ШНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

РСФСР • МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОННОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ

На правах рукописи

КОЛОСОВ Геннадий Евгеньевич

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ В АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

05.13.01 - Техническая кибернетика и теория информации

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук

**N *у***

***/***

**С**

Москва - 1983

**- 2 -**

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

**Стр.  
ВВЕДЕНИЕ 4**

**ГЛАВА I. ЗАДАЧИ СИНТЕЗА СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ И МЕТОД**

**ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ 26**

**§ I. Постановки задач синтеза оптимальных автомати­  
ческих систем 26**

**§ 2. Формальная схема метода динамического програм­  
мирования 44**

**§ 3. Использование достаточных координат при записи**

**уравнений Беллмана 61**

**ГЛАВА 2. ТОЧНЫЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА 73**

**§ 4. Системы с линейными объектами управления, квадра­тичным критерием оптимальности и неограниченными**

**управлениями 73**

**§ 5. Синтез следящих систем с ограниченной скоростью**

**исполнительного двигателя 85**

**ГЛАВА 3. СИНТЕЗ КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ В СЛУЧАЕ МАЛЫХ**

**ДИФФУЗИОННЫХ ЧЛЕНОВ УРАВНЕНИЯ БЕЛЛМАНА 103**

**§ 6. Расчёт квазиоптимальной системы слежения за**

**дискретным марковским процессом 106**

**ГЛАВА 4. ПРИБЛИЖЁННЫЙ СИНТЕЗ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕ­  
НИЯ ПРИ МАЛОЙ ВЕЛИЧИНЕ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ .. 125  
§ 7. Приближённое решение задач синтеза для стационар­  
ного режима работы автоматической системы 128**

**§ 8. Расчёт квазиоптимального регулятора для колеба­  
тельного объекта управления 141**

**§ 9. Синтез квазиоптимальных управлений в случае**

**коррелированных помех 150**

**- з -**

§ 10. Нестационарные задачи. Оценки качества приближён­  
ного синтеза 160

§ II. Исследование асимптотической сходимости метода  
последовательных приближений (УІ) - СУШ) при  
)< -^ *оо*  176

§ 12. Синтез стохастических систем с распределёнными  
параметрами. Управление концентрацией в трубо­  
проводе конечной длины 184

ГЛАВА 5. УПРАВЛЕНИЕ СТОМСТИЧЕСКИМИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ

КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОГО ТИПА 204

§ 13. Оптимальная стабилизация колебаний в системах

со случайными возмущениями типа белого шума .... 205 § 14. Оптимальное управление квазигармоническими сис­темами при наличии шума в канале обратной связи 228 ГЛАВА 6. НЕКОТОРЫЕ СПЕЦИАЛЬНЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА .. 241 § 15. Управление динамическими объектами, содержащими

неизвестные параметры 241

§ 16. Некоторые стохастические задачи управления с

ограничениями на фазовые координаты 254

§ 17. Программа численного синтеза и результаты счёта

на ЭВМ 271

§ 18. Расчёт квазиоптимальной системы управления про­ветриванием выемочных участков угольных шахт ... 281 § 19. Система стабилизации скорости резания токарных

станков 291

РИСУНКИ, ГРАФИКИ, ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ 297

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 328

ЛИТЕРАТУРА 331

- 4 -

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных теоретических и практических задач современ­ной кибернетики и автоматики является разработка различных опти­мальных систем управления. Такие системы обладают наилучшими (в из­вестном смысле) свойствами по сравнению с любыми другими системами из некоторого определенного класса. Задачи такого рода при всем их разнообразии могут быть разделены на две основные категории: детер­минированные и стохастические. В задачах первого типа поведение системы полностью определяется структурой автоматического устройст­ва , и для любого начального состояния управляемого объекта его дальнейшее движение может быть представлено в виде известной функ­ции времени. В стохастических задачах такая возможность отсутству­ет, поскольку в этом случае поведение системы носит случайный ха­рактер .

Следует отметить, что случайный характер движения управляемой системы может быть обусловлен самим существом задачи (например, в задаче о слежении за некоторым случайным процессом). Другим источ­ником неполноты информации о поведении системы являются различные дестабилизирующие факторы (помехи), которые всегда имеют место в реальных физических устройствах. Это связано обычно с наличием "шумов" в радиоэлектронных блоках, погрешностей измерения, неодно-родностей среды протекания процесса. Случайные возмущения могут быть вызваны нестабильностью источников питания электрических схем, порывами ветра и неоднородностями плотности воздуха (при управле­нии летательными аппаратами), разбросом характеристик и конструк­тивных параметров элементов системы, ошибками исполнения программы управления и другими причинами. В качестве примеров технических

- 5 -

систем, в которых применение методов стохастического оптимального управления может оказаться весьма эффективным, можно указать на различные системы стабилизации курса (самолета, корабля), дистан­ционные системы воспроизведения угла, системы управления антенной радиолокатора, системы стабилизации скорости резания токарных стан­ков, системы стабилизации или обеспечения закона изменения темпера­туры в различных частях химического реактора, организацию профилак­тического ремонта сложной системы и т.д. Учет случайных воздейст­вий может привести также к появлению задач, не имеющих аналогов в детерминированной теории оптимального управления (например, задачи, связанные с максимизацией времени достижения границ). Все это сви­детельствует о большом разнообразии и практической важности задач оптимального автоматического управления при случайных возмущениях. Задачи такого рода составляют предмет исследования в данной диссер­тации .

В общих чертах проблема построения оптимальной системы состо­ит в следующем. Всякая система автоматического управления состоит из двух основных частей (блоков, подсистем): объекта управления 0 и управляющего блока (регулятора) *3* (рис. I). Объект управления представляет собой некоторую динамическую систему (механическую, электрическую и т.п.), поведение которой описывается известным оператором связи между входными (управляющими) воздействиями *U,(t)* и выходными параметрами X (t) , характеризующими состояние объ­екта управления в момент времени *t* • В диссертации в основном исследуются системы, у которых оператор блока *0* задается систе­мой обыкновенных дифференциальных уравнений (в этом случае текущие значения управляющих и выходных параметров *Ы>* и X - конечномер­ные векторы

- 6 -

= (x(t) = (ЭС (t),...jX (t)). Только в § 12 главы 4 рассматриваются объекты управления, описываемые уравнениями с частными производны­ми.

При любом способе описания оператор блока *0* считается зара­нее заданным и фиксированным. Что касается управляющего блока *)}* , то никаких предварительных условий на его структуру не накладывает­ся, и его необходимо построить таким образом, чтобы обеспечивалось минимальное значение некоторого заданного функционала (критерия оп­тимальности) I [^(tJjU^t)"^ от траекторий

. Нахождение структуры управляющего блока *j* является главной задачей теории оптимального управления. Вопросы, связанные с разработкой методов расчета оптимальных управляющих устройств (регуляторов) У , занимают центральное место в данной диссертации.

Если случайные воздействия на систему отсутствуют, то сформу­лированная проблема сводится к нахождению оптимальной программы

$ U/^(t) : *0* s t ^Т V , обеспечивающей движение объекта управ­ления по экстремальной траектории { X\**(t)* : *0* ^ t £ Т I . Для расчета оптимальной программы U (t) можно использовать либо ме­тоды классического вариационного исчисления[38, 118,2011 » либо, в более общей ситуации, принцип максимума Л.С.Понтрягина [ *I4&~\*, либо основанные на них различные варианты приближенных методов.

Оптимальная автоматическая система, проектируемая без учета случайных факторов, может быть разомкнутой, как на рис. I. Это яв­ляется следствием однозначной определенности (детерминизма) траек­тории управляемого объекта | X (t) ; *0 $* І S Т I , а, следова­тельно, и критерия оптимальности I [x(t) , w, (t)t при фиксированной программе изменения управляющих воздействий •) U,(t) : *0 $ t* ~ Т t

- 7 -

(предполагается, конечно, что при заданном начальном состоянии Х(0) = Х и заданной входной функции U,(t) уравнения движения объекта *0* имеют единственное решение).

Иначе обстоит дело, когда на систему действуют неконтролируе­мые случайные возмущения. Для эффективного управления в этом слу­чае необходимо использовать информацию о фактическом текущем состо­янии объекта JC(t) , т.е. оптимальная система обязательно должна быть замкнутой, работающей по принципу обратной связи. По такому принципу, в частности, строятся все следящие автоматические систе­мы (рис. 2). При проектировании таких систем кроме оператора объек­та *О* необходимо учитывать также свойства некоторого источника информации, задающего в каждый момент времени требуемое значение u,(t) вектора выходных параметров x(t) (разнообразные примеры конкретных следящих систем можно найти, например, в Гі5, ЗІ, 77, 105, 149 - 151, 185 ^J ). Измеряя текущие значения вход­ных Ч(і) и выходных X(t) величин, блок У в каждый момент времени t формирует управляющие воздействия ^ (t) - f | У0 ,Х0 J ( Ц и Х0 наблюденные к моменту *Z* траектории J ч (6") ■. О £б£ 3 t *\* іх(У): О ^ 5 ^ t 1 ) таким образом, чтобы по возможности выполнялось равенство U (t) = X(t) при 0½ t ^ Т . Однако случайный характер задающего воздействия 4 (£) с одной стороны и инерционность объекта управления *0* с другой не позволяют обес­печить требуемое равенство входных и выходных параметров. Поэтому естественным образом возникает задача об оптимальном управлении.

Для этого, как и в детерминированном случае, вводится критерий оптимальности 1 ^ М *[t)* ,x(t^J , являющийся мерой "расстояния" между вектор-функциями ц(і) и x(t) на отрезке времени *0$t$T,* Окончательная формулировка задачи зависит от характера предположе-

- 8 -

ний о свойствах задающего воздействия u(t) .В диссертации ис­пользуется вероятностное описание всех случайных возмущений, дейст­вующих на систему. Это означает, что все возмущения рассматривают­ся как случайные функции с известными статистическими характеристи­ками. При таком подходе оптимальный закон управления, определяющий конструкцию блока *3* , находится из условия минимума среднего значения критерия і [^1^)^(^1 . Другой подход, когда вместо вероятностных характеристик задаются лишь области возможных значе­ний возмущений и для построения оптимальной системы используются методы теории игр, описан в монографиях Красовского Н.Н. Г107 1, Красовского Н.Н., Субботина А.И. [ 108 1 , Куржанского А.Б.[ 115 ] .

Если на работу следящей системы рис. 2 существенное влияние оказывают шумы, связанные с погрешностями измерения, нестабиль­ностью источников питания электрических схем, непостоянством свойств среды функционирования автоматической системы, то блок-схема рис. 2 усложняется и может принять вид, изображенный на рис. 3. На схеме рис. 3 через £(t) , £,(t) , ty(t) обозначены случай­ные возмущения, искажающие информацию о задающем воздействии 4(t) и состоянии объекта управления x(t) , а также изменяющие век­тор управляющих величин M/(t] . Цифрами I, 2, 3 обозначены блоки, характеризующие способ комбинации полезных сигналов и помех. Их структура обычно предполагается известной. Автоматические системы управления с более сложными, чем на рис. 3, функциональными схема­ми в диссертации не рассматриваются.

Теория оптимального управления динамическими системами начала развиваться сравнительно недавно. За начало отсчета в развитии этой теории часто принимают пятидесятые годы, когда был установлен прин­цип максимума Л.С.Понтрягина (результаты соответствующих исследова-

- 9 -

ний Л.С.ЇЇонтрягина и его школы были изложены в книге Л.С.Понтряги-на, В.Г.Болтянского, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко [ 146 ] ) и сформу лирован принцип динамического программирования Р.Беллмана[ 10 ] . И хотя к этому времени уже был опубликован ряд работ по оптимально­му управлению (работы Д.Е.Охоцимского [ 137 1, А.А.Фельдбаума ГІ83І Ж.П.Ласалля [ 217 1и других), только в конце пятидесятых годов, как было отмечено в монографии Н.Н.Моисеева [ 130 1, "произошла та канонизация методов и языка, которая свидетельствовала о появлении новой дисциплины" - теории оптимального управления.

Дальнейшее развитие теории было связано с разработкой различ­ных вычислительных методов оптимального управления. В детерминиро­ванной теории интенсивно разрабатывались численные методы решения краевых задач принципа максимума. Изложение различных вариантов этих методов приведено в монографиях Г.Л.Гродзовского, Ю.Н.Иванова, В.В.Токарева [\_ 45 *\* , Н.Н.Моисеева [ 130 1 , Брайсона, Хо Ю-ши [23 J и др. Алгоритмы численного решения, основанные на использо­вании градиентных методов в пространстве управлений были предложе­ны в работах Л. И. Шатрове ко го [ 198 J , Т.М.Энеева I 203 1 , Брайсо­на, Денхэма Г 209 ] и др. Обобщения и различные модификации гради­ентных методов содержатся в работах В.Ф.Демьянова,А.М.Рубинова 1 52 *\* Н.Н.Моисеева 1 128 J и др. Другой способ решения за­дач оптимального управления, базирующийся на принципе максимума и использующий процедуру последовательных приближений, был предложен в работах: И.А.Крылов, Ф.Л.Черноусько| 112 1, Келли, Копп, Мойер [ 215 1. Ряд работ посвящен изложению группы численных методов, связанных с варьированием и перебором траекторий в пространстве фазовых координат. Сюда относятся метод последовательного анализа вариантов В.С.Михалевича и Н.З.Шора[ 127 1, метод перебора траек-

- 10 -

торий Н.Н.Моисеева [ 128 I» метод локальных вариаций Ф.Л.Черноусь-ко|І94,І95І. Обширная литература посвящена разработке и исследова­нию численных методов для линейных управляемых систем. Сюда отно­сятся работы В.Ф.Демьянова I 50 J, В.И.Зубова I 61 I, Н.Е.Кирина [ 71 ] , А.А.Красовского [ 105 ]. А.М.Летова j\_I23 ], Б.Н.Пше-ничного Г 154 J и др. Для решения задач оптимального управления линейными системами были разработаны специальные методы, использу­ющие идеи функционального анализа. Так, в монографии Н.Н.Красовс-кого 107 изложен способ решения, основанный на классической проблеме моментов. К этому же направлению относятся работы Р.Габа-сова, Ф.М.Кирилловой ] 33 1, Е.С.Левитина, Б.Т.Поляка *\* 122 1 и др. Применению методов функционального анализа в задачах управления нелинейными системами посвящена книга К.А.Пупкова, В.И.Капалина, А.С.Ющенко 1 152 I . Некоторые вычислительные алгоритмы, основан­ные на проблеме моментов, были предложены А.Г.Бутковским [\_26,27 J для решения задач оптимального управления системами с распределен­ными параметрами. Обзор исследований по оптимальному управлению распределенными системами содержится в работе А.Г.Бутковского, А.И.Егорова, К.А.Лурье | 210 | . Весьма распространенным способом численного решения задач оптимального управления является использо­вание методов дискретизации непрерывных моделей процессов с после­дующим применением к полученньм конечномерным задачам методов нели­нейного программирования. Изложение различных методов минимизации функций многих переменных имеется в книгах Б.Н.Пшеничного, Ю.М.Да­нилина 155 J , Ю.И.Дегтярева I 48 J и др.

Наряду с численными методами решения детерминированных задач оптимального управления широкое распространение получили различные приближенные аналитические методы. Так, в работах В.И.Зубова [ 61 1 , В.Б.Колмановского I 75 J и др. были предложены способы расчета

- II -

управлений для квазилинейных объектов. Ряд работ посвящен примене­нию метода осреднения для приближенного решения задач управления колебательными системами. Относящиеся сюда результаты изложены в V57, 129, 130, 133, 197 ] • Приближенный метод расчета алго­ритмов управления для слабо управляемых систем описан в работах

[45, 76, 192, 196 J .

Одновременно с теорией детермированных систем развивалась сто­хастическая теория оптимального управления. Следует, однако, отме­тить, что указанные две ветви теории оптимального управления хотя и развивались параллельно во времени, тем не менее их развитие шло разными путями. Причина этого различия связана со специфическими особенностями детерминированных и стохастических задач. Так, в сто­хастическом случае использование принципа максимума Л.С.Понтрягина, основанного на рассмотрении индивидуальных траекторий управляемого процесса, вызывает определенные технические трудности в нахождении структуры блока управления J в системах, работающих по принципу обратной связи (рис. 2, 3). Поэтому в качестве основы для решения стохастических задач оптимального управления в настоящее время ча­ще всего используются идеи и принципы динамического программирова­ния, позволяющие свести задачу синтеза оптимальной системы к реше­нию некоторого нелинейного дифференциального или функционального уравнения (уравнения Беллмана).

В стохастической теории оптимального управления широко исполь­зуются результаты, полученные в теории вероятностей и в теории слу­чайных функций. Применению теории случайных функций к системам ав­томатического регулирования посвящены монографии В.С.Пугачева [ 149], И.Е.Казакова [ 65 ] , А.А.Первозванского Г140 1 , К.А. Пупкова [l53 ] и др















**N *у***

***/***



****



**- 2 -**

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

**Стр.  
ВВЕДЕНИЕ 4**

****

** **

**­  
 **

**­  
 **

****

** **

** **

**­**

** **

****

** **

****

** **

****

** **

**­  
  
­  
 **

**­  
 **

****

** **

****

­  
 

  
  
*оо*  

  
­  
 



 



­

 



 



 

­

 

 

 

 





­­­­­­­­

­­­



­­­­­­­

­*3* *U,(t)* ­*t* *0* ­*Ы>* ­



­

*0* ­*)}* ­­

*j* 

­

*0* ­*(t)* *0* ­*I4&~\*

­­*0 $* ­*0 $ t* 



*0* 

­­­­­*О* ­*Z* ■*\* *0* ­

*[t)* *0$t$T,* 



­­­­*3* ­

­­­­

­



­

­­*\* ­­­­*\* ­



­­­*\* ­­­­­­





­­



­­­­­­

­­­

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации поставлен и исследован ряд новых проблем теории оптимального управления при случайных возмущениях. Разработаны точ­ные и приближенные методы синтеза оптимальных автоматических систем для различных классов объектов управления, критериев оптимальности при различных типах случайных воздействий на систему, включая зада­чи с неполной информацией о вероятностных свойствах случайных про­цессов. Развитые в диссертации методы исследования оптимальных сис­тем носят универсальный характер и могут использоваться при решении широкого круга задач комплексной автоматизации производственных процессов при неполной информации.

Совокупность этих методов можно рассматривать как новое пер­спективное направление в теории оптимального управления стохасти­ческими системами и в приложении этой теории к изучению и расчету различных конкретных систем автоматического управления.

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. При учете ограничений на допустимые управления получены точные решения задач синтеза и произведен структурный синтез опти­мальных регуляторов, обеспечивающих максимум времени достижения границ, а также минимум максимального рассогласования на заданном временном интервале.
2. Построена функциональная схема и рассчитаны параметры ква­зиоптимальной автоматической системы слежения за разрывным марков­ским процессом, когда интенсивность случайных воздействий на объект мала, а помехи наблюдения велики.
3. Предложен эффективный метод приближенного синтеза оптималь­ных систем при малых управляющих воздействиях. Доказаны оценки пог-

- 329 -

решности метода. Установлена асимптотическая сходимость предложен­ного метода последовательных приближений к точному решению задачи синтеза. Предложенный метод использован для расчета конкретных стохастических систем управления с сосредоточенными и распределен­ными параметрами.

1. Разработана квазиоптимальная система управления скоростью резания токарных станков. Предложенная функциональная схема регу­лятора реализована в экспериментальном образце системы, который прошел испытания на Коломенском станкостроительном производствен­ном объединении. Испытания показали, что предложенная система уп­равления скоростью позволяет повысить класс точности обработки де­талей и увеличить производительность труда на станках токарной группы.
2. Предложен метод приближенного решения задач оптимального управления для квазигармонических объектов, являющийся обобщением асимптотического метода Крылова-Боголюбова-Митропольского на слу­чай управляемых стохастических систем. На основе предложенного ме­тода проведен расчет и получены функциональные схемы ряда конкрет­ных систем.
3. Предложен асимптотический метод решения уравнения Беллмана (и задач синтеза) для задач управления стохастическими объектами, содержащими неизвестные параметры. Обоснован способ приближенного построения этого решения и проведена оценка качества приближенного синтеза.

7.Разработан алгоритм управления проветриванием выемочных участ­ков угольных шахт с малыми энергетическими затратами.

8. Получены точные и приближенные решения задач синтеза опти­мальных управлений в задачах с ограничениями на фазовые координаты.

- 330 -

9. Проведено численное решение уравнения Беллмана, отвечающе­  
го задаче оптимальной стабилизации случайных колебаний в колеба­  
тельной системе с одной степенью свободы. Результаты численного  
исследования показали эффективность приближенных аналитических ме­  
тодов синтеза оптимальных регуляторов, предложенных в диссертации.

10. Разработанные в диссертации методы синтеза использованы  
при разработке программного автоматического управления стендом  
для испытания двигателей внутреннего сгорания, при расчете систем  
стабилизации движения вблизи программной траектории, при проекти­  
ровании специализированных систем фазовой автоподстройки, при вы­  
боре структуры цифрового преобразователя угла для специальной ап­  
паратуры и в других научно-исследовательских разработках.