

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

на правах рукописи

Дьяков Павел Александрович

**Влияние волновых процессов на динамику космической
тросовой системы**

Специальность 01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2022г.

Работа выполнена на кафедре газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

- Научный руководитель:** **Малашин Алексей Анатольевич**
доктор физико-математических наук, доцент
- Официальные оппоненты:** **Бондарь Валентин Степанович**
доктор физико-математических наук, профессор,
Московский политехнический университет,
кафедра «Техническая механика
и компьютерное моделирование»,
профессор
- Пшеничнов Сергей Геннадиевич**
доктор физико-математических наук, доцент,
НИИ Механики МГУ имени М.В. Ломоносова,
лаборатория динамических испытаний,
ведущий научный сотрудник
- Купреев Сергей Алексеевич**
доктор технических наук, доцент,
РУДН, инженерная академия,
департамент механики и процессов управления,
профессор

Защита диссертации состоится 13 мая 2022 года в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета МГУ.01.14 Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу : 119192, г. Москва, Мичуринский проспект, д.1, к. 240.

E-mail: chist206@yandex.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, Ломоносовский проспект, д.27) и на сайте ИАС "ИСТИНА": [https://istina.msu.ru/dissertations/ 447227396 /](https://istina.msu.ru/dissertations/447227396/)

Автореферат разослан «__» апреля 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.14,
кандидат физико-математических наук

П.В. Чистяков

Цель работы

Целью данной диссертационной работы является изучение волновых процессов происходящих в гибких связях (тросах) космической тросовой системы. На различных этапах функционирования системы на орбите рассматривается влияние волновых процессов на реализацию поставленных задач и их вклад в общую динамику системы.

Актуальность работы

За последние десятилетия существенно возросло количество исследований и экспериментов по применению тросовых систем в условиях космоса. Подобные системы – эффективный способ перемещения полезной нагрузки без затрат топлива, осуществление маневров на орбите. Также они могут применяться для удаления нежелательных объектов с используемых орбит (элементов космического мусора, устаревших космических аппаратов, отработанных частей систем и др.).

Наиболее заметными из реализованных являются проекты серий «TSS» (NASA), «CHARGE» (NASA), «SEDS» (NASA), «YES» (ESA, РФ), HTV-KITE (JAXA). Все они, в той или иной степени предполагали разворачивание тросовой системы (размотку троса с массой на конце), стабилизацию системы в развернутом положении, выполнение поставленных целей миссии. В данной работе рассматривается тросовая система, функционирование которой на орбите предполагает все эти этапы. Конфигурация системы представлена на рис.1.

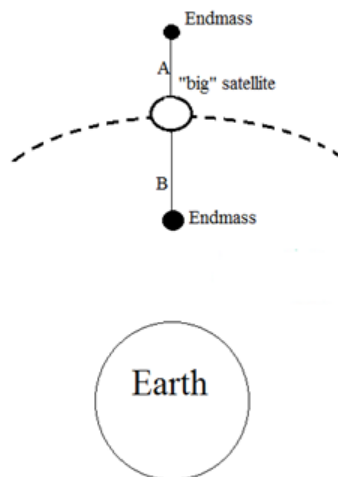


Рис. 1: Тросовая система на орбите

Проектирование и расчет динамики тросовых систем является сложной комплексной научно-технической задачей. Особенности математического моделирования (в общем случае) является совместное исследование уравнений динамики тел в условиях космического пространства (систем дифференциальных уравнений) и уравнений динамики тросов (нелинейных уравнений в частных производных). Таким образом, с точки зрения математической постановки, за-

дачи по моделированию динамики тросовых систем на орбите являются неклассическими задачами математической физики.

Научная новизна

В подавляющем большинстве работ по данной тематике волновые процессы в тросе не учитываются в общей динамике системы. Однако, при сложном совместном движении связанных тросом частей системы, перемещении нагрузок со скоростями, приближенных к скорости движения поперечной волны в тросе, неизбежно происходит рост напряжений и деформаций в гибких связях, которые оказывают существенное влияние на общую динамику системы. В представляемой диссертационной работе динамика гибкой связи (троса) включается в общую динамику системы. На базе этого подхода были проанализированы вопросы устойчивости функционирования, стабилизации конфигурации системы на различных этапах ее работы на орбите с учетом колебательных процессов в тросе. В данной постановке, задачи, касающиеся функционирования тросовых систем на орбите рассмотрены впервые.

Теоретическая и практическая значимость

Предложенная в работе математическая модель космической тросовой системы имеет как теоретическую, так и практическую значимость.

Применение метода функции Ляпунова для анализа устойчивости тросовой системы с присоединенными и движущимися по тросу массами позволяет сформировать условия на конфигурацию системы, обеспечивающие стабильное функционирование на различных этапах. На основании найденных условий была предложена принципиальная схема устройства управления размоткой, которое позволяет осуществить устойчивую размотку вдоль предварительно заданной траектории и стабилизировать систему вдоль местной вертикали (глава 1).

На основании безразмерного и асимптотического анализа были получены уравнения динамики троса в приближениях, с помощью которых можно предложить алгоритм расчета динамики всей системы при движении груза по тросу (глава 2). Оценено влияние волновых процессов в тросе на динамику системы. На основании проведенного анализа, были получены условия на параметры системы, обеспечивающие стабильное и автономное функционирование.

Отдельно рассмотрены случаи, когда влияние волновых процессов на конфигурацию системы велико (глава 3). Это торможение на стадии размотки (глава 1) и приближение перемещаемого по тросу груза к конечной массе (глава 2). В этих случаях воздействие распространяющихся в тросе продольно-поперечных колебаний имеет больший порядок, чем воздействия внешних сил на части системы. Поэтому, на данных этапах необходимо дополнительное управление для сохранения конфигурации системы.

Все полученные в работе условия на конфигурацию системы и предложенная принципиальная схема устройство управления, могут быть применены

в реальных орбитальных миссиях.

Методология и методы исследования

Анализ устойчивости системы и поиск условий стабилизации на различных этапах функционирования основан на втором методе Ляпунова(1892).

Анализ уравнений динамики троса проводятся с помощью обезразмеривания на характерные величины системы. Получение уравнений динамики троса в приближениях основано на асимптотическом разложении искомых величин относительно малого параметра (квадрат отношения начальной скорости груза на тросе к скорости поперечной волны в тросе).

Анализ волновых процессы в тросе после окончания перемещения нагрузки по нему проводился с помощью линеаризации исходных уравнений в подвижной системе координат. Линеаризованные уравнения решаются методом характеристик.

Новые научные результаты

1. Анализ динамики системы проводится на основе совместного решения уравнений динамики троса (УРЧП) и присоединенных к нему частей системы(ОДУ). Трос моделируется как гибкая упругая растяжимая нить в поле внешних сил. Данный подход позволяет описать динамику системы с учетом волновых процессов в тросе. Для задач по описанию динамики тросовых систем в условиях космоса подобный подход применяется впервые.
2. Необходимые условия устойчивого функционирования системы на различных этапах, полученные аналитически, с учетом волновых процессов в тросе. На основании найденных условий предложены механизмы управления системой. Численное моделирование динамики системы на различных этапах показало эффективность указанных механизмов для нивелирования влияния распространяющихся в тросе продольно-поперечных колебаний.
3. Особенности движения частей системы под влиянием распространяющихся в тросе продольно-поперечных колебаний. Анализ волновых процессов в тросе на определенных этапах функционирования системы (стадии окончания размотки/перемещения нагрузки, достижения перемещаемой нагрузкой скорости поперечной волны в тросе), при которых их влияние на общую динамику существенно, для космических тросовых систем проведен впервые.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Расчет динамики троса методами механики деформируемого твердого тела позволяет учитывать волновые процессы и эффекты, связанные с ними, при моделировании динамики космических тросовых систем.

2. Механизм гашения продольно - поперечных колебаний троса и управления размоткой на стадиях окончания размотки/перемещения нагрузки по тросу позволяет нивелировать влияние волновых эффектов, возникающих в тросе, и негативно влияющих на общую динамику и конфигурацию системы.
3. Учет волновых эффектов в тросе позволяет получить необходимые условия устойчивости процесса размотки троса с оконечной массой и перемещения нагрузки по натянутому тросу в условиях орбиты.
4. Методика расчета конфигурации космической тросовой системы, основанная на асимптотических разложениях исходных нелинейных уравнений динамики составных частей системы, показала эффективность при моделировании динамики космических тросовых систем в случаях выполнения необходимых условий устойчивости процесса функционирования на орбите, полученных аналитически.

Достоверность и обоснованность полученных результатов

Идея управления размоткой и стабилизации тросовой системы была предложена автором в дипломной работе и поддержана научным руководителем.

Идея исследования зависимости динамики космической тросовой системы от параметров системы была предложена автором в курсовых работах, выполненных на кафедре газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Достоверность теоретических результатов и аналитических выкладок основана на методе Ляпунова, модели гибкой растяжимой нити Рахматулина, асимптотических методах и др.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

1. Конкурс У.М.Н.И.К.- 2014, второе полугодие;
2. Конкурс У.М.Н.И.К.- 2015, первое полугодие;
3. International Conference on Advances in Vibrations, PORTO, Порто, Португалия, 2015;
4. Ломоносовские чтения – 2017;
5. 7th European Conference on Space Debris, Дармштадт, Германия, 2017
6. 2-я всероссийская научно-техническая конференция "Механика и математическое моделирование в технике Москва, 2017;

7. 25-й Международный форум «Ломоносов» 2018»;
8. Ломоносовские чтения – 2018;
9. International Symposium «Space Flight Safety» , Санкт-Петербург, 2018.
10. Ломоносовские чтения –2019;
11. XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, 2019;
12. International Symposium «Space Flight Safety», Санкт-Петербург, 2019;
13. Ломоносовские чтения – 2020.
14. Ломоносовские чтения – 2021;
15. International Symposium «Space Flight Safety», Санкт-Петербург, 2021;
16. Циолковские чтения - 2021.

Публикации

Основные результаты диссертации изложены в 14 печатных работах, 4 из которых опубликованы в рецензируемых научных журналах, индексируемых в базах данных RSCI, Web of Science, Scopus.

Личный вклад

Во всех опубликованных работах вклад автора является определяющим. Автор принимал активное участие в постановке научных задач, проведении численных исследований, разработке теоретических моделей, анализе полученных результатов и предоставлении их в печати. Автором была проведена значительная работа над текстом статей, а также представление их в редакции журналов и переписка с редакторами и рецензентами.

Аналитические условия устойчивости процесса размотки вдоль предварительно заданной траектории в [1] найдены автором самостоятельно. Численное моделирование процесса стабилизации космической тросовой системы после окончания размотки проведено автором самостоятельно.

Асимптотический анализ уравнений динамики системы в [2,3,4] проведен автором диссертационной работы самостоятельно. Численное моделирование динамики системы при различных параметрах функционирования и расчет конфигурации в [2] проведены автором самостоятельно.

Аналитический поиск необходимых условий устойчивости процесса перемещения нагрузки по натянутому тросу системы в [4] проведен автором самостоятельно.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. В работе содержится 33 рисунка. Список литературы содержит 104 наименования. Общий объем работы 81 страница.

Краткое содержание диссертации

Во **Введении** представлено общее содержание работы и дан краткий обзор основных результатов диссертации.

В **Обзоре литературы** проанализированы основные работы, посвященные применению систем с гибкими связями. Особое внимание уделено работам по исследованию, разработке и моделированию космических тросовых систем.

В **первой главе** решается задача о стабилизации процесса размотки троса системы с массой на конце. Рассмотрим головной спутник, который движется по круговой околоземной орбите радиуса R с угловой скоростью ω . В силу массивности, головной спутник можно считать закрепленной точкой. Из спутника выпущен трос, который разматывается с некоторой скоростью. На конце троса закреплена оконечная масса. Размотка троса осуществляется таким образом, что оконечная масса движется к Земле. Начало декартовой системы координат размещается на головном спутнике (рис.2). Ось oZ дополняет левую тройку векторов. В этой системе координат внешними силами являются сила гравитационного взаимодействия с Землей, центробежная сила и сила Кориолиса. Длина всего троса в нерастянутом состоянии L .

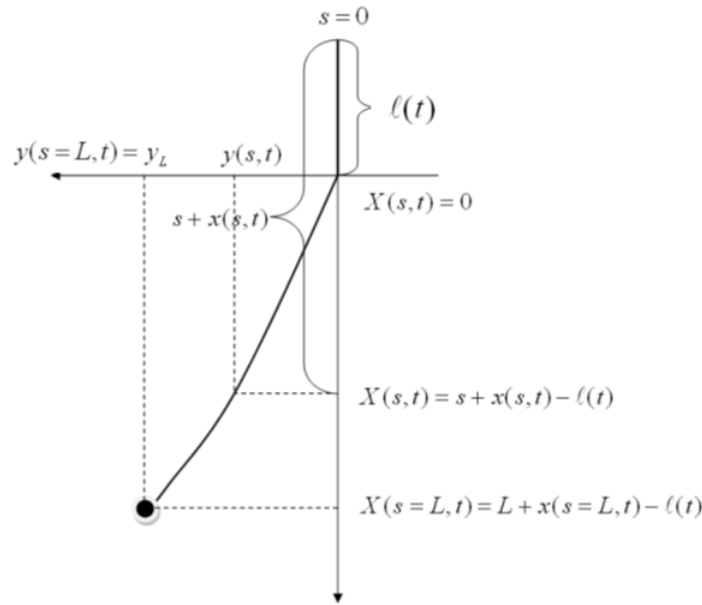


Рис. 2: Выбор системы координат.

Уравнения динамики системы могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s}(T \cos \alpha) - 2\omega \rho \frac{\partial y}{\partial t} + 3\omega^2 \rho(s + x(s, t) - l(t)) \\ \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s}(T \cos \beta) + 2\omega \rho \frac{\partial x}{\partial t} \\ \rho \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s}(T \cos \gamma) \end{cases} \quad (1)$$

В системе (1) α, β, γ - углы отклонения от координатных осей.

В общем случае зависимость натяжения от относительной деформации является нелинейной функцией. В данной работе трос моделируется как упругая нить (т.е. выполнено соотношение $T = E\varepsilon$, где E -динамический модуль Юнга-константа материала).

На конце троса ($s = L$) размещена конечная масса M . На нее, как и на трос действуют внешние силы: сила Кориолиса, сила гравитационного взаимодействия с Землей, центробежная сила и натяжение.

В точке крепления конечной массы к тросу выполняется динамическое граничное условие:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 x_L}{dt^2} = -T_L \cos \alpha - 2\omega M \frac{dy_L}{dt} + 3\omega^2 M(L + x_L - l(t)) \\ M \frac{d^2 y_L}{dt^2} = -T_L \cos \beta + 2\omega M \frac{dx_L}{dt} \\ M \frac{d^2 z_L}{dt^2} = -T_L \cos \gamma \end{cases} \quad (2)$$

На рис.3 представлена принципиальная схема устройства управления размотки тросовой системой на орбите. Трос безынерционно сматывается с катушки и проходит между роликами, к которым приложен контролирующий момент $\tau(t)$. Также с помощью этих роликов измеряется и контролируется скорость размотки троса. Угол отклонения троса от вертикали измеряется лазерным датчиком. Устройство содержит механизм $f(t)$, позволяющий перемещать точку выхода троса с большого спутника (между двумя роликами) вдоль направления оси oY . Ролики прижаты друг к другу таким образом, чтобы исключить проскальзывание троса. Динамика вращения роликов описывается уравнением (3):

$$\frac{2J}{r} l(\ddot{t}) = \tau(t) - T(s = l(t), t)r \quad (3)$$

где J - момент инерции роликов, r - радиус роликов.

В качестве средств управления предлагается изменения контролирующего момента $\tau(t)$ (т.е. управление скоростью спуска груза) и $y(s = l(t), t)$ - поперечное смещение точки схода троса с головного спутника. Одним из контролируемых параметров является разность $l(t) - l_0(t)$ между текущей скоростью размотки и скоростью размотки, указанной в полетном задании, для обеспечения прохождения груза по заданной расчетной траектории.

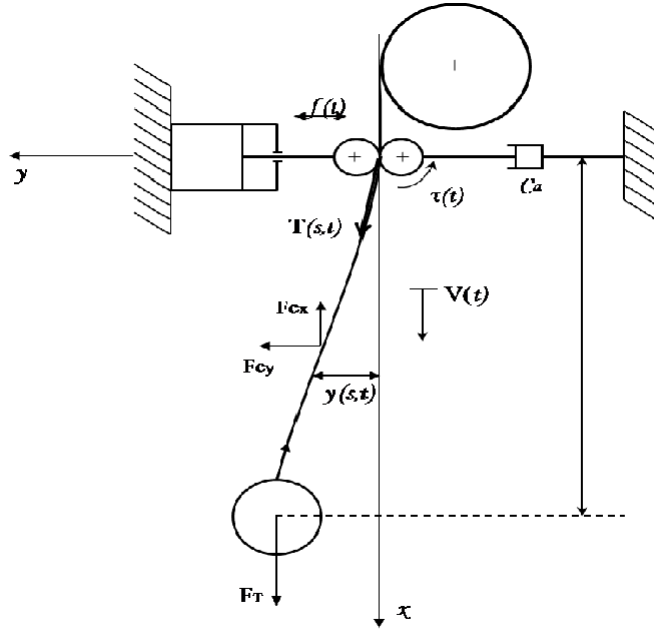


Рис. 3: Схема устройства управления размоткой

Анализ динамической стабилизации тросовой системы относительно некоторой заданной траектории выполнен с помощью метода функций Ляпунова.

Для полученной системы функция Ляпунова строится на основании выражения полной механической энергии системы:

$$\begin{aligned}
 W = & \int_{l(t)}^L \frac{\rho}{2} ((\dot{x} - \dot{l}(t))^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) dt + \int_{l(t)}^L \frac{3\rho}{2} \omega^2 (A^2 - (s + x(s, t) - l(t))^2) ds \\
 & + \int_{l(t)}^L \int_0^t T d\varepsilon + \frac{M}{2} ((\dot{x}_L - \dot{l}(t))^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{3}{2} M \omega^2 (A^2 - (L + x - l(t))^2) \quad (4) \\
 & + \frac{J}{r^2} (\dot{l}(t) - \dot{l}_0(t)) + \frac{3}{2} \rho \omega^2 A^2 l(t)
 \end{aligned}$$

Где A - нормировочный параметр в выражении для потенциальной энергии взаимодействия с Землей, при котором функция Ляпунова остается положительно определенной.

Необходимым и достаточным условием устойчивости процесса размотки будет обеспечение отрицательной определенности производной функции Ляпунова по времени.

Оценка сверху производной функции Ляпунова по времени будет выгля-

деть следующим образом:

$$\dot{W} \leq -\left[\frac{1}{2}\dot{y}T \cos \beta \Big|_{s=l(t)} + \frac{1}{2}\dot{z}T \sin \gamma \Big|_{s=l(t)} + \frac{\tau}{2r}V(t) + (V(t) - V_0(t))\left(\frac{\tau(t)}{r} - T + \frac{2J}{r^2}V_0(t)\right)\right] \quad (5)$$

В соответствии с критерием Ляпунова, для того, чтобы поведение системы вблизи некоторой заданной траектории было устойчивым, требуется положительная определенность выражения в квадратных скобках.

Для этого нужно обеспечить выполнение следующих соотношений:

$$\text{sign } \dot{y}|_{s=l(t)} = \text{sign } \cos \beta |_{s=l(t)} ; \text{sign } \dot{z}|_{s=l(t)} = \text{sign } \sin \gamma |_{s=l(t)} \quad (6)$$

$$\text{sign}(V(t) - V_0(t)) = \text{sign}\left(\frac{\tau}{r} - T + \frac{2J}{r^2}V_0(t)\right) \quad (7)$$

С инженерной точки зрения, выражения (6) и (7) дают достаточно простое решение задачи устойчивой размотки тросовой системы. Условия (6) означает, что точка схода троса со спутника должна смещаться в сторону его отклонения от местной вертикали или от некоторой предварительно рассчитанной траектории относительно соответствующей координатной оси. Условие (7) означает, что контролирующий момент, задаваемый роликами, должен увеличиваться или уменьшаться в зависимости от разности скоростей размотки и требуемой в полетном задании скорости движения груза.

Условия (6) обеспечивают стабилизацию системы около точки равновесия также и в случае, когда скорость размотки равна нулю, то есть полной, когда длина троса постоянна.

Результаты моделирования размотки тросовой системы вдоль заданной траектории представлены на Рис.4-6. Конфигурация троса считалась методом характеристик в предположении о квазистационарности процесса. Положение конечной массы рассчитывалось методом Рунге-Кутты 4 порядка. Расчетная траектория была взята из данных проекта YES-2. В качестве прочих исходных величин использовались следующие параметры: радиус орбиты головного спутника $R = 6650000$ м, линейная скорость на орбите $V = 7750$ м/с. Угловая скорость на орбите $\omega = 0,0011356$ рад/с. Конечная масса $M = 12$ кг. Общая длина размотанного троса $L = 32000$ м (данные миссии YES-2). На рис.4,5 кривая А является траектории спуска конечной массы при размотке с начальной скоростью $V_0 = 2,58$ м/с. Кривая В соответствует размотке с начальной скоростью $V_0 = 2,7$ м/с с аналогичными граничными условиями. Разница в траекториях говорит о сильной зависимости траектории размотки от начальной скорости конечной массы. Это связано с зависимостью воздействия силы Кориолиса,

действующей на массу от скорости размотки. Кривая С на рис.4 соответствует размотке с начальной скоростью $V_0 = 2,7$ м/с и управлением процессом размотки с помощью условия (6). Кривая С на рис.5 соответствует размотке с начальной скоростью $V_0 = 2,7$ м/с и управлением процессом размотки с помощью условий (6) и (7). На основании полученных результатов можно сделать вывод об эффективном управлении процессом размотки при различных начальных скоростях с помощью условий (6) и (7) - кривые А и С на рис. 5 практически совпадают.

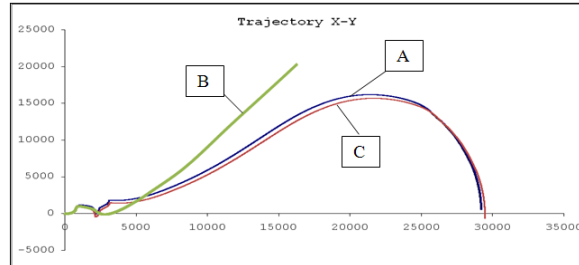


Рис. 4: Траектории конечной массы при размотке.Используется условие управления размоткой (6)

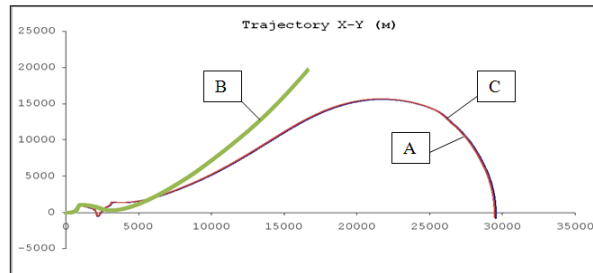


Рис. 5: Траектории конечной массы при размотке.Используется условия (6) и (7)

Поперечные составляющие скоростей на финальной стадии размотки представлены на рис.6. При использовании обоих условий стабилизации (кривая 2) достигается более существенное уменьшение поперечной составляющей скорости, чем при использовании лишь граничного управления (6) (кривая 1). В момент окончания размотки разница составила порядка 21 м/с, что существенно влияет на дальнейший процесс стабилизации системы.

После окончания размотки систему необходимо стабилизировать вдоль местной вертикали. В этом случае имеют место быть маятниковые поперечные колебания троса с конечной массой в поле внешних сил с граничным условием управления (6). Условие (6) можно записать в виде:

$$\frac{\partial y}{\partial t}(0, t) = P \frac{\partial y}{\partial s}(0, t) \quad (8)$$

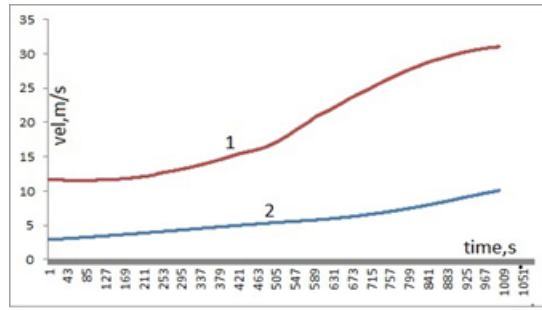


Рис. 6: Поперечные составляющие скорости за последние 1000 сек. размотки

Где P - положительный параметр, имеющий размерность скорости. Как видно из условия (8), параметр является отношением скорости смещения точки схода троса к синусу угла его отклонения. На рис(7) представлено поперечное смещение оконечной массы $M = 12$ кг при начальной поперечной составляющей скорости $V_y = 2$ м/с. Величина параметра P составляет 3 м/с.

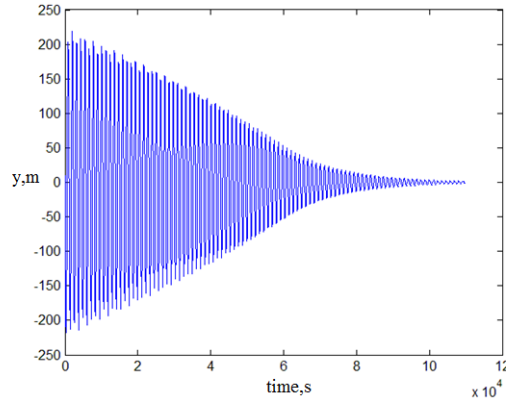


Рис. 7: Зависимость поперечного смещения оконечной массы от времени.

Выбор значения параметра P , безусловно, влияет на время стабилизации системы. Однако, выбор оптимального параметра P для системы зависит от других характеристик системы (длина троса, начальная скорость размотки, скорость поперечной волны и тд.). Поэтому, параметр стабилизации подбирается для каждой системы индивидуально на этапе проектирования аппаратных средств миссии.

На основании приведенного анализа, можно сделать вывод о возможности решения проблемы стабильной размотки троса с закрепленной оконечной массой при помощи граничного управления. Стоит отметить, что при моделировании размотки необходимо учитывать, что поперечное смещение точки подвеса ограничено реальными физическими головным КА. В данных расчетах смещение не превышало 0.5 м.

Во **второй** главе была сформулирована задача о перемещении груза по

натянному тросу системы, развернутой и стабилизированной ранее (рис.1). Наличие второй половины («верхняя» часть) обеспечивает постоянную конфигурацию системы на орбите. В расчеты «верхняя» часть никаких изменений не вносит.

Рассмотрим тросовую систему, расположенную на околоземной орбите радиуса R . Угловая скорость вращения на орбите ω . Система стабилизирована вдоль местной вертикали с помощью методов, представленных в главе 1. В начальный момент времени, по тросу начинает скользить груз массой m от головного спутника к конечной массе M . Выбор системы координат показан на рис.8. Ось oZ направлена на нас.

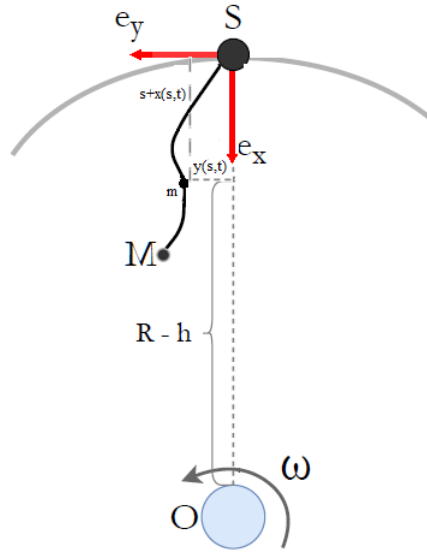


Рис. 8: Выбор системы координат

Уравнения, описывающие динамику системы, выглядят аналогично уравнениям из главы 1:

$$\begin{cases} \rho(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2})_i = \frac{\partial}{\partial s}(T \cos \alpha)_i - 2\omega\rho(\frac{\partial y}{\partial t})_i + 3\omega^2\rho(s + x_i) \\ \rho(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2})_i = \frac{\partial}{\partial s}(T \cos \beta)_i + 2\omega\rho(\frac{\partial x}{\partial t})_i \\ \rho(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2})_i = \frac{\partial}{\partial s}(T \cos \gamma)_i \end{cases} \quad (9)$$

В системе (9) индексом i обозначены части троса 1 и 2 относительно перемещаемого груза. e - эксцентриситет орбиты, $\dot{\phi} = \omega$ - угловая скорость вращения головного спутника. В данной диссертационной работе рассматриваются орбиты с параметром $e \ll 1$, поэтому, будем считать, что члены в правых частях уравнений системы (9), связанные с эллиптичностью орбиты, вклада в динамику системы не внесут в силу малости.

В точке с Лагранжевой координатой s_m выполняется динамическое гра-

ничное условие (уравнения движения груза), связывающее части троса 1 и 2:

$$\begin{cases} m \frac{d^2}{dt^2}(s_m + x_m) = N_x - 2\omega m \frac{dy_m}{dt} + 3\omega^2 m(s_m + x_m) \\ m \frac{d^2 y_m}{dt^2} = N_y + 2\omega m \frac{dx_m}{dt} \\ m \frac{d^2 z_m}{dt^2} = N_z \end{cases} \quad (10)$$

Здесь N_x, N_y, N_z - компоненты реакции троса на груз.

Соотношения на разрыве в точке с Лагранжевой координатой $s_m(t)$, необходимые для связи частей троса запишутся следующим образом:

$$\begin{cases} \rho \frac{ds_m}{dt} \left(\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_1 - \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_2 \right) = T_2(\cos \alpha)_1 - T_1(\cos \alpha)_2 - N_x \\ \rho \frac{ds_m}{dt} \left(\left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_1 - \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_2 \right) = T_2(\cos \beta)_1 - T_1(\cos \beta)_2 - N_y \\ \rho \frac{ds_m}{dt} \left(\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_1 - \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_2 \right) = T_2(\cos \gamma)_1 - T_1(\cos \gamma)_2 - N_z \end{cases} \quad (11)$$

Система уравнений движения груза замыкается кинематическими соотношениями для элемента троса с Лагранжевой координатой $s_m(t)$ и смещением $x_m(s_m, t), y_m(s_m, t), z_m(s_m, t)$:

$$\begin{cases} \frac{d(s_m + x_m)}{dt} = \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_1 + \left(\left(1 + \frac{\partial x}{\partial s} \right)_1 \frac{ds_m}{dt} \right) = \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_2 + \left(\left(1 + \frac{\partial x}{\partial s} \right)_2 \frac{ds_m}{dt} \right) \\ \frac{dy_m}{dt} = \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_1 + \left(\frac{\partial y}{\partial s} \right)_1 \frac{ds_m}{dt} = \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)_2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s} \right)_2 \frac{ds_m}{dt} \\ \frac{dz_m}{dt} = \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_1 + \left(\frac{\partial z}{\partial s} \right)_1 \frac{ds_m}{dt} = \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s} \right)_2 \frac{ds_m}{dt} \end{cases} \quad (12)$$

В точке $s = L$ имеем динамическое граничное условие для конечной массы:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 x_L}{dt^2} = -T_L \cos \alpha_L - 2\omega M \frac{dy_L}{dt} + 3\omega^2 M(L + x_L) \\ M \frac{d^2 y_L}{dt^2} = -T_L \cos \beta_L + 2\omega M \frac{dx_L}{dt} \\ M \frac{d^2 z_L}{dt^2} = -T_L \cos \gamma_L \end{cases} \quad (13)$$

Начальные условия задачи выглядят следующим образом:

для троса: $x(s, 0) = x_0(s); \frac{\partial x}{\partial t}(s, 0) = 0; y(s, 0) = z(s, 0) = 0;$

$\frac{\partial y}{\partial t}(s, 0) = \frac{\partial z}{\partial t}(s, 0) = 0;$

для груза: $x_m(s_m, 0) = 0; \frac{dx_m}{dt}(s_m, 0) = V_0; y(s_m, 0) = z(s_m, 0) = 0;$

$\frac{dy_m}{dt}(s_m, 0) = \frac{dz_m}{dt}(s_m, 0) = 0;$

для конечной массы: $x_L(L, 0) = X_0; \frac{dx_L}{dt}(L, 0) = 0; y(s_L, 0) = z(s_L, 0) = 0;$

$\frac{dy_L}{dt}(s_L, 0) = \frac{dz_L}{dt}(s_L, 0) = 0.$

Таким образом, системы уравнений динамики троса (9), соотношениями (11) и (12), уравнениями динамики груза (10) и конечной массы (13) в совокупности с начальными условиями и полностью описывают задачу о перемещении груза по натянутому тросу космической тросовой системы.

Для получения условий асимптотически устойчивого процесса перемещения груза по натянутому тросу от головного спутника к конечной массе, необходимо построить функцию Ляпунова по аналогии с главой 1:

$$\begin{aligned}
W = & \int_0^{s_m(t)} \frac{\rho}{2} ((\dot{x})^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) dt + \int_{s_m(t)}^L \frac{\rho}{2} ((\dot{x})^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) dt \\
& + \int_0^{s_m(t)} \int_0^\varepsilon T d\varepsilon + \int_{s_m(t)}^L \int_0^\varepsilon T d\varepsilon + \int_0^{s_m(t)} \frac{3}{2} M \omega^2 (A^2 - (s+x)^2) ds \\
& + \int_{s_m(t)}^L \frac{3}{2} M \omega^2 (A^2 - (s+x)^2) ds + \frac{M}{2} (\dot{x}_L^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \\
& + \frac{3}{2} M \omega^2 (A^2 - (L+x_L)^2)
\end{aligned} \tag{14}$$

Для производной функции Ляпунова по времени, после преобразований, справедливо следующее соотношение:

$$\dot{W} = -\rho(b^2 - (1 + \varepsilon)\dot{s}_m^2)F(s_m, x_m, t) \tag{15}$$

Где b - скорость поперечной волны в тросе, $F(s, x, t)$ - положительно определенная функция.

Для выполнения условия неположительности производной функции Ляпунова из (15) следует

$$b \geq \dot{s}_m \sqrt{(1 + \varepsilon)} \tag{16}$$

Соотношение (16) означает, что необходимым условием устойчивости процесса перемещения груза по натянутому тросу системы ограничение на скорость перемещения груза: она должна быть меньше скорости поперечной волны в тросе.

Также, пользуясь (16) и законом сохранения энергии, можно получить оценку для конечной массы, при которой конфигурация системы будет устойчива при перемещении груза по тросу:

$$M \geq 4L(1 + \varepsilon)\rho = 4m_t \tag{17}$$

Где m_t - масса троса.

Для дальнейшего анализа динамики системы представим уравнения движения элементов троса (9) в безразмерном виде. Для этого введем безразмерные величины $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \tilde{t}, \tilde{s}$ следующим образом: $x = \tilde{x}l, y = \tilde{y}l, z = \tilde{z}l, s = \tilde{s}l, t = \tilde{t}\tau$, где $\tau = \frac{l}{V_0}$.

В новых переменных система (9) запишется следующим образом (18) (далее символ " $\sim$ " опущен).

$$\begin{cases} \delta(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2})_i = \frac{\partial}{\partial s}(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0} \cos \alpha_i) - 2\frac{\omega V_0 l}{b^2}(\frac{\partial y}{\partial t})_i + 3\frac{\omega^2 l^2}{b^2}(s_i + x_i) \\ \delta(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2})_i = \frac{\partial}{\partial s}(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0} \cos \beta_i) - 2\frac{\omega V_0 l}{b^2}(\frac{\partial x}{\partial t})_i \\ \delta(\frac{\partial^2 z}{\partial t^2})_i = \frac{\partial}{\partial s}(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_0} \cos \gamma_i) \end{cases} \tag{18}$$

В системе (18) введен безразмерный параметр $\delta = \frac{V_0^2}{b^2} (b = \sqrt{\frac{E\varepsilon_0}{\rho}}$ - скорость поперечной волны, $\varepsilon_0 = \frac{3\omega^2 M(L+x_0)}{E}$ - начальная деформация). В условиях рассматриваемой задачи величина скорости поперечной волны b составляет порядка 20-25 м/с, начальная скорость V_0 порядка 2 м/с. Поэтому, для параметра δ выполняется оценка $\delta \approx 10^{-2}$.

В условиях поставленной задачи можно оценить остальные параметры системы (18): $\delta_1 = \frac{2\omega LV_0}{b^2} \approx 10^{-2}$, $\delta_2 = \frac{2\omega^2 L^2}{b^2} \approx 10^{-2}$. Следовательно, $\delta \approx \delta_1 \approx \delta_2$.

Для получения приближенного решения системы (18) воспользуемся разложением искомых величин $x(s, t)$, $y(s, t)$, $z(s, t)$ по степеням малого параметра δ . Для этого представим их следующим образом: $x(s, t) = x^0(s, t) + x^1(s, t)\delta + \bar{o}(\delta)$, $y(s, t) = y^0(s, t) + y^1(s, t)\delta + \bar{o}(\delta)$, $z(s, t) = z^0(s, t) + z^1(s, t)\delta + \bar{o}(\delta)$. Поэтому, систему (18) можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \delta(\frac{\partial^2 x_i^0}{\partial t^2} + \delta\frac{\partial^2 x_i^1}{\partial t^2}) = \frac{\partial}{\partial s}(\varepsilon_i \cos \alpha_i) - \delta(\frac{\partial y_i^0}{\partial t} + \delta\frac{\partial y_i^1}{\partial t}) + \delta(s_i^0 + \delta s_i^1 + x_i^0 + \delta x_i^1) \\ \delta(\frac{\partial^2 y_i^0}{\partial t^2} + \delta\frac{\partial^2 y_i^1}{\partial t^2}) = \frac{\partial}{\partial s}(\varepsilon_i \cos \beta_i) + \delta(\frac{\partial x_i^0}{\partial t} + \delta\frac{\partial x_i^1}{\partial t}) \\ \delta(\frac{\partial^2 z_i^0}{\partial t^2} + \delta\frac{\partial^2 z_i^1}{\partial t^2}) = \frac{\partial}{\partial s}(\varepsilon_i \cos \gamma_i) \end{cases} \quad (19)$$

Последовательно приравнивая коэффициенты одного порядка малости и при одинаковых степенях δ , получим выражения для первого приближения:

$$\frac{\partial}{\partial s}(\varepsilon_i^0 \cos \alpha_i^0) = 0; \frac{\partial}{\partial s}(\varepsilon_i^0 \cos \beta_i^0) = 0; \frac{\partial}{\partial s}(\varepsilon_i^0 \cos \gamma_i^0) = 0 \quad (20)$$

И для второго:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 x_i^0}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s}(\frac{1}{\varepsilon_0(1+\varepsilon_0)}((1 + \sin^2 \alpha_0)\frac{\partial x_i^1}{\partial s} + \cos \alpha_0 \cos \beta_0 \frac{\partial y_i^1}{\partial s} + \cos \alpha_0 \cos \gamma_0 \frac{\partial z_i^1}{\partial s})) \\ \frac{\partial^2 y_i^0}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s}(\frac{1}{\varepsilon_0(1+\varepsilon_0)}(\cos \alpha_0 \cos \beta_0 \frac{\partial x_i^1}{\partial s} + (1 + \sin^2 \beta_0)\frac{\partial y_i^1}{\partial s} + \cos \beta_0 \cos \gamma_0 \frac{\partial z_i^1}{\partial s})) \\ \frac{\partial^2 z_i^0}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s}(\frac{1}{\varepsilon_0(1+\varepsilon_0)}(\cos \alpha_0 \cos \beta_0 \frac{\partial x_i^1}{\partial s} + \cos \beta_0 \cos \gamma_0 \frac{\partial y_i^1}{\partial s} + (1 + \sin^2 \gamma_0)\frac{\partial z_i^1}{\partial s})) \end{cases} \quad (21)$$

После интегрирования системы (20) получим:

$$\begin{cases} \cos \alpha_0 = f_1(t); \\ \cos \beta_0 = f_2(t); \\ \cos \gamma_0 = f_3(t); \end{cases} \quad (22)$$

Таким образом, решение (22) означает, что в любой момент времени в нулевом приближении во всех плоскостях части троса можно представить отрезками прямой. Все динамические процессы описываются в следующем приближении. На основании этих выводов можно составить метод расчета траектории перемещаемого груза и конечной массы с учетом динамических процессов в тросе, появляющихся при движении груза: сначала рассчитываются положения

груза и конечной массы с учетом предположения о "прямоте" частей троса, затем рассматриваются волновые процессы в тросе и их влияние на весь процесс перемещение груза.

С использованием систем (10),(13) и решения (22) были проведены численное моделирование процесса перемещения груза по натянутому тросу системы. Рассматривались варианты перемещения при различных отношениях массы груза и конечной массы и различных начальных скоростях груза V_0 . В качестве прочих параметров были взяты угловая скорость $\omega = 0.00011 \text{ с}^{-1}$, конечная масса $M = 14 \text{ кг}$, длина троса в начальный момент времени $L = 30000 \text{ м}$, линейная плотность материала троса $\rho = 0.00018 \text{ кг/м}$. Рассматривались разные сценарии перемещения груза от головного спутника к конечной массе при различных отношениях массы груза к конечной массе и начальных скоростях груза. Численные расчеты проводились методом Рунге-Кутты 4 порядка для ОДУ и методом конечных разностей 2 порядка для УРЧП.

Для верификации полученных результатов этот же процесс перемещения был смоделирован классическим "волновым" методом. Для расчета нелинейных уравнений динамики троса использовался метод характеристик. Результаты сравнения представлены на рис.9 - рис.11.

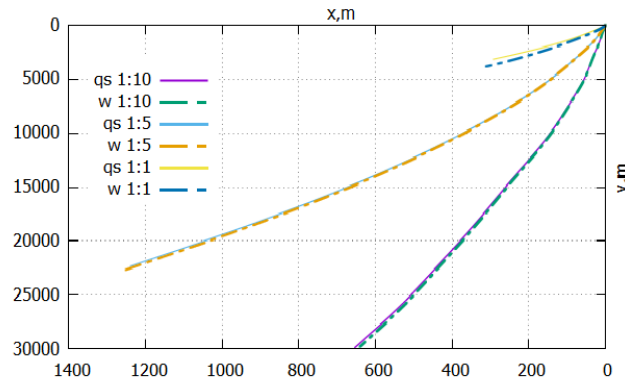


Рис. 9: Траектории движения груза в плоскости (x,y) при разных отношениях масс, рассчитанные квазистатическим (qs) и волновым(w) методами

Траектории груза при разных отношениях масс показаны на рис.9 (начальная скорость 2 м/с). Траектории движения конечной массы при тех же отношениях представлены на рис.10. Для двух типов расчетов применялись разные критерии остановки численного счета. Для квазистатического метода условием остановки было изменение совокупной длины двух прямолинейных частей троса в меньшую сторону (трос не работает на сжатие). Для волнового метода - падение натяжения на конечной массе до нуля. На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы: при отношении масс 1:10 процесс перемещения был завершен, то есть, груз достиг конечной массы (координаты груза и конечной массы совпали с заданной точностью). При

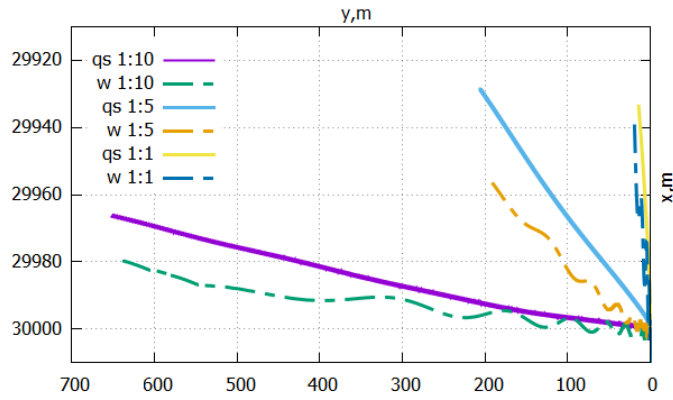


Рис. 10: Траектории окончной массы в плоскости (x,y) при разных отношениях масс, рассчитанные квазистатическим (qs) и волновым (w) методами

прочих же отношениях масс наблюдался следующий физический процесс: произошел сильный рывок окончной массы вверх (рис.10), за которым последовало неизбежное падение натяжения в тросе. Из-за этого окончная масса перестала "чувствовать" трос и продолжала движение как твердое тело на орбите в поле внешних сил. Таким образом, конфигурация системы была нарушена, а процесс перемещения признается незавершенным. Примечательно, что, несмотря на расчеты разными методами, было получено хорошее наложение результатов (особенно в части траекторий груза).

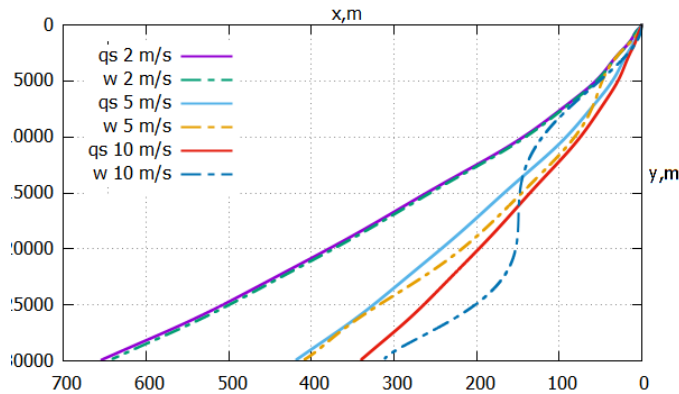


Рис. 11: Траектории груза в плоскости (x,y) при разных начальных скоростях

Совсем другая ситуация наблюдается в случае различных начальных скоростей груза (рис.11). На этом графике также изображены траектории перемещения нагрузки с различными начальными скоростями: 2, 5, 10 м/с. Во всех трех случаях груз успешно переместился к окончной массе. В дальнейшем, переместившейся груз и окончная масса начинают совместное движение после абсолютно неупругого удара.

Таким образом, в второй главе было показано, что основной вклад в формирование конфигурации системы вносят величины, определяемые взаимным

движением конечной массы и груза. Сам процесс перемещения можно считать квазистатическим и асимптотически устойчивым в случае, когда скорость движения груза по тросу меньше скорости поперечной волны в тросе. Для этого случая был предложен способ моделирование процесса перемещения, с помощью которого можно дать качественную оценку успешности перемещения в зависимости от параметров системы (отношения масс, начальных скоростей).

В **третьей** главе рассматриваются волновые процессы, возникающие в тросе, на стадии окончания размотки/перемещения груза к конечной массе и превышении скоростью груза скорости поперечной волны в тросе.

По окончании процесса размотки, рассмотренного в главе 1, распространяющиеся в тросе продольно-поперечные колебания существенно влияют на положение конечной массы, и, следовательно, общую динамику системы. Продольная волна в тросе при достижении конечной массы влияет на характер ее движения - конечная масса тормозит более интенсивно. Это связано, в первую очередь, с высокой скоростью прохода продольной волны в тросе (порядка 10000 м/с) и уменьшением влияния силы Кориолиса вследствие уменьшения скорости. Те же самые эффекты имеют место быть и при торможении груза об конечную массу по окончании процесса перемещения (глава 2).

Связь волновых процессов и общей динамики системы можно увидеть на графике зависимости натяжения от времени, полученных на головном спутнике Foton эксперимента YES-2 (рис.12). На графике видно, что по окончании процесса размотки (момент времени 8636 секунд), последовал проход трех продольных волн (скачки натяжения с интервалом порядка 6,4 секунд), за которыми последовало падение натяжения до 0. Это означает потерю конечной массы вследствие отсутствия воздействия на нее со стороны троса.

В случае же наличия управления размоткой на финальном этапе, наблюдается иная картина. Теоретический профиль натяжения от времени на финальном этапе размотки представлен на рис.13. Несмотря на воздействие продольных волн, при наличии управления натяжением (7), не происходит падения натяжения до 0, и, следовательно, конфигурация системы сохраняется.

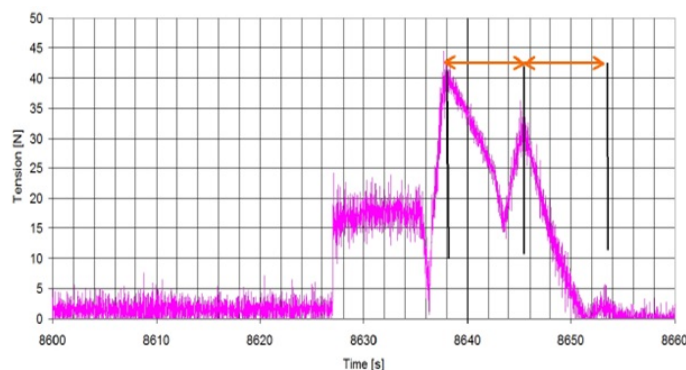


Рис. 12: Зависимость натяжения от времени в рамках эксперимента YES-2

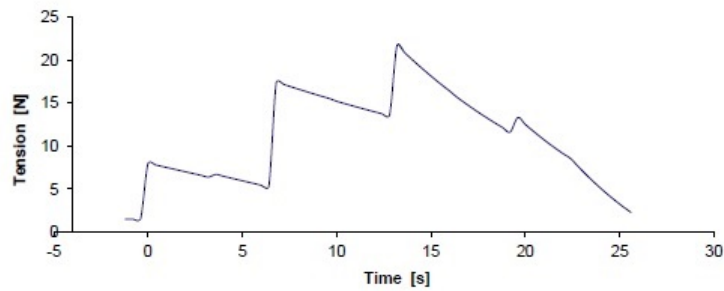


Рис. 13: Теоретический профиль натяжения на головном спутнике на финальном этапе размотки с управлением

Падение натяжения в конце размотки связано с характером движения конечной массы. Под влиянием проходящих и отраженных продольных волн в тросе, продольная составляющая скорости конечной массы сначала обращается в 0, а затем приобретает обратный знак (рис.14). Это означает возвратное движение по направлению к головному спутнику. В случае же наличия управления (7) (рис. 15) продольная составляющая остается в районе 0, то есть, конечная масса совершает маятниковые колебания, которые стабилизируются с помощью (6).

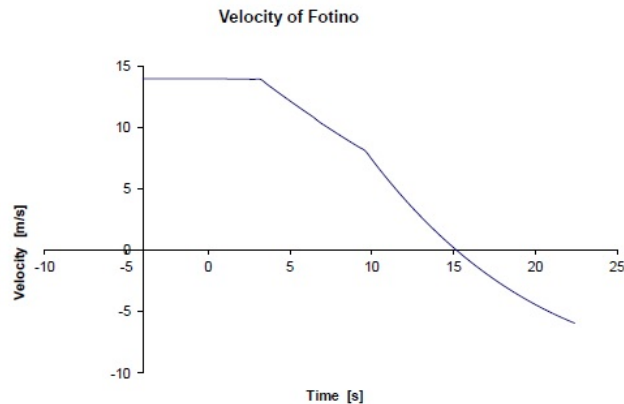


Рис. 14: Теоретический профиль скорости конечной массы на финальном этапе размотки без управления

Аналогичный характер движения наблюдается и после абсолютно неупругого удара перемещенного груза об конечную массу. На рис.16 показана зависимость продольной составляющей скорости конечной массы (с присоединенным к ней грузом) от времени при различных начальных скоростях движения массы (которые зависят от скорости "пришедшего" груза). Видно, что при любой начальной скорости при отсутствии управления конечная масса начинает

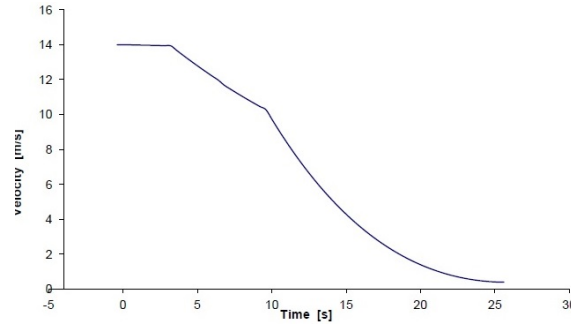


Рис. 15: Теоретический профиль скорости оконечной массы на финальном этапе размотки с управлением

возвратное движение к головному спутнику. Этот факт еще раз подтверждает необходимость управления системой.

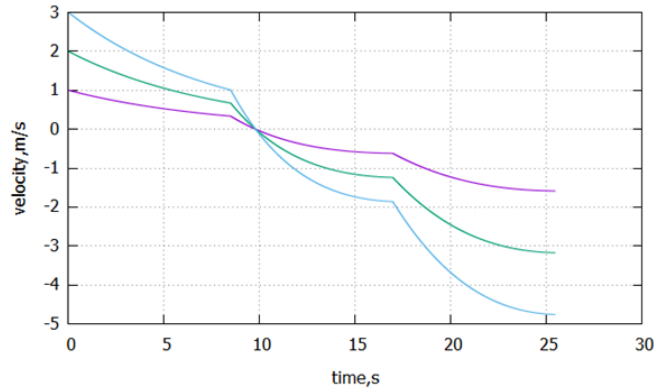


Рис. 16: Зависимость продольной составляющей скорости оконечной массы от времени после абсолютно неупругого удара

Влияние волновых процессов, также, явно проявляется в случае достижения и превышения скоростью движения груза по тросу скорости поперечной волны в нем. В этом случае, конфигурация системы будет изменяться следующим образом. При достижении продольной скоростью груза скорости поперечной волны будет наблюдаться конфигурация, представленная на рис.17.

При движении груза со скоростью равной скорости поперечной волны в тросе (конфигурация (1) на рис.17) в трос между перемещаемым грузом и оконечной массой будет делиться на две части, между которыми будет прямой угол. В случае же движения груза со скоростью, превышающей скорость поперечной волны в тросе будет образовываться острый угол ϕ между частями троса, величина которого будет определяться из соотношения:

$$tg\phi = tg\alpha \frac{V_m}{V_m - b} \quad (23)$$

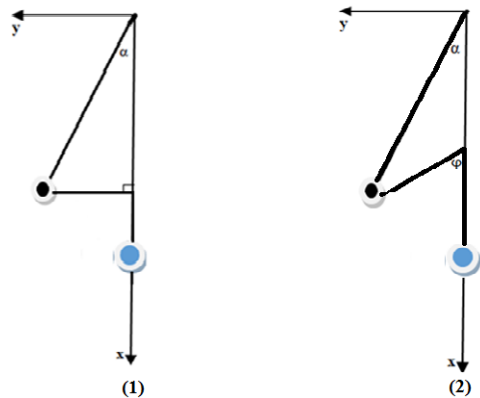


Рис. 17: конфигурация системы при скорости движения равной скорости поперечной волны (1) и выше скорости поперечной волны (2).

При этом, в обоих случаях конечная масса будет равномерно подниматься вертикально вверх до тех пор, пока ее положение относительно оси oX не сравняется с положением груза (который, впрочем, будет гораздо сильнее смещен относительно оси oY вследствие большего воздействия силы Кориолиса). После этого произойдет рывок троса, падения натяжения и "потеря" конечной массы.

В **заключении** перечислены основные результаты диссертации и выражены благодарности научному руководителю доктору физико-математических наук, доценту Малашину Алексею Анатольевичу и коллективу кафедры газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

В **списке литературы** приведены работы, на которые делаются ссылки в основном тексте.

Основные выводы и результаты диссертации

1. Представлена полная математическая модель тросовой системы, пригодной для перемещения нагрузки (пойманный космический мусор, иные нежелательные элементы, полезные нагрузка) между орбитами, или космическими аппаратами. Отличительной чертой предложенного подхода является моделирование гибкой связи (троса) методами механики деформируемого твердого тела, что позволяет комплексно описывать динамику всей системы;
2. Аналитически найдены условия, обеспечивающие устойчивость процесса размотки троса с конечной массой вдоль предварительно заданной траектории. На основании полученных условий предложена принципиальная схема устройства управления размоткой и стабилизации системы в размотанном состоянии. Моделирование процесса размотки подтвердило правильность найденных условий и работоспособность предложенных механизмов;

3. Аналитически найдены условия устойчивости процесса перемещения груза по тросу от головного спутника к конечной массе. Получены уравнения динамики системы в приближениях (нулевом и первом), на основании которых предложен механизм расчета динамики системы и расчета ее конфигурации. Было проведено моделирование процесса перемещения груза и показана зависимость динамики системы от выбора ее начальных параметров (отношения конечной массы к массе груза, начальная скорость перемещения).
4. Показано влияние волновых процессов на стадии торможения нагрузки в процессе размотки и при достижении перемещаемым по тросу грузом конечной массы. Распространяющиеся в тросе продольные колебания на этих этапах функционирования системы приводят к сильному отклонению конечной массы от первоначального положения и падению натяжения троса на конечной массе до 0 (что означает ее потерю).
5. Рассмотрен случай превышения продольной скоростью груза, движущегося по тросу, скорости поперечной волны в тросе. Получена конфигурация и проанализирована динамика тросовой системы в этом случае .

Публикации соискателя по теме диссертации

Научные статьи, опубликованные в рецензируемых журналах, индексируемых в международных базах Scopus, WoS, RSCI:

1. *A. A. Malashin, N. N. Smirnov, O.Y. Bryukvina, P.A.Dyakov.* Dynamic control of the space tethered system // Journal of Sound and Vibration (Impact Factor 4.08). — 2017. — Volume 389. — P. 41–51.
2. *Diakov P.A., Malashin A.A., Smirnov N.N.* Problem of load transportation along a space tethered system // Acta Astronautica (Impact Factor 2.43). — 2018. — Volume 150. — P. 44–48.
3. *Diakov P. A., Malashin A. A., Smirnov N. N.* Dynamic processes in the tether of a space tethered system // Acta Astronautica (Impact Factor 2.43). — 2019. — Volume 163. — P. 100–106.
4. *Diakov P. A., Malashin A. A., Smirnov N. N.* Estimation of parameters of the space tethered system for stable load transportation along the tether // Acta Astronautica (Impact Factor 2.43). — 2021.- Volume 181. - P. 602-605.

Иные публикации:

5. *Diakov P. A., Malashin A. A., Smirnov N. N.* Application of space tethered systems for space debris removal // Proc. 7th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 18–21 April 2017, published by the ESA Space Debris Office, Edited by T. Flohrer and F. Schmitz.— P. 51-53.

6. *Дьяков П. А., Смирнов Н. Н., Малашин А. А.* Применение тросовых систем для очистки космического пространства от элементов космического мусора // Тезисы конференции Ломоносовские чтения-2017 (МГУ, Россия, 17-26 апреля 2017). Секция Механики. — НИИ механики МГУ, Москва. — С. 20–21.
7. *А.А. Малашин, Ю. А. Демьянов, П. А. Дьяков.* Математическое моделирование динамики тросовой системы. // Сборник трудов II Всероссийской научно-технической конференции "Механика и математическое моделирование в технике" (Москва, МГТУ им Н.Э. Баумана, 22-23 ноября 2017 г.). — Издательство МГТУ им Н.Э. Баумана, Москва.- 2017. — С. 139–144.
8. *Дьяков П.А.* Применение тросовой системы для очистки околоземного космического пространства от космического мусора. // Материалы XXV Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов».-2018.- Электронный сборник.
9. *Дьяков П. А., Малашин А. А., Смирнов Н. Н.* Применение тросовой системы для очистки космического пространства от элементов космического мусора // Тезисы конференции Ломоносовские чтения-2018 (МГУ, Россия, 16-25 апреля 2018 г.). Секция механики. — НИИ механики МГУ, Москва. — С. 79–79.
10. *Дьяков П.А., Смирнов Н.Н., Малашин А.А.* Динамические процессы в тросовой системе, размещенной на орбите // Тезисы конференции Ломоносовские чтения-2019 (15-22 апреля 2019). Секция механики. — НИИ механики МГУ, Москва. — С. 63–64.
11. *Малашин А. А., Дьяков П. А.* Влияние волн и колебаний на динамику космической тросовой системы // Труды XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. — Т. 1 из Механика жидкости и газа. — РИЦ БашГУ Уфа, 2019. — С. 700–701.
12. *Дьяков П.А., Малашин А.А.* Моделирование динамики космических тросовых систем // Тезисы конференции Ломоносовские чтения-2020 (19-31 октября 2020 г.). Секция механики. — НИИ механики МГУ, Москва. — С. 84–85.
13. *Дьяков П.А., Малашин А.А.* Особенности моделей космических тросовых систем // Ломоносовские чтения-2021 (20-26 апреля 2021). Секция механики. — НИИ механики МГУ, Москва. — С. 84–84.
14. *Дьяков П.А., Малашин А.А.* Оценка параметров функционирования космической тросовой системы // Материалы 56-х Научных чтений, посвященных разработке научного наследия и развития идей К.Э. Циолковского, Калуга.- том 2.- С. 216–218.