МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Романов Дмитрий Сергеевич

ОБ ОЦЕНКАХ ДЛИН МИНИМАЛЬНЫХ ТЕСТОВ ДЛЯ ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ

Специальность 01.01.09 —
дискретная математика и математическая кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

МОСКВА – 2019

Работа выполнена на кафедре математической кибернетики факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова.

Научный консультант:	**Ложкин Сергей Андреевич,** доктор физико-математических наук, профессор.
Официальные оппоненты:	**Алехина Марина Анатольевна,** доктор физико-математических наук, профессор, заведующая кафедрой математики и физики Пензенского государственного технологического университета;
	Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры алгебры, геометрии и дискретной математики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского;
	Редькин Николай Петрович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры дискретной математики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Защита диссертации состоится 11 декабря 2019 г. в 16 часов 45 минут на заседании диссертационного совета МГУ.05.01 Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова по адресу: Москва, Ленинские горы, д. 1, Главное здание МГУ, ауд. 14-08.

E-mail: `vasenin@msu.ru`.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Москва, Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: `https://istina.msu.ru/dissertations/241146111/`.

Автореферат разослан 10 октября 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к. ф.-м. н., с. н. с. М. Кривчиков М. А. Кривчиков

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В диссертационной работе исследуются вопросы построения близких к минимальным тестов для логических схем. Тематика относится к теории надежности и контроля управляющих систем — одного из важных разделов математической кибернетики.

Схемы из функциональных элементов (СФЭ), контактные схемы (КС) и обобщенные итеративные контактные схемы (ОИКС) представляют собой различные типы логических схем без памяти, реализующих булевы функции или системы булевых функций.

Одним из подходов к распознаванию наличия неисправностей в вычислительных устройствах является тестовый подход, методология которого основана на генерации на входах вычислительного устройства некоторых входных воздействий и на анализе информации, появляющейся на выходах устройства. Основоположниками математической теории тестового контроля работы схем являются С. В. Яблонский и И. А. Чегис, опубликовавшие в 1955 г.[1] и в 1958 г.[2] пионерские работы по тестированию логических схем.

Рассмотрим применение тестового подхода к логическим схемам без памяти. Допустим, на схему мог подействовать источник неисправностей, способный преобразовать эту схему в некоторую схему из конечного перечня (обычно такой перечень восстанавливается однозначно по исходной схеме полным перебором тех неисправностей, которые могут быть вызваны источником неисправностей). Предполагается, что источник неисправностей к моменту начала исследования схемы прекратил производить в схеме изменения, т. е. в ходе исследования схемы вид схемы меняться не может. Тестовое исследование схемы заключается в подаче на входы схемы входных наборов и анализе выдаваемых при этом выходных значений. Множество входных наборов схемы называется проверяющим тестом (ПТ) тогда и только тогда, когда по этому множеству с точностью до функциональной эквивалентности можно распознать факт наличия неисправности. Множество входных наборов схемы называется диагностическим тестом (ДТ) тогда и только тогда, когда по этому множеству с точностью до функциональной эквивалентности можно распознать тип неисправности. Число наборов в тесте называется длиной

[1]Яблонский С.В., Чегис И. А. О тестах для электрических схем // Успехи матем. наук. — 1955. — Т. 10, вып. 4(66). — С. 182–184.

[2]Чегис И. А., Яблонский С. В. Логические способы контроля работы электрических схем // Труды МИАН СССР. — Т. 51. — М.: МИАН СССР, 1958. — С. 270–360.

теста. Тест минимальной длины называется минимальным. Если источник неисправностей может вызвать не более чем одну поломку в схеме, то тест относительно этого источника называется единичным; если же число поломок может быть любым, то тест относительно этого источника называется полным. В работе используется понятие тривиальной неисправности — такой неисправности, при возникновении которой для любого набора входных значений и для любого входа элемента (выхода элемента, входа схемы) у исходной и неисправной схем значения на указанном входе элемента (выходе элемента, входе схемы соответственно) совпадают. (Контакт в КС при этом можно считать элементом схемы, его состояния на входных наборах «разомкнут», «замкнут» — значениями на выходах элемента, а значения приписанной контакту переменной — значением на входе элемента). Схему будем называть тестопригодной тогда и только тогда, когда любая нетривиальная неисправность меняет функционирование схемы. Схема, тестопригодная относительно источника одиночных поломок (поломок, при которых неисправность в схеме возникает в единственном месте — на входе или выходе какого-то элемента или на входе схемы), называется неизбыточной. Отметим, что классическое определение неизбыточной схемы не предполагает, в отличие от сформулированного здесь определения, исключения тривиальных неисправностей (это замечание можно распространить и на тестопригодные схемы), и что в работах К. А. Попкова рассматриваются неизбыточные (и даже тестопригодные) схемы именно в таком смысле; для результатов из остальных работ используемая в диссертации корректировка понятий неизбыточности и тестопригодности несущественна. Под длиной минимального теста для системы булевых функций будем подразумевать минимум — по всем тестопригодным схемам, реализующим эту систему булевых функций, — длины минимального теста для схемы, или же ноль, если таких тестопригодных схем нет. Под функцией Шеннона (ФШ), зависящей от натурального аргумента n, длины теста будем подразумевать максимум — по всем неконстантным булевым функциям, существенно зависящим от n переменных, — длины минимального теста для булевой функции. Требование тестопригодности (как и неизбыточности) схем, учитываемых в определении длины теста для системы булевых функций, возникает естественным образом, — дабы избежать вырожденности ряда задач тестирования, связанной с самокорректированием схем. Константы же исключены из рассмотрения в определении ФШ, т. к. в ряде классов управляющих систем для них нет неизбыточных (во вводимом в этой работе смысле) схем или схем без дополнительных переменных.

Именно вопросам построения минимальных или близких к минимальным тестов для схем без памяти, а также синтезу легкотестируемых схем и посвящена диссертация.

В нижеследующий обзор входят только близкие к результатам диссертации факты, касающиеся всех или почти всех булевых функций.

Тесты для входов схем. Обзор результатов начнем с результатов по тестам для входов схем (точнее говоря, с результатов по тестам относительно неисправностей, затрагивающих лишь входы схем).

Константные неисправности на входах схем. Первый общий результат по тестам для входов схем был получен в 1972 г. К. Д. Вейссом[3]: для $n \geqslant 5$ было установлено, что ФШ длины полного ПТ при константных[4] неисправностях на входах схем не превышает $2n-4$. Уже́ в 1975 г. В. Н. Носков[5] нашел при $n \geqslant 136$ точное значение этой величины и равенство ее аналогичной ФШ длины единичного ПТ: $2n-2t+1$, если $n = 2^{t-1}+t$, и $2n-2t$, если $2^{t-1}+t < n \leqslant 2^t + t$. Г. Р. Погосян[6] распространил этот результат на k-значный случай при всех $k \geqslant 2$ и $n \geqslant 1$ (1982 г.). В. Н. Носков установил для ФШ длины ДТ при константных неисправностях на входах схем следующие оценки: точное значение $2n$ для единичного теста[7] (1978 г.), асимптотику логарифма $k\log_2(n/k)$ для k-кратных неисправностей при $n \to \infty$ и $k = o(n)$, а также пределы от $2^{\lceil \frac{n}{2} \rceil} - 1$ до $4(n+1)^3 \cdot 2^{0{,}773n}$ для случая полного теста[8] (1974 г.). Г. В. Антюфеев[9] (2016 г.) поднял нижнюю оценку ФШ длины полного

[3]Weiss C. D. Bound of the length of terminal stuck-fault tests // IEEE Transactions on Computers. — 1972. — Vol. C-21, No. 3. — Pp. 305–309.

[4]Здесь и далее, если не оговорено противное, под константными неисправностями понимаются произвольные константные неисправности.

[5]Носков В. Н. О сложности тестов, контролирующих работу входов логических схем // Дискретный анализ. — Вып. 27. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1975. — С. 23–51.

[6]Погосян Г. Р. О проверяющих тестах для логических схем. — М.: ВЦ АН СССР, 1982. — 57 с. Кудрявцев В. Б., Гасанов Э. Э., Долотова О. А., Погосян Г. Р. Теория тестирования логических устройств. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 160 с.

[7]Носков В. Н. О длинах минимальных единичных диагностических тестов, контролирующих работу входов логических схем // Методы дискретного анализа в синтезе управляющих систем. — Вып. 32. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1978. — С. 40–51.

[8]Носков В. Н. Диагностические тесты для входов логических устройств // Дискретный анализ. — Вып. 26. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1974. — С. 72–83.

[9]Антюфеев Г. В., Романов Д. С. Об оценках функции Шеннона длины диагностического теста при локальных константных неисправностях на входах схем // Вопросы радиоэлектроники. Серия ЭВТ. — 2016. — № 7. — С. 49–51.

ДТ до величины, асимптотически равной $2^{\lceil \frac{n}{2} \rceil + 1}$. Для почти всех булевых функций В. Н. Носковым было установлено существование единичного ПТ длины 3, минимального полного ПТ[5] длины от $\frac{n}{2} \cdot (1 + o(1))$ до $\frac{2n}{3} \cdot (1 + o(1))$ (1975 г.) и минимального единичного ДТ логарифмической длины[7] (1978 г.). Для случая однотипных константных неисправностей на входах схем К. А. Попков[10] в 2016 г. получил строгую нижнюю оценку ФШ длины полного ДТ $\frac{2^{n/2} \cdot \sqrt[4]{n}}{2\sqrt{n + 0{,}5 \log_2 n + 2}}$. Естественным обобщением константных неисправностей на входах схемы являются вытеснения переменных. Пусть каждая переменная булевой функции является *вытесняемой* или *вытесняющей*. Под *вытеснением* переменных понимается подстановка вместо этих переменных произвольных функций, зависящих только от вытесняющих переменных. Е. В. Морозов[11] в 2015 г. установил следующие асимптотические оценки ФШ длины полного теста при вытеснениях переменных: $2n - \log_2 n(1 + o(1))$ для ПТ, 2^n для ДТ.

Инверсные неисправности входов схем. Г. Р. Погосян установил[6], что ФШ длины ПТ при инверсиях входов схем для случая единичного теста имеет вид $n - t$ при $n \in [2^{t-1} + t; 2^t + t]$, а для случая полного теста лежит в пределах от $n - 1$ до n. Фактически, С. Р. Беджановой[12] было в 2008 г. установлено значение $2^n - 1$ ФШ длины полного ДТ при инверсиях входов схем (именно, доказана нижняя оценка при простой верхней).

Слипания входов схем. Для ФШ длины теста при дизъюнктивных (при конъюнктивных) слипаниях входов схем известны следующие результаты: точное значение $n - 1$ для полного ПТ (Г. Р. Погосян[6], 1982 г.), нижняя оценка $\Omega(\frac{2^n}{\sqrt{n}})$ для единичного ДТ[13] (2014 г.). Известно точное значение $2n - 2$ ФШ длины полного ПТ при дизъюнктивных и конъюнктивных слипаниях входов схем (А. А. Икрамов[14], 2013 г.). Е. В. Морозовым в 2013–2015 гг. был доказан ряд оценок ФШ длины теста при

[10]Попков К. А. Нижние оценки длин полных диагностических тестов для схем и входов схем. — Препринт № 60 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. — 12 с.

[11]Морозов Е. В. О полных тестах относительно вытесняющих неисправностей входов схем // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. — 2015. — № 1. — С. 55–59.

[12]Беджанова С. Р. О минимальных тестах для схем, реализующих дизъюнкцию // Дискретн. анализ и исслед. опер. — 2008. — Т. 15, № 2. — С. 3–11.

[13]Морозов Е. В. О тестах относительно множественных монотонных симметрических слипаний переменных в булевых функциях // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2014. — № 4. — С. 20–27.

[14]Икрамов А. А. О сложности тестирования логических устройств на некоторые типы неисправностей // Интеллектуальные системы. — 2013. — Т. 17, № 1–4. — С. 311–313.

слипаниях входов схем: для полного ПТ при линейных слипаниях входов схем доказано асимптотическое поведение $0,5n^2$, для полного ДТ при линейных слипаниях входов схем установлено[15] точное значение 2^n, для единичного ДТ при слипаниях входов схем под действием множества функций такого, что для любого натурального k в нем имеется функция от k переменных, доказана нижняя оценка $\Omega\left(\frac{2^{\frac{n}{2}}}{\sqrt[4]{n}}\right)$, для полного ДТ при существенных линейных слипаниях входов схем доказана[16] асимптотическая верхняя оценка $2^{0,773n}$, для полного ПТ при монотонных симметрических слипаниях входов схем определены нижняя оценка $2n$ и верхняя оценка $\frac{n^2}{2} + O(n \log n)$, для полного ДТ при монотонных симметрических слипаниях входов схем найдено[13] точное значение 2^n. При некоторых ограничениях на n и k установлены асимптотики ФШ длины единичных тестов при локальных k-местных слипаниях входов схем: $2^{k-1}(n-k)$ для ПТ (И. А. Кузнецов и Д. С. Романов, 2009 г., теорема 2.1 диссертации и следствие из нее), $2^k(n-k)$ для ДТ (Д. С. Романов, 2010 г., теорема 2.6 диссертации). Е. В. Морозовым[17] в 2015 г. исследовались полные ПТ при локальных линейных k-местных слипаниях входов схем (в определении ФШ длины теста при этом учитывались все булевы функции n переменных).

Перестановки входов схем и близкие неисправности. Н. И. Глазунов и А. П. Горяшко в 1986 г. получили[18] нижнюю оценку $0,25n \log n \cdot (1 + o(1))$ ФШ длины единичного ПТ при транспозициях входов схем. Д. С. Романов доказал, что ФШ длины единичного ПТ при транспозициях входов схем и полного ПТ при перестановках входов схем, как и при действии группы Джевонса на входы схем, ведут себя как $\Theta(n \log n)$ (2012 г., теорема 3.3 диссертации), что ФШ длины полного ДТ при перестановках входов схем асимптотически равна 2^n (теорема 3.4 диссертации), а также, что ФШ длины единичного ДТ при транспози-

[15] Морозов Е. В. О тестах относительно множественных линейных слипаниях переменных в булевых функциях // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2014. — № 1. — С. 22–25.

[16] Морозов Е. В. О единичных диагностических тестах относительно слипаний переменных в булевых функциях // Прикладная математика и информатика. — М.: МАКС Пресс, 2013. — № 44. — С. 103–113.

[17] Морозов Е. В., Романов Д. С. Проверяющие тесты для булевых функций при линейных локальных неисправностях входов схем // Дискретный анализ и исследование операций. — 2015. — Т. 22, № 1. — С. 51–63.

[18] Глазунов Н. И., Горяшко А. П. Об оценках длин обнаруживающих тестов для классов неконстантных неисправностей входов комбинационных схем // Изв. АН СССР. Сер. «Техническая кибернетика». — 1986. — № 3. — С. 197–200.

циях входов схем асимптотически равна $0,5n^2$ (2007 г., теорема 3.5 диссертации). Действие источника примитивных сдвигов переменных влево заключается в одновременном увеличении индексов всех переменных на некоторое натуральное число и в подстановке на места переменных с индексами, бóльшими n, некоторых констант. Г. В. Антюфеев установил[19] в 2013 г., что ФШ длины полных тестов при примитивных сдвигах входов схем имеют следующий вид: в точности 2 в случае ПТ и $\Theta(2^{0,5n})$ в случае ДТ.

Смешанные неисправности входов схем. Точно или с погрешностью до аддитивной константы в работах Г. Р. Погосяна[6] 1982 г. и А. А. Икрамова[14] 2013 г. было установлено линейное по n поведение ФШ длин ПТ при смешанных неисправностях некоторых видов на входах схем (при этом смешивались константные неисправности, инверсные неисправности и дизъюнктивные слипания). В. Н. Носковым[20] и Н. Н. Нурмеевым[21] рассматривались классы произвольных неисправностей, преобразующих информацию на не более чем k входах, и было доказано, что для почти всех булевых функций n переменных при постоянном k существует стандартный ДТ логарифмической по n длины и что при случайном выборе множества наборов некоторой логарифмической по n мощности при постоянном k это множество почти всегда образует ДТ.

Тесты для СФЭ. Теперь опишем результаты, в которых оценивались длины тестов для реализуемых или моделируемых схемами из функциональных элементов произвольных булевых функций. Следует отметить, что в англоязычных публикациях по тестированию СФЭ в отличие от русскоязычных обычно рассматривается моделирование, а не реализация булевых функций схемами (т. е. нужная булева функция получается из реализуемой подстановкой констант), кроме того, функциональные элементы, реализующие константы, не вводятся (константы могут подаваться на входы схем). В этом обзоре считается, что к базисам

[19] Романов Д. С., Антюфеев Г. В. О тестах относительно примитивных сдвигов переменных в булевых функциях // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. — 2013. — Вып. 2. — С. 64–68.

[20] Носков В. Н. Об универсальных тестах для диагностики одного класса неисправностей комбинационных схем // Методы дискретного анализа в решении экстремальных задач. — Вып. 33. — Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1979. — С. 41–52.

[21] Нурмеев Н. Н. Об универсальных диагностических тестах для одного класса неисправностей комбинационных схем // Вероятностные методы и кибернетика. — Вып. 18. — Казань: Изд-во КазГУ, 1982. — С. 73–76.

из англоязычных публикаций при необходимости добавлены элементы, реализующие константы.

Следует подчеркнуть, что упоминаемые далее оценки длин единичных тестов для булевых функций, реализованных с помощью СФЭ, взятые из работ К. А. Попкова, получены в рамках классического определения неизбыточных схем (где неизбыточной считается схема, меняющая функционирование при любой одиночной неисправности), и при этом требование неизбыточности для полных тестов почти всюду можно заменить на требование тестопригодности (также без рассмотрения тривиальных неисправностей). Разночтения (с точки зрения определений диссертации) касаются, по существу, только случаев трактовки возможности константной неисправности типа “p” у функционального элемента, на выходе которого в отсутствие неисправностей в схеме реализуется константа p (в работах К. А. Попкова такие неизбыточные схемы не допускаются); при этом, скажем, некоторые доказательства нижних оценок ФШ длин единичных тестов в тех случаях, где разночтение в определениях имеет место, не проходят в рамках принятых в диссертации определений. Отметим, что в ряде работ проблема неисправности типа “константа p” у функционального элемента “константа p” решается фактическим полаганием константных функциональных элементов абсолютно надежными.

Единичные ПТ при произвольных константных неисправностях на входах и выходах элементов и, в ряде случаев, на входах схем. С. М. Редди в 1972 г. доказал[22], что в базисе Жегалкина любую булеву функцию n переменных можно смоделировать схемой с одним дополнительным входом, допускающей универсальный (не зависящий от булевой функции n переменных) единичный ПТ длины не более $n+4$ относительно константных неисправностей на входах и выходах элементов. В 1974 г. К. Л. Кодандапани понизил[23] эту оценку на 1, а Н. П. Редькин указал[24], как получить ту же оценку $n+3$ без введения дополнительного входа, но с потерей универсальности теста. Кроме того, С. М. Редди установил[22], что при рассмотрении еще и одиночных константных неисправностей на входах схем требуется не более чем $3n+4$ набора, но при добавлении двух дополнительных выходов это количество можно понизить до $n+4$.

[22]Reddy S. M. Easily testable realization for logic functions // IEEE Trans. Comput. — 1972. — Vol. 21, Iss. 1. — Pp. 124–141.

[23]Kodandapani K. L. A note on easily testable realizations for logic functions // IEEE Transactions on Computers. — 1974. — Vol. C-23, No. 3. — Pp. 332–333.

[24]Редькин Н. П. Надежность и диагностика схем. — М.: Изд-во МГУ, 1992. — С. 113–116.

Т. Хираямой, Г. Кодой, И. Нишитани и К. Шимидзу (1999 г.) доказано[25], что для любой булевой функции n переменных в бесконечном базисе, состоящем из сложения по модулю 2, константы 1, а также конъюнкций и дизъюнкций всевозможных арностей, с $\lceil\sqrt{n}\rceil+1$ дополнительными входами можно строить тестопригодные схемы, допускающие единичный ПТ длины не более $2\sqrt{n}\cdot(1+o(1))$ относительно константных неисправностей на входах и выходах элементов. В 2000 г. У. Калай, Д. В. Холл и М. А. Перковски установили[26], что для произвольной функции алгебры логики f (от n переменных) при реализации этой функции СФЭ в бесконечном базисе из констант, двуместного сложения по модулю 2 и конъюнкций всевозможных арностей при добавлении трех дополнительных входов и одного дополнительного выхода все одиночные константные неисправности в схеме (на входах схем, на входах и на выходах элементов) можно обнаружить на $n+6$ наборах. Д. С. Романовым доказано, что а) в базисе Жегалкина (и еще в одном близком базисе) ФШ длины единичного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на входах и выходах элементов не превосходит 16 (2016 г., теорема 5.2 диссертации), б) в базисе Жегалкина (и еще в одном близком базисе) ФШ длины единичного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на входах и выходах элементов и на входах схем ведет себя как $2n-2\log_2 n+\Theta(1)$ (2016 г., теорема 5.3 диссертации), а также, что в) в базисе Жегалкина (и еще в одном базисе) любую булеву функцию n переменных можно реализовать неизбыточной СФЭ с n входами и двумя дополнительными выходами, допускающей единичный ПТ длины не более 17 относительно произвольных константных неисправностей на входах и выходах элементов и на входах схем (2017 г., теорема 5.4 диссертации).

Единичные ПТ при произвольных константных неисправностях на выходах элементов. С. С. Колядой (2011–2013 гг.) установлено[27], что для любого $n\in\mathbb{N}$ в произвольном полном базисе имеет место верхняя оцен-

[25]Hirayama T., Koda G., Nishitani Y., Shimizu K. Easily testable realization based on OR-AND-EXOR expansion with single-rail inputs // IEICE Trans. Inf. & Syst. — 1999. — Vol. E-82D, No. 9. — Pp. 1278–1286.

[26]Kalay U., Hall D. V., Perkowski M. A. A minimal universal test set for self-test of EXOR-Sum-of-Products circuits // IEEE Transactions on Computers. — 2000. — Vol. 49, No. 3. — Pp. 267–276.

[27]1) Коляда С. С. О единичных проверяющих тестах для константных неисправностей на выходах функциональных элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. — 2011. — № 6. — С. 47–49. 2) Коляда С. С. Единичные проверяющие тесты для схем из функциональных элементов в базисах из элементов, имеющих не более двух входов // Дискретный анализ и исследование операций. — 2013. — Т. 20, № 2. — С. 58–74. 3) Коляда С. С. Единичные проверяющие тесты для

ка $n + 3$ ФШ длины единичного ПТ относительно константных неисправностей на выходах элементов. Д. С. Романовым доказано, что ФШ длины единичного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов в СФЭ над произвольным конечным полным базисом лежит в пределах от 2 до 4 (2014 г., § 4 диссертации). К. А. Попков доказал[28], что в любом полном базисе, содержащемся в множестве элементарных конъюнкций с одинаковыми степенями переменных, линейных функций двух переменных и функций, представляющих собой конъюнкцию $x_1\bar{x}_2$ и некоторой функции, при $n \geqslant 3$ ФШ длины единичного ПТ относительно константных неисправностей на выходах элементов не меньше трех (2016 г.) Он же установил[29], что в базисе «конъюнкция, отрицание, сумма по модулю 2 трех переменных» ФШ длины единичного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов равна двум (2018 г.; при этом найдены длины минимальных тестов для всех булевых функций).

Единичные ПТ при однотипных константных неисправностях на выходах элементов. Ю. В. Бородиной установлено, что в стандартном базисе равна двум ФШ длины единичного ПТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов[30] при $n > 1$ (2008 г.), в базисе Жегалкина равна единице ФШ длины единичного ПТ относительно однотипных константных неисправностей «константа 1» на выходах элементов[31] (2008 г.). К. А. Попков доказал[28] (2016 г.), что а) в любом полном базисе, не содержащем константы 1 и содержащемся в множестве монотонных функций и функций, представляющих собой конъюнкцию отрицания переменной и некоторой функции, при $n \geqslant 3$ ФШ длины единичного ПТ относительно однотипных константных неисправностей «константа 1» на выходах элементов не меньше двух, б) в

схем из функциональных элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. — 2013. — № 4. — С. 32–34.

[28]Попков К. А. Нижние оценки длин единичных тестов для схем из функциональных элементов. — Препринт № 139 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. — 20 с.

[29]Попков К. А. Короткие единичные тесты для схем при произвольных константных неисправностях на выходах элементов. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 033. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. — 16 с.

[30]Бородина Ю. В. О синтезе легкотестируемых схем в случае однотипных константных неисправностей на выходах элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2008. — № 1. — С. 40–44.

[31]Бородина Ю. В. О схемах, допускающих единичные тесты длины 1 при константных неисправностях на выходах элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. 2008. — Т. 63, № 5. — С. 49–52.

любом полном базисе, не содержащем константы 1 и содержащемся в множестве монотонных функций и функций, представляющих собой дизъюнкцию отрицания переменной и некоторой функции, и таком, что отождествлением переменных из функций этого базиса можно получить двуместные конъюнкцию и дизъюнкцию, при $n \geqslant 2$ ФШ длины единичного ПТ относительно однотипных константных неисправностей «константа 1» на выходах элементов равна двум, аналогичные результаты справедливы для двойственных базисов при двойственных источниках неисправностей. Он же установил[32], что в базисе $\{x\&y,\ \bar{x}\}$ ФШ длины единичного ПТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов равны трем (2017 г.; при этом найдены длины минимальных тестов для всех булевых функций).

Единичные ПТ при инверсных неисправностях на выходах элементов. В 1999 г. Н. П. Редькин сообщил[33], что ФШ длины единичного ПТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов в стандартном базисе равна 1. С. В. Коваценко в 2000 г. доказал[34] равенство одному ФШ длины единичного ПТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов в базисе Жегалкина. Н. П. Редькин (2003 г.) получил[35] такой результат: в произвольном полном базисе имеет место верхняя оценка 3 ФШ длины единичного ПТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов.

ПТ при константных неисправностях фиксированной кратности на входах и/или выходах элементов и, в ряде случаев, на входах схем. В 1975 г. К. К. Салуджа и С. М. Редди установили[36], что в базисе Жегалкина любую булеву функцию n переменных можно смоделировать схемой с одним дополнительным входом, допускающей универсальный (не зависящий от булевой функции n переменных) единичный ПТ длины

[32]Попков К. А. Единичные проверяющие тесты для схем из функциональных элементов в базисе «конъюнкция-отрицание». — Препринт № 030 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2017. — 31 с.

[33]Редькин Н. П. О единичных проверяющих тестах схем при инверсных неисправностях элементов // XII Международная конференция по проблемам теоретической кибернетики (Нижний Новгород, 1999). Тезисы докладов. — М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 1999. — С. 196.

[34]Коваценко С. В. Синтез легкотестируемых схем в базисе Жегалкина для инверсных неисправностей // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2000. — № 2. — С. 45–47.

[35]Редькин Н. П. Единичные проверяющие тесты для схем при инверсных неисправностях элементов // Математические вопросы кибернетики. — Вып. 12. — М.: Физматлит, 2003. — С. 217–230.

[36]Saluja K. K., Reddy S. M. Fault detecting test sets for Reed–Muller canonic networks // IEEE Trans. Comput. — 1975. — Vol. 24, No. 1. — Pp. 995–998.

не более $4 + \sum\limits_{j=1}^{\lfloor \log 2k \rfloor} \binom{n}{j}$ относительно не более чем k константных неисправностей на входах и выходах элементов (при этом использовалось разложение булевой функции в полином Жегалкина). В 1994 г. Ц. Сасао предложил[37] основанный на обобщенных полиномиальных формах метод синтеза СФЭ в базисе Жегалкина, допускающих ПТ при не более чем t константных неисправностях в любой одной из частей схемы (входы схемы, AND-часть, OR-часть, контролирующая часть), имеющий длину $s + n + 4 + \sum\limits_{i=1}^{\lceil \log_2 2t \rceil} \binom{n}{i}$, где n — число переменных, s — число слагаемых полинома. К. А. Попков доказал[38], что для любого натурального k и любой булевой константы p существует базис, состоящий из отрицания и еще одной функции не более чем от $\max(k+1, 3)$ переменных, в котором любую не равную p булеву функцию можно реализовать тестопригодной схемой, допускающей ПТ длины не более двух относительно не более k константных неисправностей типа p на входах и выходах элементов, при этом для случая неисправностей на входах элементов длина теста равна 1 (2018 г.). Он же установил[39], что для любого натурального k существует базис, состоящий из функций от не более чем $2k+2$ переменных, в котором любую не равную константе булеву функцию можно реализовать тестопригодной схемой, допускающей ПТ длины не более трех относительно не более k произвольных константных неисправностей на входах и выходах элементов, при этом для случая неисправностей на входах элементов длина теста ограничена сверху 2 (2018 г.).

Полные ПТ при произвольных константных неисправностях на входах и выходах элементов. Дж. П. Хэйесом в 1974 г. для произвольной СФЭ в базисе из отрицания и штриха Шеффера был предложен[40] метод ее перестраивания в тестопригодную схему в базисе из отрицания, штриха Шеффера и сложения по модулю 2, допускающую полный ПТ длины

[37] Sasao T. Easily testable realizations for generalized Reed-Muller expressions // Proceedings of the Third Asian Test Symposium. — IEEE, 1994. — Pp. 157–162.

[38] Попков К. А. Синтез легкотестируемых схем при однотипных константных неисправностях на входах и выходах элементов. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 087. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. — 18 с.

[39] Попков К. А. Синтез легкотестируемых схем при произвольных константных неисправностях на входах и выходах элементов. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 149. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. — 32 с.

[40] Hayes J. P. On modifying logic networks to improve their diagnoaability // IEEE Transactions on Computers. — 1974. — Vol. C-23, Iss. 1. — Pp. 56–62.

5 относительно константных неисправностей на входах и выходах функциональных элементов, при этом число дополнительных как входов, так и выходов сравнимо с числом элементов схемы. В статье К. К. Салуджи и С. М. Редди 1974 г. для произвольной СФЭ в стандартном базисе (возможны и элементы $x \mid y$, $x \downarrow y$) был предложен[41] метод ее перестраивания в тестопригодную схему в том же базисе, допускающую полный ПТ длины 3 относительно константных неисправностей на входах и выходах функциональных элементов, при этом число дополнительных выходов практически равно числу элементов схемы, а число дополнительных входов равно шести; также в этой статье указывается на неулучшаемость в общем случае верхней оценки 3 длины единичного теста относительно константных неисправностей на входах элементов. Х. Иносэ и М. Сакаучи (1972) предложили[42] базис из четырехвходовых функциональных элементов такой, что любую булеву функцию можно реализовать в этом базисе как подфункцию схемой с двумя дополнительными входами, допускающей полный ПТ длины 2 при константных неисправностях на выходах элементов (возможны также константные неисправности на всех входах схемы и элементов схемы, не являющихся дополнительными входами). С. Дасгупта, К. Р. П. Хартманн и Л. Д. Радолф (1980 г.) предложили[43] базис из шестивходовых функциональных элементов такой, что любую булеву функцию можно реализовать в этом базисе как подфункцию схемой с четырьмя дополнительными входами, допускающей полный ПТ длины 2 при константных неисправностях на выходах элементов (возможны также константные неисправности на всех входах схемы и элементов схемы, но при этом в каждом элементе число неисправных входов, являющихся дополнительными входами схемы, не должно превосходить 1). А. П. Горяшко предложил а) метод синтеза[44] (1981 г.) таких схем с двумя дополнительными входами и двумя дополнительными выходами в базисе из специальных двух- и трехвыходных функциональных блоков, которые допускают полный ПТ длины 3 при константных неисправностях в схеме (результат справедлив как для логических схем, так

[41] Saluja K. K., Reddy S. M. On minimally testable logic networks // IEEE Transactions on Computers. — 1974. — Vol. C-23, No. 1. — Pp. 552–554.

[42] Inose H., Sakauchi M. Synthesis of automatic fault diagnosable logical circuits by function conversion method // Proc. First USA-Japan Computer Conf. — 1972. — Pp. 426–430.

[43] DasGupta S., Hartmann C. R. P., Rudolph L. D. Dual-mode logic for function-independent fault testing // IEEE Trans. Comput. — 1980. — Vol. C-29, No. 11. — Pp. 1025–1029.

[44] Горяшко А. П. О синтезе схем с минимальной трудоемкостью тестирования // Автомат. и телемех. — 1981. — № 1. — С. 145–153.

и для схем с элементами задержки; нетрудно заметить, что для логических схем достаточно двух наборов), б) метод синтеза[45] (1987 г.) таких схем с одним дополнительным входом и четырьмя дополнительными выходами в базисе из специальных двух- и трехвыходных функциональных блоков, которые допускают полный ПТ длины 3 при константных неисправностях в схеме.

Полные ПТ при произвольных константных неисправностях на выходах элементов. Н. П. Редькиным для произвольного полного конечного базиса была найдена[46] верхняя оценка $2(2^{\lceil n/2\rceil}+2^{\lfloor n/2\rfloor}+n)$ ФШ длины полного ПТ относительно константных неисправностей на выходах элементов. Д. С. Романовым доказано, что в специальном конечном полном базисе ФШ длины полного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов лежит в пределах от 2 до 4 (2013 г., § 6 диссертации). К. А. Попков доказал[47] существование базиса из трех булевых функций от не более чем 4 переменных (а именно, базис $\{\bar{x}, x\oplus y\oplus z, (000011*011101101)\}$), в котором ФШ длины полного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов равна двум (2017 г.; при этом найдены длины минимальных тестов для всех булевых функций). Он же установил[48], что почти любую булеву функцию n переменных можно реализовать СФЭ в базисе $\{x\&y, x\vee y, x\oplus y, 1\}$, допускающей полный ПТ длины 4 относительно произвольных константных неисправностей на выходах ФЭ, а также, что любую булеву функцию n переменных можно реализовать СФЭ с одной дополнительной фиктивной переменной в базисе $\{x\&y, x\vee y, x\oplus y, 1\}$ (в базисе $\{x\&y, x\vee y, x\oplus y, x\vee\bar{y}\}$), допускающей полный ПТ длины 5 (длины 4 соответственно) относительно произвольных константных неисправностей на выходах ФЭ (2018 г.).

[45] Горяшко А. П. Синтез диагностируемых схем вычислительных устройств. — М.: Наука, 1987. — С. 180–201.

[46] 1) Редькин Н. П. О полных проверяющих тестах для схем из функциональных элементов // Вестник Моск. ун-та. Серия 1. Матем. Механика. — 1986. — № 1. — С. 72–74. 2) Редькин Н. П. О полных проверяющих тестах для схем из функциональных элементов // Математические вопросы кибернетики. — Вып. 2. — М.: Наука, 1989. — С. 198–222.

[47] Попков К. А. Полные проверяющие тесты длины два для схем при произвольных константных неисправностях элементов. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2017. № 104. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2017. — 16 с.

[48] Попков К. А. Короткие полные проверяющие тесты для схем из двухвходовых функциональных элементов. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2018. № 197. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. — 24 с.

Полные ПТ при однотипных константных неисправностях на входах элементов. Н. П. Редькиным для стандартного базиса $\{x\&y, x\vee y, \bar{x}\}$ была найдена[49] (1988 г.) верхняя оценка $4(2^{\lceil n/2\rceil -1}+2^{\lfloor n/2\rfloor})\cdot(1+o(1))$ ФШ длины полного ПТ относительно однотипных константных неисправностей на входах элементов.

Полные ПТ при однотипных константных неисправностях на выходах элементов. Н. П. Редькиным для стандартного базиса была найдена[50] (1988 г.) верхняя оценка n ФШ длины полного ПТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов. Ю. В. Бородиной установлены следующие равенства: в стандартном базисе равна двум ФШ длины полного ПТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов[51] при $n > 1$ (2008 г.), в базисе Жегалкина равна единице ФШ длины полного ПТ относительно однотипных константных неисправностей «константа 0» на выходах элементов[52] (в соавторстве с П. А. Бородиным, 2010 г.), в базисе $\{x \mid y\}$ ФШ длины полного ПТ относительно однотипных константных неисправностей «константа 1» на выходах элементов[53] не меньше, чем $n+1$ (2014 г.). К. А. Попков для СФЭ в стандартном базисе нашел[54] точные значения длины минимального полного ПТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов для каждой булевой функции (2018 г.).

Полные ПТ при инверсных неисправностях на выходах элементов. Д. С. Романовым доказано, что в специальном конечном полном базисе ФШ длины полного ПТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов лежит в пределах от 2 до 4 (2015 г., § 7 диссертации).

---

[49]Редькин Н. П. О проверяющих тестах для схем при однотипных константных неисправностях на входах элементов // Изв. вузов. Математика. — 1988. — № 7. — С. 57–64.

[50]Редькин Н. П. О схемах, допускающих короткие тесты // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. — 1988. — № 2. — С. 17–21.

[51]Бородина Ю. В. О синтезе легкотестируемых схем в случае однотипных константных неисправностей на выходах элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2008. — № 1. — С. 40–44.

[52]Бородина Ю. В., Бородин П. А. Синтез легкотестируемых схем в базисе Жегалкина при константных неисправностях типа “0” на выходах элементов // Дискретная математика. — 2010. — Т. 22, вып. 3. — С. 127–133.

[53]Бородина Ю. В. Нижняя оценка длины полного теста в базисе $\{x|y\}$ // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Мех. — 2015. — Т. 70, № 4. — С. 49–51.

[54]Попков К. А. Минимальные полные проверяющие тесты для схем из функциональных элементов в стандартном базисе. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 171. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. — 7 с.

Полные ПТ при неисправностях достаточно общего вида. В 1989 г. В. Н. Носков для каждой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ доказал[55] существование в произвольном полном базисе состоящей из блоков (некоторые из них должны быть $(n-k+1)$-входовыми) схемы с двумя дополнительными входами и большим числом дополнительных выходов такой, что функция f является подфункцией одной из функций, реализуемой схемой, а длина полного ПТ относительно произвольных неисправностей блоков схемы не превышает $2^{n-k+1} + \lceil k/(\log_2 s) \rceil \cdot s \cdot 2^s$ при условиях $k < n$, $s < n-k$, s — степень двойки. В. Н. Носковым в 1993 г. для каждой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ установлено[56] существование в произвольном полном базисе схемы с тремя дополнительными входами и одним дополнительным выходом такой, что функция f является подфункцией одной из двух функций, реализуемой схемой, а длина не зависящего от вида моделируемой функции теста, проверяющего не более чем m произвольных неисправностей элементов или блоков (с не более чем p входами каждый) схемы, ведет себя как $O(n + 2^{2^p})$ при условии $m < (2^p - 1)/2$.

Единичные ДТ при произвольных константных неисправностях на выходах элементов. Д. С. Романовым доказано, что в базисе Жегалкина (и еще в одном близком базисе) ФШ длины единичного ДТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов не превосходит 22, а в некотором специальном конечном полном базисе (содержащем три двухвходовых элемента, один четырехвходовый и один девятивходовый элемент) — шести (2016 г., § 8 диссертации). К. А. Попковым доказано[57], что в специальном базисе, состоящем из одной функции шести переменных, ФШ длины единичного ДТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов не превосходит трех (2018 г.).

Единичные ДТ при однотипных константных неисправностях на входах и выходах элементов. Н. П. Редькиным для стандартного базиса

[55] 1) Носков В. Н, Метод синтеза контролепригодных схем из функциональных элементов // Методы дискретного анализа в изучении булевых функций и графов. — Вып. 48. — Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1989. — С. 52–69. 2) Носков В. Н. Самокорректирующиеся комбинационные схемы, допускающие простой контроль // Методы дискретного анализа в оптимизации управляющих систем. — Вып. 48. — Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1989. — С. 42–59.

[56] Носков В. Н. Метод синтеза удобных для контроля комбинационных схем // Дискретная математика. — 1993. — Т. 5, вып. 4. — С. 3–23.

[57] Попков К. А. Короткие единичные тесты для схем при произвольных константных неисправностях на выходах элементов // Дискретная математика. — 2018. — Т. 30, вып. 3. — С. 99–116.

была найдена[58] (1989 г.) верхняя оценка вида $O(2^{n/2})$ ФШ длины единичного ДТ относительно однотипных константных неисправностей на входах и выходах элементов.

Единичные ДТ при однотипных константных неисправностях на выходах элементов. Н. П. Редькиным для стандартного базиса была найдена[59] (1992 г.) верхняя оценка $2n+1$ ФШ длины единичного ДТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов. Н. П. Редькиным для бесконечного базиса, состоящего из отрицания, а также конъюнкций и дизъюнкций всевозможных арностей, была найдена[60] (2007 г.) верхняя оценка $2\lceil\log_2 n + 1\rceil + 1$ ФШ длины единичного ДТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов. К. А. Попков доказал, что при $n > 1$ равны двум ФШ длины единичного ДТ относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов СФЭ в стандартном базисе[61] (2015 г.) и относительно неисправностей «константа 0» на выходах элементов СФЭ в базисе Жегалкина[62] (2016 г.), при этом найдены длины минимальных тестов для всех булевых функций. К. А. Попков доказал[28], что в любом полном базисе, начиная с некоторого n, для почти всех булевых функций длина единичного ДТ для функции относительно однотипных константных неисправностей не меньше двух (2016 г.).

Единичные ДТ при инверсных неисправностях на выходах элементов. С. В. Коваценко доказал[34], что при инверсных неисправностях на выходах элементов в СФЭ в базисе Жегалкина ФШ длины единичного ДТ не больше $n + 1$ (2000 г.). Д. С. Романовым доказано, что ФШ длины единичного ДТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов СФЭ в базисе Жегалкина равна 1 (2015 г., теорема 9.2

[58] Редькин Н. П. О схемах, допускающих короткие единичные диагностические тесты // Дискрет. матем. — 1989. — Т. 1, вып. 3. — С. 71–76.

[59] Редькин Н. П. О единичных диагностических тестах для однотипных константных неисправностей на выходах функциональных элементов // Вестник Моск. ун-та. Серия 1. Матем. Механика. — 1992. — № 5. — С. 43–46.

[60] Редькин Н. П. О синтезе легкотестируемых схем в одном бесконечном базисе // Вестник Моск. ун-та. Серия 1. Матем. Механика. — 2007. — № 3. — С. 29–33.

[61] 1) Попков К. А. О точном значении длины минимального единичного диагностического теста для одного класса схем. — Препринт № 74 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2015. — 20 с. 2) Попков К. А. О точном значении длины минимального единичного диагностического теста для одного класса схем // Дискретн. анализ и исслед. опер. — 2017. — Т. 24, № 3. — С. 80–103.

[62] Попков К. А. О единичных диагностических тестах для схем из функциональных элементов в базисе Жегалкина. — Препринт № 50 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. — 16 с.

диссертации), а в стандартном базисе — равна 2 (2016 г., теорема 9.4 диссертации). И. Г. Любич (2018 г.) получил[63] верхние константные оценки (не превосходящие 4) ФШ длины единичного ДТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов СФЭ в произвольном базисе, содержащем одну из следующих двуместных функций: дизъюнкция, конъюнкция, штрих Шеффера, стрелка Пирса.

ДТ при константных неисправностях фиксированной кратности на входах или на выходах элементов. К. А. Попков доказал[38], что для любого натурального k и любой булевой константы p существует базис, состоящий из некоторой функции не более чем от $2,5k+2$ переменных и ее отрицания, в котором любую не равную p булеву функцию можно реализовать тестопригодной схемой, допускающей ДТ длины не более трех относительно не более k неисправностей типа “константа p” на входах и выходах элементов, при этом для случая неисправностей на входах элементов длина теста равна 1 (2018 г.). Он же установил[39], что для любого натурального k существует базис, состоящий из функций от не более чем $4k+2$ переменных, в котором любую не равную константе булеву функцию можно реализовать тестопригодной схемой, допускающей ДТ длины не более четырех относительно не более k произвольных константных неисправностей на входах и выходах элементов, при этом для случая неисправностей на входах элементов длина теста ограничена сверху 2 (2018 г.).

Полные ДТ при константных неисправностях на выходах элементов. К. А. Попков для некоторых базисов получил[64] экспоненциальные нижние оценки ФШ длины полного ДТ относительно константных неисправностей на выходах элементов (2016 г.). Н. П. Редькин доказал[65], что любую булеву функцию можно реализовать СФЭ в стандартном базисе, допускающей полный ДТ длины не более 2^{n-1} относительно однотипных константных неисправностей на выходах элементов (2017 г.).

Полные ДТ при инверсных неисправностях на выходах элементов. С. В. Коваценко доказал[34], что при инверсных неисправностях на выходах элементов в СФЭ в базисе Жегалкина ФШ длины полного ДТ не

[63] Любич И. Г., Романов Д. С. О единичных диагностических тестах относительно инверсных неисправностей элементов в схемах над некоторыми базисами // Прикладная математика и информатика. — Вып. 58. — М.: МАКС Пресс, 2018. — С. 47–61.

[64] Попков К. А. Нижние оценки длин полных диагностических тестов для схем и входов схем. — Препринт № 60 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. — 12 с.

[65] Редькин Н. П. К вопросу о длине диагностических тестов для схем // Матем. заметки. — 2017. — Т. 102, № 4. — С. 624–627.

больше 2^{n-2} (2000 г.). Д. С. Романовым доказано, что в бесконечном базисе из конъюнкций всех арностей, сложения по модулю 2 и константы 1 любую булеву функцию n переменных можно реализовать неизбыточной СФЭ, допускающей полный ДТ длины 1 относительно инверсных неисправностей на выходах элементов (2017 г.). К. А. Попков доказал[66], что для любой булевой функции существует неизбыточная схема в базисе «конъюнкция трех переменных, сумма по модулю 2 двух переменных, константа 1», допускающая полный ДТ длины 2 относительно инверсных неисправностей на выходах элементов (2017 г.).

Тесты для контактных схем. Приведем обзор результатов, содержащих оценки ФШ длин тестов для контактных схем. По умолчанию будет предполагаться, что неисправностями могут быть как размыкания, так и замыкания контактов. Уже́ в работе С. В. Яблонского и И. А. Чегис[2] 1958 г. приводится асимптотическая верхняя оценка $8 \cdot \frac{2^n}{n}$ ФШ длины единичного ДТ для контактных схем (без требования тестопригодности схем), использующая полученную Шенноном верхнюю оценку ФШ сложности контактных схем. В работе Х. А. Мадатяна 1970 г. доказано[67], что ФШ длины полного ДТ для контактных схем в точности равна 2^n, причем для почти всех булевых функций (т. е. для такого количества булевых функций n переменных, доля которых от всех булевых функций n переменных стремится к 1 с ростом n к бесконечности) длина полного ДТ при реализации функций контактными схемами есть $\Omega(2^n/(\log_2 n \cdot \log_2 \log_2 n))$. Н. П. Редькин в 1983 г. получил[68] верхнюю оценку $0,9375 \cdot 2^n$ ФШ длины полного ПТ для контактных схем. В том же году Н. П. Редькиным было установлено[69], что ФШ длины полного ПТ размыкания не превосходит $2^{\lceil n/2 \rceil} + 2^{\lfloor n/2 \rfloor}$, а ФШ длины полного ПТ замыкания асимптотически не превосходит $2^{\frac{2n \log_2 n}{1+2\log_2 n}+2,5}$. В 2014 г. Д. С. Романов доказал, что для произвольной отличной от константы

[66]Попков К. А. Полные диагностические тесты длины два для схем при инверсных неисправностях функциональных элементов. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2017. № 103. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2017. — 10 с.

[67]Мадатян Х. А. Полный тест для бесповторных контактных схем // Проблемы кибернетики. — Вып. 23. — М.: Наука, 1970. — С. 103–118.

[68]Редькин Н. П. О полных проверяющих тестах для контактных схем // Методы дискретного анализа в исследовании экстремальных структур. — Вып. 39. — Новосибирск: Изд-во ИМ СО АН СССР, 1983. — С. 80–87.

[69]Редькин Н. П. О проверяющих тестах замыкания и размыкания // Методы дискретного анализа в оптимизации управляющих систем. — Вып. 40. — Новосибирск: Изд-во ИМ СО АН СССР, 1983. — С. 87–99.

булевой функции $f(x_1, \ldots, x_n)$ существует а) неизбыточная КС, реализующая систему функций $(f, \ \bar{f})$ и допускающая единичный ПТ длины $2n+4$, б) неизбыточная КС, реализующая функцию $f(x_1, \ldots, x_n) \oplus x_{n+1}$ и допускающая единичный ПТ длины $4n + 8$; в 2015 г. он же продемонстрировал, что для произвольной отличной от константы булевой функции $f(x_1, \ldots, x_n)$ существует неизбыточная КС, реализующая функцию от $n + 6$ переменных, одной из подфункций которой является f, и допускающая единичный ПТ длины 35, им же даны константные верхние оценки ФШ длин единичных ПТ для обобщенных итеративных контактных схем (упомянутые результаты содержатся в §§10–11 диссертации). В 2016 г. К. А. Попков установил[70], что ФШ длины полного ПТ замыкания и единичного ДТ замыкания при $n \geqslant 3$ не превосходят соответственно величин $2n$ и $4n$ (строящиеся схемы допускали одну и две фиктивных переменных соответственно); там же было доказано, что для почти всех булевых функций длина полного ПТ замыкания и единичного ДТ замыкания не превосходят соответственно величин 4 и 8. В 2017 г. им же было доказано[71], что ФШ длин единичного и полного ПТ размыкания равны n (при этом найдены длины минимальных тестов для всех булевых функций). Н. П. Редькин установил[72], что каждая булева функция n переменных может быть реализована двухполюсной КС, допускающей полный ДТ длины не более $2^n - 2$ относительно однотипных неисправностей контактов (либо размыканий, либо замыканий) при том, что нижняя оценка 2^{n-1} вытекает из работы Х. А. Мадатяна 1970 г. К. А. Попков в 2018 г. доказал[73], что при $n \geqslant 2$ любую булеву функцию от n переменных можно реализовать двухполюсной контактной схемой, неизбыточной и допускающей ДТ, длина которого не превосходит $n + k(n - 2)$, относительно размыканий не более k контактов.

Степень разработанности темы исследования является высокой, что отражено в предшествующем обзоре.

Цели и задачи диссертации. Цели диссертации:

---

[70] Попков К. А. О тестах замыкания для контактных схем. — Препринт № 14 ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2016. — 20 с.

[71] Попков К. А. О проверяющих тестах размыкания для контактных схем // Дискретная математика. — 2017. — Т. 29, вып. 4. — С. 66–86.

[72] Редькин Н. П. О полных диагностических тестах для контактных схем // Дискретные модели в теории управляющих систем: X Международная конференция, Москва и Подмосковье, 23–25 мая 2018 г. : Труды. — М.: МАКС Пресс, 2018. — С. 231–233.

[73] Попков К. А. О диагностических тестах размыкания для контактных схем. — Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2018. № 271. — М.: ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2018. — 24 с.

1) разработка новых методов синтеза легкотестируемых логических схем;

2) получение новых оценок функций Шеннона (ФШ) длин тестов для булевых функций, реализованных в различных классах управляющих систем без памяти.

Задачи диссертации:

1) получение новых оценок длины минимального теста для счетчика четности относительно некоторых видов константных неисправностей входов схем;

2) получение новых оценок ФШ длин тестов относительно а) k-местных локальных слипаний входов схем и б) перестановок входов схем;

3) получение новых оценок ФШ длин тестов для схем из функциональных элементов относительно а) константных, б) инверсных неисправностей на выходах элементов (а в ряде случаев и на входах элементов, на входах схем);

4) получение новых оценок ФШ длины единичного ПТ для контактных схем и обобщенных итеративных контактных схем.

Объект и предмет исследования. Объектом диссертационного исследования являются логические схемы (схемы из функциональных элементов, контактные схемы, обобщенные итеративные контактные схемы), реализующие булевы функции или системы булевых функций. Предмет исследования представляет собой проблему построения близких к минимальным тестов для булевых функций, реализуемых или моделируемых посредством логических схем.

Научная новизна диссертации. Все результаты работы являются новыми и получены автором самостоятельно, за исключением теоремы 2.1 и следствия из нее, доказанных автором совместно с И. А. Кузнецовым.

Теоретическая и практическая значимость работы. Диссертация имеет теоретический характер. Полученные результаты могут применяться в дальнейших исследованиях минимальных тестов для булевых функций, реализованных логическими схемами. Доказанные в диссертации утверждения могут включаться в курсы, читаемые студентам и аспирантам математических специальностей. Получение верхних оценок ФШ длины теста для схем сопровождалось в диссертации разработкой методов синтеза легкотестируемых схем, реализующих произвольные булевы функции. Эти методы синтеза или заложенные в них идеи могут применяться для решения задач проектирования цифровых устройств.

Методология и методы исследования. При решении задач диссертации были разработаны метод наследования тестовых подмножеств, метод детекторных функций, а также предложены новые методы синтеза легкотестируемых схем. В диссертации применяются методы дискретной математики и математической кибернетики, комбинаторные и алгебраические методы.

Положения, выносимые на защиту. В диссертации получены:

1) новые оценки длин минимальных ПТ относительно различных источников константных неисправностей на входах счетчиков четности;

2) новые оценки ФШ длин ПТ и ДТ относительно перестановок входов схем, а также относительно локальных слипаний входов схем;

3) новые оценки ФШ длин ПТ и ДТ для схем из функциональных элементов;

4) новые оценки длин минимальных единичных ПТ для контактных схем и обобщенных итеративных контактных схем.

Именно, в диссертации автором выполнены нижеперечисленные исследования.

1) Впервые получены оценки длины минимального ПТ относительно константных неисправностей некоторых типов на входах схем для счетчиков четности.

2) Впервые исследованы k-местные локальные слипания входов схем и доказаны оценки (в том числе асимптотические) ФШ длин единичных ПТ и ДТ при k-местных локальных слипаниях входов схем.

3) Впервые установлены порядок роста ФШ длины полного ПТ, а также асимптотика ФШ длины полного ДТ относительно перестановок входов схем; найдена асимптотика ФШ длины единичного ДТ относительно транспозиций входов схем.

4) Впервые доказано, что при всех натуральных n ФШ длины единичного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов СФЭ над произвольным конечным полным базисом не превосходит константы (и лежит в пределах от двух до четырех).

5) Впервые установлена асимптотика $2n$ ФШ длины единичного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на входах и выходах элементов и на входах схем в СФЭ над двумя базисами жегалкинского типа, при этом доказана справедливая при всех натуральных n верхняя оценка 16 ФШ длины единичного ПТ относительно произволь-

ных константных неисправностей на входах и выходах элементов в СФЭ над этими базисами; также доказано, что любую булеву функцию n переменных можно реализовать неизбыточной СФЭ над этими базисами с n входами и тремя выходами, допускающей единичный ПТ длины не более 17.

6) Впервые доказано, что в специальном конечном полном базисе ФШ длины полного ПТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов СФЭ лежит в пределах от двух до четырех при всех натуральных n.

7) Доказано, что в специальном конечном полном базисе ФШ длины полного ПТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов СФЭ лежит в пределах от двух до четырех при всех натуральных n.

8) Впервые получена верхняя оценка 22 ФШ длины единичного ДТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов в СФЭ над двумя базисами жегалкинского типа, а также предложен специальный базис, для которого аналогичная верхняя оценка ФШ равна шести.

9) Впервые найдены точные значения 1 и 2 ФШ длины единичного ДТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов в СФЭ над базисом Жегалкина и над стандартным базисом соответственно.

10) Впервые доказано, что любую булеву функцию можно смоделировать неизбыточной КС с одним дополнительным полюсом, допускающей единичный проверяющий тест линейной по числу переменных длины, а также неизбыточной КС с одной дополнительной переменной, допускающей единичный проверяющий тест линейной по числу переменных длины.

11) Впервые доказано, что любую булеву функцию можно смоделировать неизбыточной двухполюсной КС с шестью дополнительными переменными, допускающей единичный проверяющий тест длины не более 35.

12) Впервые получены константные верхние оценки ФШ длины единичного проверяющего теста для двухполюсных ОИКС.

Степень достоверности результатов. Все результаты диссертации математически строго доказаны.

Апробация результатов. Результаты диссертации докладывались на научных семинарах «Дискретная математика и математическая кибернетика», «Некоторые вопросы теории управляющих систем», «Теория управляющих систем и математические модели СБИС» кафедры математической кибернетики факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ имени М. В. Ломоносова, на научном семинаре «Математические вопросы кибернетики» кафедры дискретной математики механико-математического факультета МГУ имени М. В. Ломоносова, на научном семинаре кафедры теоретической кибернетики Казанского (Приволжского) федерального университета, а также на следующих конференциях: XII Международная школа-семинар «Синтез и сложность управляющих систем» (Пенза, 15–21 октября 2001 г.), Десятые математические чтения МГСУ «Математические методы и приложения» (Руза, 26–30 января 2002 года), XIII Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Казань, 27–31 мая 2002 г.), VI Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва, 7–11 декабря 2004 г.), XVI Международная школа-семинар «Синтез и сложность управляющих систем» (Санкт-Петербург, 26 июня – 1 июля 2006 г.), XVII Международная школа-семинар «Синтез и сложность управляющих систем» имени академика О. Б. Лупанова (Новосибирск, 27 октября – 1 ноября 2008 г.), Научная конференция «Тихоновские чтения», посвященная памяти Андрея Николаевича Тихонова (Москва, 25–29 октября 2010 г.), XVI Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Нижний Новгород, 20–25 июня 2011 года), XI Международный семинар «Дискретная математика и ее приложения», посвященный 80-летию со дня рождения академика О. Б. Лупанова (Москва, 18–23 июня 2012 г.), 4-я Российская школа-семинар «Синтаксис и семантика логических систем», посвященная 80-летию основания Бурятского государственного университета (Улан-Удэ, 14–19 августа 2012 г.), IX Международная конференция «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва и Подмосковье, 20–22 мая 2015 г.), Научная конференция «Ломоносовские чтения» (Москва, 18–27 апреля 2016 г.), XII Международный семинар «Дискретная математика и ее приложения» имени академика О. Б. Лупанова (Москва, 20–25 июня 2016 г.), XVIII Международная конференция «Проблемы теоретической кибернетики» (Пенза, 19–23 июня 2017 г.).

Результаты диссертации опубликованы в работах [1–34], при этом работы [1–14] и [16] (или их переводы) изданы в журналах, входящих в международные базы научного цитирования Scopus, Web of Science, RSCI, статья [15] напечатана в журнале из Дополнительного списка рецензируемых научных изданий для защиты в диссертационном совете МГУ по соответствующим специальностям и отраслям наук из Перечня рекомендованных Минобрнауки РФ, а работа [17] вышла в свет в журнале из Перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора наук.

В работах [12–16], [33] и [34], опубликованных в соавторстве с Е. Ю. Романовой, автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в инициировании создания статей [12, 13, 33], в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами. В работе [17] теорема 1 и следствие из нее доказаны автором диссертации совместно с И. А. Кузнецовым, теорема 2 доказана автором диссертации, а лемма 1 и теорема 3 доказаны И. А. Кузнецовым. В работе [18] теорема 1 и следствие из нее доказаны автором диссертации совместно с И. А. Кузнецовым, теорема 2 доказана автором диссертации. В работе [32] А. Е. Казачёк доказал теорему 3, а автор диссертации — теоремы 1 и 2.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав (разбитых на 11 параграфов), заключения и списка литературы. Объем диссертации — 350 страниц, список литературы содержит 433 источника.

Краткое содержание работы

Введение состоит из трех разделов, названия которых характеризуют их содержание: «Обзор результатов, примыкающих к теме диссертации», «Базовые определения и обозначения», «Структура и основные результаты диссертации».

Приведем основные определения и обозначения, важные для понимания результатов диссертации.

Числовые множества. В работе будут использоваться следующие обозначения для специальных числовых множеств: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ — множество натуральных чисел, $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ — множество целых неотрицательных чисел, $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$ — множество целых чисел, $\mathbb{B}_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$ ($k \in \mathbb{N}$), $\mathbb{R}$ — множество действительных чисел.

Базовые понятия, приводимые без пояснений. В диссертации без дополнительных указаний используется стандартная терминология и основные сведения по булевым функциям и кодам, по графам, по схемам (в том числе используются определения СФЭ и КС из учебника[74] С. А. Ложкина), по множествам, отображениям, отношениям, подстановкам, алгебраическим структурам, разбиениям, покрытиям, по целым числам, комбинаторным объектам и асимптотическим обозначениям, по линейной алгебре и математическому анализу.

Некоторые стандартные умолчания. В диссертации всюду, если не оговорено противное, при обсуждении асимптотического поведения функций рассматриваются действительнозначные функции целого неотрицательного аргумента, стремящегося к бесконечности. При обсуждении СФЭ традиционно упоминаются входы элементов и выходы элементов. В диссертации используются следующие специальные обозначения для некоторых базисов СФЭ: $B_0 = \{x\&y, x\vee y, \bar{x}\}$ — стандартный базис, $B_1 = \{x \,\&\, y, x \oplus y, 1\}$ — базис Жегалкина, $B' = \{x \,\&\, y, x \oplus y, x \sim y\}$.

Обобщенные итеративные контактные схемы. Пусть

$$\Sigma = \Sigma(x_1, \ldots, x_n;\ a;\ z_1, \ldots, z_m)$$

— $(1, m)$-КС с входным полюсом a и выходными полюсами $z_1, \ldots, z_m$, реализующая последовательность функций $F_m(x_1, \ldots, x_n) = (f_1(\tilde{x}^n), \ldots, f_m(\tilde{x}^n))$ (здесь $f_k(\tilde{x}^n)$ — функция проводимости между входным полюсом a и выходным полюсом z_k, $k = \overline{1;\, m}$). Пусть контакты переменной x_i не встречаются ни на каких простых цепях, соединяющий входной полюс a с выходным полюсом z_j. Тогда применима операция *присоединения управляющей переменной x_i к выходу z_j*. Эта операция заключается в том, что вершина z_j исключается из числа выходных полюсов (и становится *итеративным полюсом*), ей приписывается символ новой *итеративной переменной* u, все контакты x_i заменяются на контакты u, а все контакты $\bar{x}_i$ заменяются на контакты $\bar{u}$ (переменная x_i перестает быть управляющей переменной в полученной схеме). Новая схема по сравнению со старой реализует между входным полюсом a и выходным полюсом z_k функцию, полученную из $f_k(\tilde{x}^n)$ подстановкой функции $f_j(\tilde{x}^n)$ вместо переменной x_j ($k \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ j-1,\ j+1\ \ \ldots,\ m\}$). Аналогично определяется операция присоединения в КС Σ управляющих переменных x_{i_1}, $\ldots$, x_{i_t} к выходам z_{j_1}, $\ldots$, z_{j_t} (соответственно), при этом различные присоединяемые переменные должны присоединяться к различным выходам,

[74] Ложкин С. А. Лекции по основам кибернетики : Учебное пособие. — М.: Изд. отдел ф-та ВМиК МГУ, 2004. — 256 с.

и одна переменная может присоединяться лишь к одному выходу. Контакты каждой переменной x_{i_q} не должны встречаться ни на каких простых цепях, соединяющих входной полюс a с выходным полюсом z_{j_q}. Тогда для каждой пары $(x_{i_q},\ z_{j_q})$ ($k = \overline{1;\ t}$) последовательно применяется операция присоединения управляющей переменной x_{i_q} к выходу z_{j_q}. При этом вершина z_{j_q} исключается из числа выходных полюсов и становится итеративным полюсом, ей приписывается символ новой *итеративной переменной* u_q, все контакты x_{i_q} заменяются на контакты u_q, а все контакты $\bar{x}_{i_q}$ заменяются на контакты $\bar{u}_q$ (переменная x_{i_q} перестает быть управляющей переменной в полученной схеме). Новая схема по сравнению со старой называется *обобщенной итеративной контактной схемой (ОИКС)* Σ' и реализует между входным полюсом a и выходным полюсом z_k функцию, полученную из $f_k(\tilde{x}^n)$ подстановкой функций $f_{j_1}(\tilde{x}^n),\ \ldots,\ f_{j_t}(\tilde{x}^n)$ вместо переменных $x_{i_1},\ \ldots,$ x_{i_t} соответственно ($k \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ n\} \setminus \{j_1,\ j_2,\ \ldots,\ j_t\}$). Всякий объект, который невозможно построить указанным выше способом как обобщенную итеративную контактную схему, не может считаться обобщенной итеративной контактной схемой. В дальнейшем о каждом итеративном полюсе подсхемы, использующемся вне подсхемы, мы будем говорить как о выходном итеративном полюсе подсхемы.

Функционирование полученной схемы Σ' представляет собой систему (зд.: последовательность) функций проводимости, реализуемых между входным полюсом и каждым из выходных полюсов (порядок функций соответствует заранее заданному линейному порядку выходных полюсов).

Моделирование булевых функций. Пусть БФ $f(\tilde{x}^n)$ является подфункцией БФ g, т. е. f можно получить из g подстановкой констант вместо некоторых переменных. Пусть, далее, r — это минимально возможное количество переменных функции g такое, что при подстановке некоторых констант вместо этих переменных функции g получается функция, равная f. Тогда о всякой схеме (СФЭ, КС или ОИКС), реализующей булеву функцию g, будем говорить, что она *моделирует функцию* f *с входной избыточностью* r. Будем говорить, что схема, реализующая систему функций F, *с выходной избыточностью* t *реализует функцию* f, если f входит в F и количество функций в F равно $t+1$.

Тесты. Пусть $\mathcal{K}$ — это один из классов схем: СФЭ в некотором полном базисе B, КС или ОИКС. Предполагается, что на схему S из класса схем $\mathcal{K}$ с управляющими переменными $x_1, x_2, \ldots, x_n$, реализующую систему булевых функций $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (f_1(\tilde{x}^n), \ldots, f_m(\tilde{x}^n))$, мог подействовать источник неисправностей U, способный преобразовать схему S к одной из схем (с такими же входами и выходами, что и у S, и с таким же, как у S, множеством управляющих переменных) некоторого заранее известного списка H конечной длины, содержащего и исходную схему. Традиционно считается, что список H может быть сформирован естественным образом по виду схемы S и тем поломкам, которые может в этой схеме вызывать источник неисправностей U. Под поломкой понимается проявление неисправности в конкретном месте схемы (на входе схемы, на входе или выходе элемента СФЭ, в контакте КС или ОИКС). Здесь подразумевается, что неисправность, произошедшая со схемой, может включать в себя поломки отдельных элементов или частей схемы; в каждом конкретном случае класс возможных неисправностей будет описываться явно. Тестовое исследование схемы заключается в подаче на входы схемы входных наборов и в изучении выходных значений на этих наборах в предположении, что источник неисправностей более не меняет вида схемы. Для каждой схемы с одним выходом из списка H реализуемая этой схемой функция называется *функцией неисправности*, а таблица, составленная из столбцов значений попарно неравных функций неисправности, — *таблицей неисправностей* (для исходной схемы S и источника неисправностей U). О неисправности будем говорить, что она *обнаруживаема на входном наборе* α тогда и только тогда, когда при подаче на входы схемы набора α на хотя бы одном из выходов неисправной схемы значение отличается от значения на этом же выходе в отсутствие неисправностей в схеме. Неисправность обнаруживаема на множестве входных наборов M тогда и только тогда, когда она обнаруживаема хотя бы на одном наборе из M. Неисправность в схеме *обнаруживаема* тогда и только тогда, когда она обнаруживаема хотя бы на одном входном наборе.

Множество T входных наборов называется *проверяющим тестом* (ПТ) для схемы S относительно источника неисправностей U тогда и только тогда, когда для любой схемы S' из списка H имеет место импликация: если S' реализует некоторую систему булевых функций $F'(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (f'_1, \ldots, f'_m)$, не равную F (т. е. хотя бы для одного $i \in \{1, \ldots, m\}$ имеет место неравенство $f_i \neq f'_i$), то найдется набор $\tilde{\alpha}$ из T такой, что $F'(\tilde{\alpha}) \neq F(\tilde{\alpha})$.

Множество T входных наборов называется *диагностическим тестом* (ДТ) для схемы S относительно источника неисправностей U тогда и только тогда, когда для любых двух схем S_1, S_2 из списка H имеет место импликация: если S_1 и S_2 реализуют неравные системы булевых функций $F'(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и $F''(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ соответственно, то найдется набор $\tilde{\alpha}$ из T такой, что $F'(\tilde{\alpha}) \neq F''(\tilde{\alpha})$.

Число наборов в тесте T называется длиной теста и обозначается $L(T)$. Тесты относительно источника одиночных неисправностей U (т. е. источника, способного вызвать поломку не более чем одного элемента, контакта или входа схемы), называются единичными. Тесты относительно источника, способного вызвать произвольное число поломок, называются полными.

Говоря о неисправностях только лишь на входах схем, будем в дальнейшем предполагать, что схемная реализация не важна, и речь идет о соответствующих неисправностям преобразованиях булевых функций.

Нетривиальной будем называть такую неисправность СФЭ S, при которой значение на выходе хотя бы одного функционального элемента E схемы S на некотором входном наборе $\tilde{\alpha}^n$ не равно значению на выходе элемента E на наборе $\tilde{\alpha}^n$ при отсутствии неисправностей в схеме S. Всякую неисправность, представляющую собой совокупность замыканий и/или размыканий каких-то контактов в КС или ОИКС, будем считать нетривиальной по определению. Схема S, при любой нетривиальной неисправности реализующая систему функций, неравную исходной системе F, называется *тестопригодной* (относительно U). Схема S, при любой нетривиальной неисправности, представляющей собой поломку ровно одного элемента/входа схемы, реализующая систему функций, неравную исходной системе F, называется *неизбыточной* (относительно U).

Под длиной минимального проверяющего (диагностического) теста относительно источника неисправностей U для системы булевых функции F, реализуемой схемами из класса $\mathcal{K}$, понимается величина $L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{detect}}(U, F)$ ($L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{diagn}}(U, F)$), равная минимуму по всем тестопригодным реализующим систему F схемам S из класса $\mathcal{K}$ минимума по всем проверяющим (соответственно диагностическим) тестам T для S относительно U величины $L(T)$. В случае, когда таких тестопригодных схем нет, будем полагать $L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{detect}}(U, F) = L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{diagn}}(U, F) = 0$. Пусть $\hat{P}_2(n)$ – множество всех булевых функций, существенно зависящих от всех своих n переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ($n \in \mathbb{N}$), а $F(\tilde{x}^n) = (f(\tilde{x}^n))$ ($f \in \hat{P}_2(n)$, т. е. система функций F состоит из единственной булевой функции $f(\tilde{x}^n)$). Тогда *функцией Шеннона* (ФШ) длины проверяющего (диагностического) теста относительно источника неисправностей U для реализованной посредством схем из класса $\mathcal{K}$ булевой функции f называется величина $L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{detect}}(U,n) = \max\limits_{f\in\hat{P}_2(n)} L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{detect}}(U,(f))$ (соответственно, величина $L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{diagn}}(U,n) = \max\limits_{f\in\hat{P}_2(n)} L_{\mathcal{K}}^{\mathrm{diagn}}(U,(f))$). Для обозначения класса схем $\mathcal{K}$ в работе будут использоваться следующие конкретизации: "КС" — для контактных схем, "ОИКС" — для обобщенных итеративных контактных схем, "B" — для схем из функциональных элементов в базисе B.

Неисправность в некотором месте СФЭ (на входе схемы, на входе или выходе функционального элемента) называется константной, если для каждого входного набора значение, вычисляемое в этом месте, заменяется на какую-то константу. Неисправность в некотором месте схемы называется инверсной, если значение, вычисляемое в этом месте при отсутствии данной неисправности (все остальные неисправности в схеме, если они есть, при этом сохраняются), заменяется на противоположное. В обозначении любого источника неисправностей нижний индекс k будет указывать на то, что число поломок не больше k; нижний индекс отсутствует, если ограничений на число поломок в схеме нет. Обозначение для источника неисправностей в СФЭ будет иметь вид X_z^{y}, где X — это одна или несколько заглавных латинских букв, указывающих на место возможной неисправности (P — неисправности на входах схем, I — неисправности на входах функциональных элементов, O — неисправности на выходах функциональных элементов), y — это название типа неисправности (const, 0, 1 — константные неисправности, константные неисправности типа 0 и константные неисправности типа 1 соответственно, inv — инверсные неисправности), z указывает, как было отмечено выше, на ограничение возможных количеств поломок. Так, например, запись PIO_2^{const} означает источник произвольных константных неисправностей на входах схемы, входах и выходах элементов, допускающий суммарно не более двух поломок указанных видов.

Приведем определения и обозначения для некоторых источников неисправностей на входах схем. Пусть Φ — некоторое множество булевых функций. Под Φ-*слипанием* подмножества $\{x_{i_1},\ldots,x_{i_k}\}$ множества переменных булевой функции $f(x_1,\ldots,x_n)$ понимается подстановка некоторой одной и той же функции (т. н. функции слипания) $\phi(x_{i_1},\ldots,x_{i_k})$ из Φ вместо каждой из переменных $x_{i_1},\ldots,x_{i_k}$. Слипания называются *локальными*, если индексы переменных, образующих слипание, идут подряд, и k-*местными*, если каждая функция слипания формально зависит от k переменных. Обозначения для источников слипаний входов схем с функциями слипания из множества Φ будут такими: $P^{\mathrm{bridg}}(\Phi)$ и $P^{\mathrm{loc\,bridg}}(\Phi)$ для источников слипаний и локальных слипаний соответственно. В качестве нижнего индекса будет указываться 1, если источник неисправностей может вызвать слипание не более чем одного подмножества множества переменных. Пусть P^{const}, P^0, P^1 и P^{inv} — источники константных неисправностей на входах схем, константных неисправностей типа 0 на входах схем, константных неисправностей типа 1 на входах схем и инверсных неисправностей на входах схем соответственно. Через P^{permut}, P_2^{permut} и P^{Jevons} обозначим источники перестановок входов схем, транспозиций входов схем и перестановок с инверсиями входов схем соответственно.

Введем теперь обозначения для источников неисправностей КС и ОИКС. Через O будем обозначать источник неисправностей, вызывающий размыкания и замыкания контактов. В случае, если источник вызывает только размыкания контактов, будем записывать его название как O^0, а в случае, если источник вызывает только замыкания контактов, — как O^1. Нижний индекс, по аналогии с вышеизложенным, будет сообщать об ограничении на число поломок контактов.

Первая глава диссертации «Некоторые оценки длин тестов при неисправностях на входах схем» представляет собой исследование минимальных тестов относительно некоторых неисправностей на входах схем. К этой главе относятся три первых параграфа диссертации.

В первом параграфе выводятся новые оценки длины минимальных ПТ относительно некоторых источников константных неисправностей на входах схем счетчиков четности. Счетчиком четности порядка n называется линейная функция $f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_1 \oplus x_2 \oplus \cdots \oplus x_n$. В параграфе рассматриваются следующие источники неисправностей:

P_r^{const} — источник неисправностей, допускающий замену не более r переменных булевой функции произвольными константами;

$P^{\mathrm{const,even}}$ — источник неисправностей, допускающий замену четного числа переменных булевой функции произвольными константами;

$P^{\mathrm{const,odd}}$ — источник неисправностей, допускающий замену нечетного числа переменных булевой функции произвольными константами;

$P^{\mathrm{const,loc}}$ — источник неисправностей, допускающий локальные константные неисправности булевой функции, т. е. такие неисправности, при которых из того, что вместо переменных x_i и x_j $(i < j)$ подставлены константы, следует, что вместо всех переменных x_k, где $i < k < j$, подставлены константы.

Получены следующие утверждения. (Все перечисленные далее утверждения получены Д. С. Романовым, если не указано иное).

Теорема 1.1. *При всех натуральных* n *имеет место равенство* $L^{\text{detect}}(P^{\text{const,loc}},\, f_n) = \lceil \log_2(n+1) \rceil + 1$.

Теорема 1.2. *При всех натуральных* n, $n \geqslant 3$, *имеют место равенства* $L^{\text{detect}}(P^{\text{const,even}},\, f_n) = n$, $L^{\text{detect}}(P^{\text{const,odd}},\, f_n) = 2$.

Теорема 1.3. *При* $n \geqslant 2$ *и любом* r $(2 \leqslant r \leqslant n;\ n, r \in \mathbb{N})$ *верны неравенства:*

$$\log_2\left(\sum_{i=1}^{\lfloor r/2 \rfloor} \binom{n}{i}\right) + 1 \leqslant L^{\text{detect}}(P_r^{\text{const}},\, f_n) \leqslant \log_2\left(\sum_{i=0}^{2\lfloor r/2 \rfloor - 1} \binom{n}{i}\right) + 4.$$

Следствие 1.1. *При* $n \to \infty$ *имеют место асимптотические представления:* $L^{\text{detect}}(P_2^{\text{const}},\, f_n) \sim \log_2 n$, $L^{\text{detect}}(P_3^{\text{const}},\, f_n) \sim \log_2 n$,

Следствие 1.2. *Пусть* $n \to \infty$, $r = r(n)$, $2 \leqslant r \leqslant n$. *Если* c *— постоянная* $(0 < c < 1)$, $r = cn(1 + o(1))$, *или если* $r = o(n)$, *то* $L^{\text{detect}}(P_r^{\text{const}},\, f_n) \asymp \log_2 \binom{n}{\lfloor r/2 \rfloor}$. *Если же* $\gamma = \gamma(n) = o(n)$, $(n - \gamma)/2 \in \mathbb{Z}$, $n - \gamma \leqslant r \leqslant n$, *то* $L^{\text{detect}}(P_r^{\text{const}},\, f_n) \sim n$.

Во втором параграфе диссертации изучается поведение ФШ длин единичных ПТ и ДТ при k-местных локальных слипаниях входов схем.

Пусть n, k, t — натуральные числа ($1 \leqslant k \leqslant n$, $1 \leqslant t \leqslant 2^{2^k}$), $f(\tilde{x}^n)$ — булева функция, а $\Phi = \Phi_t^k(\tilde{y}^k) = \{\varphi_i(\tilde{y}^k) \mid i = \overline{1;t}\}$ — некоторая система попарно неравных булевых функций k переменных, при этом нумерация этих функций соответствует лексикографическому порядку столбцов их значений. Через $M(\Phi_t^k)$ будем обозначать матрицу размерами $2^k \times t$, столбцами которой являются все следующие в лексикографическом порядке столбцы значений функций из $\Phi_t^k(\tilde{y}^k)$, а через $\bar{M}(\Phi_t^k)$ — поэлементное отрицание матрицы $M(\Phi_t^k)$. Обозначим через $l(M)$ длину минимального ДТ матрицы M, а через $w(M)$ — максимальное число линейно независимых строк матрицы M относительно операций покоординатного сложения строк по модулю 2 и умножения строки на число 0 или 1.

Доказаны следующие утверждения.

Теорема 2.1 (И. А. Кузнецов и Д. С. Романов). *Пусть* $n, k \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant k \leqslant n$, $t = 2^{2^k}$. *Тогда справедливы неравенства:*

$$2^{k-1}(n - k + 2) \leqslant L^{\text{detect}}(P_1^{\text{loc bridg}}(\Phi_{2^{2^k}}^k),\, n) \leqslant$$
$$\leqslant (2^{k-1} + 1) \cdot (n - k + 1) + 2^k \left\lceil \tfrac{n-k+1}{k} \right\rceil.$$

Следствие 2.1 (И. А. Кузнецов и Д. С. Романов). *Пусть* $n, k \in N$, $k = k(n)$, $2 \leqslant k < n$, $n \to \infty$, $n - k \to \infty$, $k \to \infty$. *Тогда* $L^{\text{detect}}(P_1^{\text{loc bridg}}(\Phi^k_{2^{2^k}}), n) \sim 2^{k-1} \cdot (n - k + 2)$.

Отметим, что доказательство верхней оценки в теореме 2.1 проведено разработанным авторами теоремы методом наследования тестовых подмножеств, в основе которого лежит использование в целях обнаружения k-местных слипаний одних переменных исходной булевой функции части наборов, уже́ использовавшихся для обнаружения k-местных слипаний других переменных.

Теорема 2.2. *Пусть* $n, k \in \mathbb{N}$, $k = k(n)$, $2 \leqslant k < n$, $n \to \infty$, $(n - k) \to \infty$, *и при этом* $\xi(n, k)$ *— любая такая функция, что* $\xi(n, k) \to \infty$, $\xi(n, k) = o(\log_2(n - k))$. *Тогда существует множество наборов* $\mathcal{T}_{n,k}$ *мощности* $|\mathcal{T}_{n,k}| \leqslant \left\lceil \log_{\frac{4}{3}}(n - k + 1) + \xi(n, k) \right\rceil$, *являющееся проверяющим тестом относительно произвольных локальных* k*-местных слипаний переменных для почти всех булевых функций* $f(\tilde{x}^n)$ *(т. е. доля тех булевых функций от* n *переменных, для которых множество наборов* $\mathcal{T}_{n,k}$ *не является проверяющим тестом указанного типа, стремится к нулю при стремлении* n *к бесконечности).*

Теорема 2.3. *Пусть* $n, k \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant k \leqslant n$, $t \in \{1, 2, \ldots, 2^{2^k}\}$. *Тогда имеет место неравенство*

$$L^{\text{diagn}}(P_1^{\text{loc bridg}}(\Phi^k_t), n) \leqslant w(\check{M}(\Phi^k_t)) \cdot (n - k + 1) + 1,$$

где через $\check{M}(\Phi^k_t)$ *обозначена матрица, полученная из* $M(\Phi^k_t)$ *добавлением снизу строки из единиц.*

Теорема 2.4. *Пусть* $n, k \in \mathbb{N}$, $2 \leqslant k \leqslant n$, $t \in \{1, 2, \ldots, 2^{2^k}\}$. *Тогда для всех* n*, начиная с некоторого,*

1) *при* $t \geqslant 2$ *имеет место неравенство*

$$L^{\text{diagn}}(P_1^{\text{loc bridg}}(\Phi^k_t), n) \geqslant (l(\Phi^k_t) - 1) \cdot (n - k + 1),$$

2) *а если, кроме того, ни в какой минимальный ДТ для матрицы* $M(\Phi^k_t)$ *не входит ее первая строка (или ни в какой минимальный ДТ для матрицы* $M(\Phi^k_t)$ *не входит ее последняя строка), то при* $t \geqslant 2$

$$L^{\text{diagn}}(P_1^{\text{loc bridg}}(\Phi^k_t), n) \geqslant l(\Phi^k_t) \cdot (n - k + 1).$$

Теорема 2.5. *Пусть* $n, k, s, t \in \mathbb{N}$, $k = k(n)$, $n \to \infty$, $2 \leqslant k \leqslant n$, $s \in \{1, \ldots, 2^k - 1\}$, $s = s(n) \to \infty$. *Тогда можно указать последовательность* Φ^k_t $(t = t(n) \to \infty)$ *так, что*

$$L^{\text{diagn}}(P_1^{\text{loc bridg}}(\Phi^k_t), n) = s(n - k + 1)(1 + o(1)).$$

Теорема 2.6. *Пусть $n, k \in \mathbb{N}$, $n \to \infty$, $k = k(n) \to \infty$, $2 \leqslant k \leqslant n$. Тогда имеет место асимптотическое равенство:*
$$L^{\mathrm{diagn}}(P_1^{\mathrm{loc\,bridg}}(\Phi^k_{2^{2^k}}),\, n) = 2^k(n-k+1)(1+o(1)).$$

В третьем параграфе диссертации изучаются тесты относительно перестановок входов схем.

Пусть Γ — некоторая группа (относительно композиции) биекций (т. е. взаимно однозначных отображений) на множестве $\mathbb{B}^n$. Обозначим через $\mathfrak{J}$ (соответственно, через $\mathfrak{S}$) группу Γ всех биекций на множестве $\mathbb{B}^n$, порожденных всевозможными перестановками и отрицаниями переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (соответственно, группу Γ всех биекций на множестве $\mathbb{B}^n$, порожденных всевозможными перестановками переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$). Длину минимального ДТ относительно действия группы Γ над булевой функцией $f(\tilde{x}^n)$ будем обозначать через $L^{\mathrm{diagn}}(P^\Gamma,\, f(\tilde{x}^n))$, а длину минимального ПТ относительно действия группы Γ над булевой функцией $f(\tilde{x}^n)$ — через $L^{\mathrm{detect}}(P^\Gamma,\, f(\tilde{x}^n))$. Введем ФШ длины ДТ и ПТ относительно действия группы Γ над булевой функцией:

$$L^{\mathrm{diagn}}(P^\Gamma,\, n) = \max_{f(\tilde{x}^n)\in P_2^n} L^{\mathrm{diagn}}(P^\Gamma,\, f(\tilde{x}^n)),$$

$$L^{\mathrm{detect}}(P^\Gamma,\, n) = \max_{f(\tilde{x}^n)\in P_2^n} L^{\mathrm{detect}}(P^\Gamma,\, f(\tilde{x}^n)).$$

Имеют место следующие утверждения.

Теорема 3.1. *Пусть $f(\tilde{x}^n)$ — булева функция, Γ — группа (относительно композиции) биекций на $\mathbb{B}^n$. Тогда*
$$L^{\mathrm{detect}}(P^\Gamma,\, f(\tilde{x}^n)) \leqslant \lceil \log_2 |\Gamma| \rceil.$$

Теорема 3.2. *Пусть $n \in \mathbb{N}$, Γ — группа (относительно композиции) биекций на $\mathbb{B}^n$. Тогда* $L^{\mathrm{detect}}(P^\Gamma,\, n) \leqslant \lceil \log_2 |\Gamma| \rceil$.

Следствие 3.1. *При всех натуральных n имеют место неравенства* $L^{\mathrm{detect}}(P^{\mathrm{Jevons}},\, n) \leqslant n\log_2 n \cdot (1+o(1))$, $L^{\mathrm{detect}}(P^{\mathrm{permut}},\, n) \leqslant n\log_2 n \cdot (1+o(1))$.

Теорема 3.3. $L^{\mathrm{detect}}(P^{\mathrm{Jevons}},\, n) = \Theta(n\log_2 n)$, $L^{\mathrm{detect}}(P_2^{\mathrm{permut}},\, n) = \Theta(n\log_2 n)$, $L^{\mathrm{detect}}(P^{\mathrm{permut}},\, n) = \Theta(n\log_2 n)$.

Теорема 3.4. *При $n \in \mathbb{N}$*
$$2^n - \tfrac{4\cdot 2^n}{n+1} - 2 \leqslant L^{\mathrm{diagn}}(P^{\mathrm{permut}},\, n) \leqslant 2^n - n - 1.$$

Следствие 3.2. $L^{\mathrm{diagn}}(P^{\mathrm{permut}},\, n) \sim 2^n$ *при $n \to \infty$.*

Теорема 3.5. *При $n \geqslant 11$ имеют место оценки*

$$\frac{n^2}{2}\left(1 - \frac{5}{n}\right) \leqslant L^{\mathrm{diagn}}(P_2^{\mathrm{permut}},\, n) \leqslant \frac{n^2}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Во второй главе «Некоторые оценки длин тестов при неисправностях в схемах из функциональных элементов» оцениваются ФШ длин тестов для схем из функциональных элементов. К этой главе относятся параграфы диссертации с четвертого по девятый. В главе приводятся константные верхние и нижние оценки ФШ длин единичных и полных ПТ, а также единичных ДТ при произвольных константных неисправностях на выходах (и, в ряде случаев, на входах) функциональных элементов. Отметим, что все верхние оценки этих ФШ получены конструктивно, и каждая оценка сопровождается новым методом синтеза легкотестируемых схем. В основе большинства таких методов синтеза лежит разрабатываемый автором диссертации метод детекторных функций, сводящийся к тому, что при синтезе легкотестируемой схемы строятся подсхемы (реализующие специально подобранные булевы функции), обеспечивающие обработку некоторых логических событий в схеме (связанных с обнаружением неисправностей) и, возможно, передачу внутри схемы информации о наблюдаемых событиях посредством собственно детекторных функций (зависящих от небольшого числа входных переменных); на детекторные функции могут накладываться дополнительные ограничения.

В четвертом параграфе изучаются единичные ПТ при константных неисправностях на выходах функциональных элементов произвольного полного базиса. Доказаны следующие утверждения.

Теорема 4.1. *Для каждой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ справедливы следующие утверждения:*

1) существует реализующая функцию $f(\tilde{x}^n)$ неизбыточная СФЭ $S^f_{B'}$ в базисе $B' = \{x \,\&\, y, x \oplus y, x \sim y\}$, допускающая некоторый единичный проверяющий тест $\hat{T}_n$ длины, не превосходящей четырех, относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов,

2) и при этом, если число существенных переменных функции f не меньше двух, то для каждого функционального элемента E суммы по модулю 2 или эквивалентности в схеме $S^f_{B'}$ найдутся три набора из множества $\hat{T}_n$, на каждом из которых обнаруживается константная неисправность на выходе E, и при их подаче на входы схемы на входах элемента E возникают три различных набора.

Теорема 4.2. *Для каждой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ справедливы следующие утверждения:*

1) существует реализующая функцию $f(\tilde{x}^n)$ неизбыточная СФЭ $S^f_{B''}$ в базисе $B'' = \{\bar{x},\ x \mathbin{\&} \bar{y}, x \oplus y, x \sim y\}$, допускающая некоторый единичный проверяющий тест $\check{T}_n$ длины, не превосходящей четырех, относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов,

2) и при этом, если число существенных переменных функции f не меньше двух, то для каждого функционального элемента E суммы по модулю 2 или эквивалентности в схеме $S^f_{B''}$ найдутся три набора из множества $\check{T}_n$, на каждом из которых обнаруживается константная неисправность на выходе E, и при их подаче на входы схемы на входах элемента E возникают три различных набора.

Теорема 4.3. *Для каждой отличной от константы булевой функции f существует реализующая ее неизбыточная СФЭ $S^f_{\mathcal{B}_1}$ в базисе $\mathcal{B}_1 = \{\bar{x}, x \mathbin{\&} y\}$ (СФЭ $S^f_{\mathcal{B}_2}$ в базисе $\mathcal{B}_2 = \{\bar{x}, x \vee y\}$), допускающая единичный проверяющий тест длины, не превосходящей четырех, относительно инверсных и произвольных константных неисправностей на выходах элементов.*

Теорема 4.4. *Для каждой отличной от константы булевой функции f существует реализующая ее неизбыточная СФЭ S^f_B в базисе $B \in \{\mathcal{B}_3, \mathcal{B}_4\}$ (где $\mathcal{B}_3 = \{x \mid y\}$, $\mathcal{B}_4 = \{x \downarrow y\}$), допускающая единичный проверяющий тест длины, не превосходящей четырех, относительно инверсных и произвольных константных неисправностей на выходах элементов.*

Теорема 4.5. *Для каждой равной константе булевой функции f не существует реализующей ее неизбыточной СФЭ с одним выходом в базисах $\mathcal{B}_1 = \{\bar{x}, x \mathbin{\&} y\}$, $\mathcal{B}_2 = \{\bar{x}, x \vee y\}$.*

Следствие 4.1. *Для каждой равной константе булевой функции f не существует реализующей ее неизбыточной СФЭ с одним выходом в базисах $\mathcal{B}_3 = \{x \mid y\}$, $\mathcal{B}_4 = \{x \downarrow y\}$.*

Теорема 4.6. *Для каждой булевой функции f существует реализующая ее неизбыточная СФЭ S^f_B в базисе $B \in \{\mathcal{B}_5, \mathcal{B}_6\}$, где $\mathcal{B}_5 = \{\bar{x}, x \mathbin{\&} \bar{y}\}$, $\mathcal{B}_6 = \{\bar{x}, x \vee \bar{y}\}$, допускающая единичный проверяющий тест длины, не превосходящей четырех, относительно инверсных и произвольных константных неисправностей на выходах элементов.*

Теорема 4.7. *Для каждой отличной от константы булевой функции f существует реализующая ее неизбыточная СФЭ S^f_B в произвольном полном базисе B, допускающая единичный проверяющий тест дли-*

ны, не превосходящей четырех, относительно инверсных и произвольных константных неисправностей на выходах элементов.

Теорема 4.8. *Для любого полного в P_2 схемного базиса B при $n \in \mathbb{N}$ имеют место неравенства $2 \leqslant L_B^{\mathrm{detect}}(O_1^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 4$.*

Теорема 4.9. *В любом конечном полном базисе B имеют место неравенства*

$$2n - 2t - 2 \leqslant L_B^{\mathrm{detect}}(PO_1^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 2n - 2t + 3,$$

где целое t определяется из неравенств $2^t + t + 1 \leqslant n \leqslant 2^{t+1} + t + 1$.

В пятом параграфе изучаются единичные ПТ при константных неисправностях на входах и выходах функциональных элементов. Доказаны такие утверждения.

Теорема 5.1. *При любом натуральном n любую булеву функцию f от n переменных можно реализовать неизбыточной СФЭ с n входами и одним выходом в базисе B', допускающей единичный проверяющий тест длины не более 16 относительно источника неисправностей IO_1^{const}.*

Теорема 5.2. *При любом $n \in \mathbb{N}$ любую булеву функцию f от n переменных можно реализовать неизбыточной СФЭ с n входами и одним выходом в базисе B_1, допускающей единичный проверяющий тест длины не более 16 относительно IO_1^{const}.*

Следствие 5.1. *При любом $n \in \mathbb{N}$ справедливы следующие неравенства: $L_{B'}^{\mathrm{detect}}(IO_1^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 16$, $L_{B_1}^{\mathrm{detect}}(IO_1^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 16$.*

В теореме 5.3 установлена асимптотика ФШ, фактически изучаемой с 1972 г.

Теорема 5.3. *При любых $n \in \mathbb{N}$ и $B \in \{B', B_1\}$ справедливы неравенства $2n - 2t - 2 \leqslant L_B^{\mathrm{detect}}(PIO_1^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 2n - 2t + 15$, где t — единственное целое решение двойного неравенства $2^t + t + 1 \leqslant n \leqslant 2^{t+1} + t + 1$.*

Теорема 5.4. *При любом натуральном n в базисе B' (в базисе B_1) любую булеву функцию n переменных можно реализовать неизбыточной СФЭ с n входами и с тремя выходами, допускающей единичный проверяющий тест длины не более 17 относительно источника неисправностей PIO_1^{const}.*

В шестом параграфе исследуются полные ПТ при константных неисправностях на выходах функциональных элементов некоторого базиса. ФШ, аналогичные функции из теоремы 6.2, изучаются с 1986 г. Доказаны следующие утверждения.

Теорема 6.1. *В некотором конечном полном схемном базисе $\hat{B}$, содержащем функциональные элементы с числом входов от одного до* *семи, при $n \in \mathbb{N}$ для любой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ ($f(\tilde{x}^n) \in \hat{P}_2^n$) имеет место неравенство $L_{\hat{B}}^{\mathrm{detect}}(O^{\mathrm{const}}, f(\tilde{x}^n)) \leqslant 4$.*

Теорема 6.2. *В некотором конечном полном схемном базисе $\hat{B}$, содержащем функциональные элементы с числом входов от одного до семи, при $n \in \mathbb{N}$ имеют место неравенства $2 \leqslant L_{\hat{B}}^{\mathrm{detect}}(O^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 4$.*

Теорема 6.3. *В некотором конечном полном схемном базисе $\hat{B}$, содержащем функциональные элементы с числом входов от одного до семи, при $n \in \mathbb{N}$ имеют место неравенства*

$$2n - 2t - 2 \leqslant L_{\hat{B}}^{\mathrm{detect}}(PO^{\mathrm{const}}, n) \leqslant 2n - 2t + 3,$$

где целое t определяется из неравенств $2^t + t + 1 \leqslant n \leqslant 2^{t+1} + t + 1$.

В седьмом параграфе исследуются полные ПТ при инверсных неисправностях на выходах функциональных элементов некоторого базиса. Доказаны следующие утверждения.

Теорема 7.1. *Существует конечный полный схемный базис $\hat{\hat{B}}$, такой, что для него при $n \in \mathbb{N}$ имеет место неравенство $L_{\hat{\hat{B}}}^{\mathrm{detect}}(O^{\mathrm{inv}}, n) \leqslant 4$.*

Отметим, что при этом можно получать схемы, сложность которых окажется равной $O(2^n/n)$, т. е. оптимальной по порядку роста для функций $f(\tilde{x}^n)$, доля которых стремится к 1 с ростом n к бесконечности.

Теорема 7.2. *Существует схемный базис $\hat{\hat{B}}$, содержащий функциональные элементы с числом входов от одного до девяти, такой, что для него при $n \geqslant 3$ имеют место неравенства*

$$2 \leqslant L_{\hat{\hat{B}}}^{\mathrm{detect}}(O^{\mathrm{inv}}, n) \leqslant 4$$

(причем верхняя оценка имеет место при всех $n \in \mathbb{N}$).

Теорема 7.3. *Существует схемный базис $\hat{\hat{B}}$, содержащий функциональные элементы с числом входов от одного до девяти, такой, что для него при $n \geqslant 3$ имеют место неравенства*

$$2 \cdot \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor + 1 \leqslant L_{\hat{\hat{B}}}^{\mathrm{detect}}(PO^{\mathrm{inv}}, n) \leqslant n + 4$$

(причем верхняя оценка имеет место при всех $n \in \mathbb{N}$).

В теореме 7.1 показано, что в некотором базисе для любой булевой функции существует схема, тестопригодная относительно проверки инверсных неисправностей произвольной кратности на выходах элементов и допускающая полный ПТ константной длины. В следующей теореме 7.4 демонстрируется такой эффект: схем в некоторых базисах, тестопригодных относительно проверки инверсных неисправностей произвольной кратности на выходах элементов, не существует для большинства булевых функций.

Теорема 7.4. *В каждом из полных схемных базисов* $\{x\&y, \bar{x}\}$ *и* $\{x \vee y, \bar{x}\}$ *при всех натуральных* n *количество функций от переменных* x_1, $x_2, \ldots, x_n$, *допускающих тестопригодные* (*относительно проверки инверсных неисправностей произвольной кратности на выходах элементов*) *схемы с одним выходом, равно* 3^n.

В восьмом параграфе устанавливается, что ФШ длины единичного ДТ относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов в базисах $B' = \{x\&y, x\oplus y, x \sim y\}$, $B_1 = \{x\&y, x\oplus y, 1\}$ не превосходит константы 22, а в некотором специальном конечном полном базисе B — константы 6.

Доказаны следующие утверждения.

Теорема 8.1. *При* $n \in \mathbb{N}$ *имеет место неравенство* $L^{\mathrm{diagn}}_{B'}(O^{\mathrm{const}}_1, n) \leqslant 22$.

Теорема 8.2. *При* $n \in \mathbb{N}$ *имеет место неравенство* $L^{\mathrm{diagn}}_{B_1}(O^{\mathrm{const}}_1, n) \leqslant 22$.

Теорема 8.3. *В специальном конечном полном базисе* $\hat{B}' = \{x \;\&\; y,\; x \oplus y,\; x \sim y,\; (0000100110011111),\; (b_1b_2 \vee b_1b_3 \vee b_2b_3) \oplus (x_1 \oplus x_2 \oplus e)((d_1d_2 \vee d_1d_3 \vee d_2d_3) \oplus x_2)\}$ *при всех* $n \in \mathbb{N}$ *имеет место неравенство* $L^{\mathrm{diagn}}_{\hat{B}'}(O^{\mathrm{const}}_1, n) \leqslant 6$.

Теорема 8.4. *При* $n \to \infty$ *имеют место асимптотические равенства:* $L^{\mathrm{diagn}}_{B'}(PO^{\mathrm{const}}_1, n) = 2n + O(1)$, $L^{\mathrm{diagn}}_{B_1}(PO^{\mathrm{const}}_1, n) = 2n + O(1)$, $L^{\mathrm{diagn}}_{\hat{B}'}(PO^{\mathrm{const}}_1, n) = 2n + O(1)$.

В девятом параграфе устанавливается, что ФШ длины единичного ДТ относительно инверсных неисправностей на выходах элементов в базисе $B_1 = \{x \;\&\; y, x \oplus y, 1\}$ равна 1, а в базисе $B_0 = \{x \;\&\; y, x \vee y, \bar{x}\}$ равна 2. Обозначим через $\Psi_1(y_1, y_2, y_3, y_4)$ булеву функцию, вектор значений которой имеет вид (0111111111111101), а через $\Psi_2(y_1, y_2, y_3, y_4)$ — булеву функцию, вектор значений которой имеет вид (0111110000111101). Положим $\hat{B}_1 = \{x\&y, x \oplus y, 1, \Psi_1(y_1, y_2, y_3, y_4), \Psi_2(y_1, y_2, y_3, y_4)\}$.

Теорема 9.1. *При* $n \in \mathbb{N}$ *имеет место равенство:*

$$L^{\mathrm{diagn}}_{\hat{B}_1}(O^{\mathrm{inv}}_1, n) = 1.$$

Теорема 9.2. *При* $n \in \mathbb{N}$ *имеет место равенство:*

$$L^{\mathrm{diagn}}_{B_1}(O^{\mathrm{inv}}_1, n) = 1.$$

Теорема 9.3. *При всяком натуральном n имеют место равенства:* $L^{\mathrm{diagn}}_{\hat{B}_1}(PO^{\mathrm{inv}}_1, n) = L^{\mathrm{diagn}}_{B_1}(PO^{\mathrm{inv}}_1, n) = n.$

Теорема 9.4. *При $n \in \mathbb{N}$ имеет место равенство $L^{\mathrm{diagn}}_{B_0}(O^{\mathrm{inv}}_1, n) = 2$, причем для любой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ имеет место равенство:*

$$L^{\mathrm{diagn}}_{B_0}(O^{\mathrm{inv}}_1, f) = \begin{cases} 0, & \text{если } f \text{ — селекторная функция,} \\ 1, & \text{если } f \text{ конгруэнтна одной из функций } 0,\ 1,\ \bar{x}_1, \\ & x_1 \& x_2,\ x_1 \vee x_2,\ x_1 \downarrow x_2,\ x_1 \mid x_2, \\ 2, & \text{иначе.} \end{cases}$$

.

Теорема 9.5. *При всяком натуральном n имеют место неравенства:* $n \leqslant L^{\mathrm{diagn}}_{B_0}(PO^{\mathrm{inv}}_1, n) \leqslant n + 1.$

В третьей главе диссертации «Некоторые оценки длин проверяющих тестов при неисправностях контактов в схемах переключательного типа» рассматриваются ПТ для контактных схем и обобщенных итеративных контактных схем. К главе относятся десятый и одиннадцатый параграфы диссертации.

В десятом параграфе изучаются единичные ПТ для КС.

Теорема 10.1. *Пусть $f(\tilde{x}^n)$ — произвольная булева функция, отличная от константы. Тогда*

1) систему функций $(f,\ \bar{f})$ можно реализовать тестопригодной контактной схемой, допускающей единичный проверяющий тест длины $2n + 4$;

2) функцию $\hat{f}(\tilde{x}^{n+1}) = f(\tilde{x}^n) \oplus x_{n+1}$ можно реализовать тестопригодной контактной схемой, допускающей единичный проверяющий тест длины $4n + 8$.

Теорема 10.2. *Пусть $f(\tilde{x}^n)$ — произвольная булева функция. Тогда функцию $f(\tilde{x}^n)$ можно смоделировать тестопригодной двухполюсной КС $\hat{\Sigma}^*_f$, допускающей единичный проверяющий тест, имеющий длину, не превосходящую 35, при этом входная избыточность моделирования функции f этой схемой не превосходит 5 и в схеме может встречаться еще одна фиктивная дополнительная переменная.*

Оказывается, в случае реализации (а не моделирования с небольшой входной избыточностью, как в теореме 10.2) двухполюсными контактными схемами произвольных булевых функций добиться константных верхних оценок длины единичного ПТ оказывается невозможно. Именно, справедлива

Теорема 10.3. *Пусть* O_1 — *источник одиночных замыканий или размыканий контактов. Тогда при любом натуральном* n, $n \geqslant 2$, *справедлива оценка:* $L^{\mathrm{detect}}_{\mathrm{KC}}(O_1, n) \geqslant n + 2$.

В одиннадцатом параграфе изучаются ПТ для обобщенных итеративных контактных схем.

Теорема 11.1. *Пусть* $f(\tilde{x}^n)$ — *произвольная булева функция, отличная от константы. Тогда функцию, равную* $f(\tilde{x}^n)$, *можно реализовать*

а) тестопригодной двухполюсной ОИКС с не более чем двумя дополнительными фиктивными переменными, допускающей единичный проверяющий тест размыкания, имеющий длину, не превосходящую 7,

б) тестопригодной двухполюсной ОИКС с не более чем двумя дополнительными фиктивными переменными, допускающей единичный проверяющий тест замыкания, имеющий длину, не превосходящую 4.

Теорема 11.2. *Пусть* $f(\tilde{x}^n)$ — *произвольная булева функция, отличная от константы. Тогда функцию, равную* $f(\tilde{x}^n)$, *можно реализовать тестопригодной ОИКС (с не более чем одной дополнительной фиктивной переменной), допускающей единичный проверяющий тест длины, не превосходящей* $4n + 8$.

Теорема 11.3. *Пусть* $f(\tilde{x}^n)$ — *произвольная булева функция. Тогда функцию* $f(\tilde{x}^n)$ *можно смоделировать тестопригодной двухполюсной ОИКС* $\hat{\Sigma}_f$, *допускающей единичный проверяющий тест, имеющий длину, не превосходящую* 11, *при этом входная избыточность моделирования функции* f *этой схемой не превосходит* 5 *и имеется не более двух дополнительных фиктивных переменных.*

Теорема 11.4. *Пусть* $f(\tilde{x}^n)$ — *произвольная булева функция, отличная от константы. Тогда функцию, равную* $f(\tilde{x}^n)$, *можно реализовать тестопригодной двухполюсной ОИКС (с не более чем пятью дополнительными фиктивными переменными), допускающей единичный проверяющий тест, имеющий длину, не превосходящую* 30.

Следствие 11.1. *Пусть* O_1 — *источник одиночных замыканий или размыканий контактов. Тогда при любом натуральном* n *справедлива оценка:* $L^{\mathrm{detect}}_{\mathrm{ОИКС}}(O_1, n) \leqslant 30$.

Заключение подытоживает исследование, проведенное в диссертации.

Заключение

В диссертации были получены:

1) новые оценки длин минимальных проверяющих тестов относительно различных источников константных неисправностей на входах счетчиков четности;

2) новые оценки функций Шеннона длин проверяющих и диагностических тестов относительно перестановок входов схем, а также относительно локальных слипаний входов схем;

3) новые оценки функций Шеннона длин проверяющих и диагностических тестов для схем из функциональных элементов;

4) новые оценки длин минимальных единичных проверяющих тестов для контактных схем и обобщенных итеративных контактных схем.

Эти результаты могут применяться в дальнейших исследованиях минимальных тестов для булевых функций, реализованных логическими схемами. Доказанные в диссертации утверждения могут включаться в курсы, читаемые студентам и аспирантам математических специальностей. Получение верхних оценок функций Шеннона длины теста для схем сопровождалось в диссертации разработкой методов синтеза легкотестируемых схем, реализующих произвольные булевы функции. Эти методы синтеза или заложенные в них идеи могут применяться для решения задач проектирования цифровых устройств.

Благодарности

Автор благодарит своего научного консультанта профессора Сергея Андреевича Ложкина за поддержку и внимание к работе, а также коллектив кафедры математической кибернетики за творческую атмосферу и доброжелательное отношение.

Публикации автора по теме диссертации

I. *Публикации в изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационных советах МГУ.*

1. Романов Д. С. Об оценках функций Шеннона длины единичных тестов относительно транспозиций переменных // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2007. — № 2. — С. 23–29. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,312.) Перевод: Romanov D. S. On estimates of Shannon functions of the length of unit tests for transpositions of variables // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2007. — Vol. 31, No. 2. — Pp. 60–65. (Импакт-фактор Scopus: 0,187.)

2. Романов Д. С. О диагностических тестах относительно локальных слипаний переменных в булевых функциях // Прикладная математи-

ка и информатика. — Вып. 36. — М.: МАКС Пресс, 2010. — С. 91–98. Перевод: Romanov D. S. Diagnostic tests for local coalescences of variables in Boolean functions // Computational Mathematics and Modeling. — 2012. — Vol. 23, Iss. 1. — Pp. 72–79. (Импакт-фактор Scopus: 0,191.)

3. Романов Д. С. Метод синтеза легкотестируемых схем в одном базисе, допускающих единичные проверяющие тесты константной длины // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. — 2012. — № 2. — С. 24–29. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,348.) Перевод: Romanov D. S. A method for synthesis of easily-testable circuits in some basis admitting single fault detection tests of constant length // Moscow University Mathematics Bulletin. — 2012. — Vol. 67, No. 2. — Pp. 69–73. (Импакт-фактор Scopus: 0,203.)

4. Романов Д. С. О тестах относительно перестановок переменных в булевых функциях // Прикладная математика и информатика. — Вып. 41. — М.: МАКС Пресс, 2012. — С. 113–121. Перевод: Romanov D. S. Tests with respect to permutations of variables in Boolean functions // Computational Mathematics and Modeling. — 2013. — Vol. 24, Iss. 4. — Pp. 558–565. (Импакт-фактор Scopus: 0,191.)

5. Романов Д. С. О синтезе схем, допускающих полные проверяющие тесты константной длины относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов // Дискретная математика. — 2013. — Т. 25, вып. 2. — С. 104–120. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,821.) Перевод: Romanov D. S. On the synthesis of circuits admitting complete fault detection test sets of constant length under arbitrary constant faults at the outputs of the gates // Discrete Mathematics and Applications. — 2013. — Vol. 23, Iss. 3–4. — Pp. 343–362. (Импакт-фактор Scopus: 0,325.)

6. Романов Д. С. О проверяющих тестах для константных неисправностей на входах схемы счетчика четности // Прикладная математика и информатика. — Вып. 46. — М.: МАКС Пресс, 2014. — С. 128–136. Перевод: Romanov D. S. Fault detection tests for stuck-at faults on parity counter inputs // Computational Mathematics and Modeling. — 2015. — Vol. 26, Iss. 3. — Pp. 429–435. (Импакт-фактор Scopus: 0,191.)

7. Романов Д. С. Метод синтеза легкотестируемых схем, допускающих единичные проверяющие тесты константной длины // Дискретная математика. — 2014. — Т. 26, вып. 2. — С. 100–130. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,821.) Перевод: Romanov D. S. Method of synthesis of easily testable circuits admitting single fault detection tests of constant length // Discrete Mathematics and Applications. — 2014. — Vol. 24, Iss. 4. — Pp. 227–251. (Импакт-фактор Scopus 2018 г.: 0,325.)

8. Романов Д. С. О синтезе контактных схем, допускающих короткие проверяющие тесты // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. — 2014. — Т. 156, кн. 3. — С. 110–115. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,897.) Перевод: Romanov D. S. On the design of switching circuits admitting small detection test sets // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2015. — Vol. 36, No. 4. — Pp. 461–465. (Импакт-фактор Scopus 2018 г.: 0,315.)

9. Романов Д. С. О синтезе схем, допускающих полные проверяющие тесты константной длины относительно инверсных неисправностей на выходах элементов // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2015. — № 1. — С. 30–37. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,312.) Перевод: Romanov D. S. Synthesis of circuits admitting complete checking tests of constant length under inverse faults at outputs of elements // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2015. — Vol. 39, No. 1. — Pp. 26–34. (Импакт-фактор Scopus: 0,187.)

10. Романов Д. С. Метод синтеза неизбыточных схем в базисе Жегалкина, допускающих единичные диагностические тесты длины один // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. — 2015. — № 4. — С. 38–54. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,274.)

11. Романов Д. С. Метод синтеза неизбыточных схем в стандартном базисе, допускающих единичные диагностические тесты длины два // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. — 2016. — № 3. — С. 56–72. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,274.)

12. Романов Д. С., Романова Е. Ю. О единичных проверяющих тестах для схем переключательного типа // Известия высших учебных

заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. — 2015. — № 1. — С. 5–23. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,274.)

В этой работе автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в инициировании создания статьи, в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами.

13. Романов Д. С., Романова Е. Ю. О единичных проверяющих тестах константной длины для обобщенных итеративных контактных схем // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. — 2015. — № 3. — С. 42а–50. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,312.) Перевод: Romanov D. S., Romanova E. Yu. Single fault detection tests for generalized iterative switching circuits // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2015. — Vol. 39, No. 3. — Pp. 144–152. (Импакт-фактор Scopus: 0,187.)

    В этой работе автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в инициировании создания статьи, в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами.

14. Романов Д. С., Романова Е. Ю. Метод синтеза неизбыточных схем, допускающих короткие единичные диагностические тесты при константных неисправностях на выходах элементов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. — 2016. — № 2. — С. 87–102. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,274.)

    В этой работе автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами.

15. Романов Д. С., Романова Е. Ю. Короткие тесты для схем в базисе Жегалкина // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2016. — № 3. — С. 73–78. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,190.)

В этой работе автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами.

16. Романов Д. С., Романова Е. Ю. Метод синтеза неизбыточных схем, допускающих единичные проверяющие тесты константной длины // Дискретная математика. — 2017. — Т. 29, № 4. — С. 87–105. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,821.) Перевод: Romanov D. S., Romanova E. Yu. A method of synthesis of irredundant circuits admitting single fault detection tests of constant length // Discrete Mathematics and Applications. — 2019. — Vol. 29, Iss. 1. — Pp. 35–48. (Импакт-фактор Scopus: 0,325.)

    В этой работе автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами.

II. *Публикации из изданий, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора наук, но не входящих в международные базы научного цитирования.*

17. Кузнецов И. А., Романов Д. С. О полных проверяющих тестах относительно локальных слипаний переменных в булевых функциях // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. — 2009. — Т. 151, кн. 2. — С. 90–97. (Импакт-фактор РИНЦ: 0,897.)

    В этой работе теорема 1 и следствие из нее доказаны автором диссертации совместно с И. А. Кузнецовым, теорема 2 доказана автором диссертации, а лемма 1 и теорема 3 доказаны И. А. Кузнецовым.

III. *Иные публикации.*

18. Кузнецов И. А., Романов Д. С. Об оценках длин полных локальных проверяющих тестов относительно слипаний переменных // Ма-

териалы XVII Международной школы-семинара «Синтез и сложность управляющих систем» имени академика О. Б. Лупанова (Новосибирск, 27 октября – 1 ноября 2008 г.). — Новосибирск: Издательство Института математики СО РАН, 2008. — С. 84–90.

В этой работе теорема 1 и следствие из нее доказаны автором диссертации совместно с И. А. Кузнецовым, теорема 2 доказана автором диссертации.

19. Романов Д. С. О проверяющих тестах для входов счетчиков четности // Материалы XII Международной школы-семинара «Синтез и сложность управляющих систем» (Пенза, 15–21 октября 2001 г.). — М.: Изд-во центра прикладных исследований при мех.-мат. ф-те МГУ, 2001. — Часть II. — С. 188–192.

20. Романов Д. С. О тестах относительно перестановок переменных булевых функций // Проблемы теоретической кибернетики. Тезисы докладов XIII Международной конференции (Казань, 27–31 мая 2002 г.). — Часть II. — М.: Изд-во центра прикладных исследований при мех.-мат. ф-те МГУ, 2002. — С. 155.

21. Романов Д. С. О единичных диагностических тестах относительно транспозиций переменных булевых функций // Математические методы и приложения. Труды десятых математических чтений МГСУ (26–30 января 2002 года). — М.: Изд-во МГСУ, 2003 г. — С. 114–118.

22. Романов Д. С. О длинах единичных тестов относительно транспозиций переменных булевых функций // Материалы VIII Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» (2–6 февраля 2004 г.). — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 2004 г. — С. 96–97.

23. Романов Д. С. О тестах относительно перестановок переменных булевых функций // Труды VI Международной конференции «Дискретные модели в теории управляющих систем» (Москва, 7–11 декабря 2004 г.). — М.: МАКС Пресс, 2004 г. — С. 69–72.

24. Романов Д. С. О полных диагностических тестах относительно локальных слипаний переменных // Научная конференция «Тихоновские чтения» (посвящается памяти Андрея Николаевича Тихонова, 25–29 октября 2010 г.). — М.: Изд-во ООО «МАКС Пресс», 2010. — С. 10–11.

25. Романов Д. С. О проверяющих тестах относительно перестановок переменных в булевых функциях // Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVI Международной конференции (Нижний Новгород, 20–25 июня 2011 года). — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 2011. — С. 396–399.

26. Романов Д. С. О синтезе схем, допускающих проверяющие тесты константной длины // Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVI Международной конференции (Нижний Новгород, 20–25 июня 2011 года). — Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского ун-та, 2011. — С. 400–403.

27. Романов Д. С. Об оценках функции Шеннона длины единичного проверяющего теста относительно произвольных константных неисправностей на выходах элементов // Материалы XI Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения», посвященного 80-летию со дня рождения академика О. Б. Лупанова (Москва, МГУ, 18–23 июня 2012 г.). — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 2012. — С. 160–163.

28. Романов Д. С. Об оценках функции Шеннона длины полного проверяющего теста относительно инверсных неисправностей на выходах элементов в одном базисе // Синтаксис и семантика логических систем: Материалы 4-й Российской школы-семинара, посвященной 80-летию основания Бурятского государственного университета (Улан-Удэ, 14–19 августа 2012 г.). — Иркутск: Изд-во ФГБОУ ВПО «Восточно-Сибирская государственная академия образования», 2012. — С. 105–109.

29. Романов Д. С. О некоторых оценках функций Шеннона длины проверяющих и диагностических тестов // Ломоносовские чтения: Научная конференция, Москва, факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, 18–27 апреля 2016 г. : Тезисы докладов. — М.: Издательский отдел факультета ВМиК МГУ, 2016. — С. 85.

30. Романов Д. С. О тестах для схем при неисправностях на выходах элементов // Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVIII Международной конференции (Пенза, 19–23 июня 2017 г.). — М: МАКС Пресс, 2017. — С. 213–216.

31. Романов Д. С. Оценки функций Шеннона длин тестов для логических схем // Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVIII Международной конференции (Пенза, 19–23 июня 2017 г.). — М: МАКС Пресс, 2017. — С. 216–220.

32. Романов Д. С., Казачёк А. Е. Об оценках функций Шеннона длин локальных тестов относительно слипаний // Материалы XVI Международной школы-семинара «Синтез и сложность управляющих систем». — М.: Изд-во мех.-мат. ф-та МГУ, 2006. — С. 91–97.

В этой работе А. Е. Казачёк доказал теорему 3, а автор диссертации — теоремы 1 и 2.

33. Романов Д. С., Романова Е. Ю. Единичные проверяющие тесты для схем переключательного типа // Дискретные модели в теории управляющих систем: IX международная конференция (Москва и Подмосковье, 20–22 мая 2015 г.) : Труды. — М.: МАКС Пресс, 2015. — С. 205–207.

В этой работе автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в инициировании создания статьи, в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами.

34. Романов Д. С., Романова Е. Ю. Об оценках функций Шеннона длины теста относительно константных неисправностей // Материалы XII Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» имени академика О. Б. Лупанова (Москва, МГУ, 20–25 июня 2016 г.). — М.: Издательство механико-математического факультета МГУ, 2016. — С. 159–161.

В этой работе автору диссертации принадлежат все формулировки и доказательства, а вклад Е. Ю. Романовой состоит в обсуждениях результатов и редактировании материалов на этапе написания статей, в дискуссиях о взаимосвязях между утверждениями статей и квалиметрическими подходами.