведена проверка правила сумм Герасимова-Дрелла-Херна. Результаты представлены в таблице 3.
2. Проведен расчет энергии основного состояния мюонных молекул гелия $He\mu$ и лития $Li\mu$. Вычислены поправки на релятивизм, структуру ядра и поляризацию вакуума. Написана программа на языке MATLAB, в основе которой лежит стохастический вариационный метод. Получены численные значения сверхтонкой структуры в мюонных ионах гелия $He\mu$, лития $Li\mu$, бериллия $Be\mu$ и бора $B\mu$. Численные значения представлены в таблицах 6-12.
3. Проведен расчет уровней энергии P-состояний мезомолекул водорода, электронного лэмбовского сдвига (2P-2S) и энергетического интервала (1S-2S) в мюонных ионах гелия $He\mu$, лития $Li\mu$, бериллия $Be\mu$ и бора $B\mu$ в рамках стохастического вариационного метода. Численные результаты приведены в таблицах 8 и 9.
4. Проведен расчет энергии квазисвязанных состояний в рамках метода комплексного вращения координат. Была произведена модификация стохастического вариационного методом на случай комплексных координат. Получены точные численные значения квазисвязанных состояний ${}^3He d\mu$, ${}^4He d\mu$, ${}^6Li d\mu$ и ${}^7Li d\mu$, которые необходимы для изучения низкоэнергетических реакций. Результаты представлены в таблице 5.

Наиболее значимые публикации автора по теме диссертации

1. Hadronic deuteron polarizability contribution to the Lamb shift in muonic deuterium / A.V. Eskin, R.N. Faustov, A.P. Martynenko, F.A. Martynenko // Mod.Phys.Lett. A. —2016.— Vol. 31.— P. 1650104.
2. Energy levels of mesomolecular hydrogen ions in variational approach / A. V. Eskin [et al.] // Bull.Lebedev Phys.Inst.— 2019. — Vol. 46. — P. 143-147.
3. Fine and Hyperfine Structure of Muonic Helium / A.V. Eskin [et al] // Bull.RAS:Phys.— 2020. — Vol. 84. — P. 258-262.
4. Nonrelativistic energies and predissociation widths of quasibound states in the $Li3^+ - d\mu$ molecular ions / V.I. Korobov [et al] // J.Phys. B. — 2020. — Vol. 53.— P. 065001.
5. Bound states of $dt\mu$, $pd\mu$ and $tp\mu$ mesomolecules / A. V. Eskin [et al] // EPJ Web Conf. — 2019. — Vol. 204.— P. 05006.

6. Excited states of mesomolecules $dt\mu$, $pd\mu$, $tp\mu$ in variational method / A. V. Eskin [et al] // Phys. Part. Nuclei.— 2019.— Vol. 50.— P. 633—634.
7. Weakly bound states of $dt\mu$ muonic molecular ion in quantum electrodynamics / A. V. Eskin [et al] // J. Phys.: Conf. Ser. — 2019. — Vol. 1390.— P. 012083.
8. Hyperfine structure of muonic mesomolecules $td\mu$, $tp\mu$, $dp\mu$ in variational method / A.V. Eskin [et al] // EPJ Web Conf.— 2019. — Vol. 222.— P. 03011.
9. Energy levels in muonic helium / A.V. Eskin [et al] // EPJ Web Conf.— 2019. — Vol. 222.— P. 03009.
10. Hadronic deuteron polarizability contribution to the hyperfine structure in muonic deuterium / A.V. Eskin, A.P. Martynenko, E.N. Elekina // EPJ Web Conf. — 2017. — Vol. 132.— P. 03055.
11. The correction of hadronic nucleus polarizability to hyperfine structure of light muonic atoms / A.V. Eskin, A.P. Martynenko, E.N. Elekina // EPJ Web Conf. — 2017. — Vol. 158.— P. 07002.
12. Поправка на адронную поляризуемость ядра в сверхтонкой структуре спектра энергии мюонного дейтерия/ А.В. Эскин, А.П.Мартыненко // XVI Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник трудов конференции, (Самара, 14–18 ноября 2017 г.) — М. : ФИАН им. П.Н. Лебедева, 2017. — С. 217—224.
13. Сверхтонкая структура основных состояний мезомолекул / В. И. Коробов, А. П. Мартыненко, В. В. Сорокин, А. В. Эскин // XVI Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник трудов конференции, (Самара, 13–17 ноября 2018 г.) — М. : ФИАН им. П.Н. Лебедева, 2018. — С. 230—238.
14. Вращательные и колебательные спектры мезомолекул $pd\mu$, $pt\mu$, $dt\mu$ / В. И. Коробов, А. П. Мартыненко, В. В. Сорокин, А. В. Эскин // XVI Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник трудов конференции, (Самара, 13–17 ноября 2018 г.) — М. : ФИАН им. П.Н. Лебедева, 2018. — С. 189—196.
15. Сверхтонкая структура мезомолекулярных ионов водорода / В. И. Коробов [и др.] // XVII Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник трудов конференции, (Самара, 12–16 ноября 2019 г.) — М. : ФИАН им. П.Н. Лебедева, 2019. — С. 175—182.
16. Уровни энергии мюонных молекул ${}^3Li\mu e6$, ${}^3Li\mu e7$ в квантовой электродинамике / В. И. Коробов [и др.] // XVII Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник трудов конференции, (Самара, 12–16 ноября 2019 г.) — М. : ФИАН им. П.Н. Лебедева, 2019. — С. 199—206.

Эскин Алексей Владимирович

Спектры энергии двухчастичных и трехчастичных связанных состояний в квантовой
электродинамике

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать ____ . ____ . ____ . Заказ No _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____