Шакері Мобараке Пуйан, стажист механіко-матема&shy;тичного факультету Київського національного універси&shy;теті імені Тараса Шевченка: &laquo;Аналітичні методи розв&rsquo;язку задач теорії коливань для пружних пластин неканонічної форми&raquo; (01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла). Спецрада К 26.001.21 у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка МОН України

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова

праця на правах рукопису

Шакері Мобараке Пуйан

УДК 539.3

ДИСЕРТАЦІЯ

Аналітичні методи розв’язку задач теорії коливань

для пружних пластин неканонічної форми

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,

результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

Шакері Мобараке Пуйан

Науковий керівник

Грінченко Віктор Тимофійович

академік НАН України

доктор фізико-математичних наук, професор

Київ – 2019

ЗМІСТ

ВСТУП 10

Розділ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ 23

Розділ 2 МЕТОД ПОБУДОВИ АНАЛІТИЧНИХ РОЗВ’ЯЗКІВ

КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ ДЛЯ

НЕКАНОНІЧНИХ ОБЛАСТЕЙ 35

2.1 Основні особливості методу часткових областей ............................. 36

2.2 Розв’язок задачі в області, що обмежена трикутником ................ 39

2.3 Області, які обмежені координатними поверхнями різних сімейств 42

2.4 Доповнення граничних умов в задачі теорії потенціалу ................... 48

2.5 Задача про випромінювання звуку циліндрами, що перетинаються 51

2.6 Частково екранований циліндричний акустичний випромінювач 54

2.7 Висновки до розділу ...……………………………………………… 55

Розділ 3 СУЧАСНІ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕКАНОНІЧНИХ

ОБЛАСТЕЙ НА ПРИКЛАДІ РІВНЯННЯ ЛАПЛАСА 57

3.1 Задача Діріхле для паралелограмної області...................................... 58

3.1.1 Розв'язування методом часткових областей ......……………. 59

3.2 Розв’язування методом граничних інтегральних рівнянь ................. 67

3.2.1 Приклад розрахунків методом граничних інтегральних

рівнянь ...............................….………………………………………… 74

3.3 Метод коллокації................................................................................... 76

8

3.4 Висновки до розділу ……………………………………………….. 84

Розділ 4 КОЛИВАННЯ МЕМБРАНИ ПАРАЛЕЛОГРАМНОЇ ФОРМИ 85

4.1 Постановки задач про коливання паралелограмної мембрани ..… 85

4.2 Розв’язання методом часткових областей .............……………….. 87

4.3 Метод мінімізації середньоквадратичних відхилень …........…….. 92

4.4 Метод колокації ..………………......................................………….. 97

4.5 Коливання мембрани при динамічному збудженні. Метод

мінімізації середньоквадратичного відхилення ..………..........….. 102

4.6 Коливання мембрани при динамічному збудженні.

Метод колокації .................................................................................. 103

4.7 Висновки до розділу …….………………………………………….. 107

Розділ 5 ВПЛИВ ЗБУРЕНЬ ФОРМИ ГРАНИЦІ НА ЧАСТОТНІ

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАНАРНИХ КОЛИВАНЬ

П’ЕЗОКЕРАМІЧНИХ ПЛАСТИН 108

5.1 Основні співвідношення теорії планарних коливань тонких

електродованих п’єзопластин з товщинною поляризацією при

збудженні електричним полем......................................................… 109

5.2 Представлення розв'язку в потенціалах ..................……………….. 111

5.3 Постановка задачі та побудова аналітичного розв’язку …............. 114

5.4 Комп'ютерне моделювання коливань пластин …..……………….. 122

5.5 Експериментальні дослідження впливу збурень форми

границі на частотні характеристики планарних коливань

п'єзокерамічних пластин …….…………………………………….. 138

9

5.5.1 Оцінка ефективності енергоперетворення пластини на

резонансних коливаннях ......................................……………. 141

5.5.2 Методика проведення експериментальних досліджень......... 143

5.5.3 Амплітудно-частотні характеристики і коефіцієнт

электромеханічного зв'язку квадратної пластини розміром

45x45х2,8 мм та похідних від неї паралелограмів з різними

кутами зрізу протилежних граней. ......................................... 145

5.6 Дослідження змін у резонансних властивостях при зміні форми

п’єзокерамічного стержня з прямокутної на трапецієвидну ......... 152

5.7 Висновки до розділу …….………………………………………….. 155

Розділ 6 ЗГИННІ КОЛИВАННЯ БІМОРФНИХ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ

ПЛАСТИН НЕКАНОНІЧНОЇ ФОРМИ 157

6.1 Основні співвідношення теорії коливань біморфних

п'єзокерамічних пластин ...............................................................… 159

6.2 Постановка задачі та побудова аналітичного розв’язку .............… 162

6.3 Комп’ютерне моделювання коливань пластини з використанням

двох підходів ...................................................................................… 169

6.4 Висновки до розділу …….………………………………………….. 189

ВИСНОВКИ 191

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 193

ВИСНОВКИ

Основнірезультатидисертаційноїроботиєтакими

Запропонованоновупроцедуруформуваннязагальнихрозв’язків

граничнихзадачматематичноїфізикидлянеканонічнихобластейНовийпідхід

дозволяєформуватизагальнийрозв’язокбезвведенняштучнихнефізичних

обмеженьпривиборічастковихобластей

Результатианалізурозв’язківконкретнихграничнихзадачдлярівнянь

ЛапласаіГельмгольцадозволилизапропонуватисуттєвеспрощеннячисельних

процедурвиконанняграничнихумовПоточковевиконанняграничнихумові

умовконтактунаграницяхчастковихобластейістотнозменшуєобсяг

обчисленьіпроцедуруформуванняалгебраїчнихсистемдлявизначення

невідомихкоефіцієнтів

Еффектівностьобчислювальнихпроцедуріпоказанаможливість

досягненнявисокоїточностівиконанняграничнихумовдозволилапоширити

методназадачідослідженняколиваньп’єзокерамічнихпаралелограмних

пластин

Прианалізіпланарнихколиваньпаралелограмнихп’єзокерамічних

пластинпоказановпливкутаскосунаспектральніхарактеристикипластиниі

характеристикивласнихформВстановленосуттєвезбагаченнярезонансного

спектрупластинвпорівняннізіспектромвідносноблизькоїпогеометрії

прямокутноїпластини

Встановленопрактичноідентичнаефективністьрізнихпроцедур

методуколокаціїіметодумінімізаціїсередньоквадратичноговідхиленняпри

визначеннічисельнихзначенькоефіцієнтіврядівщопредставляють

характеристикифізичнихвеличинвзагальномурозв’язкуграничноїзадачі

Отриманорозв’язокзадачіпровимушенізгинніколиваннябіморфних

паралелограмнихпластинпризбудженніколиваньелектричнимполемв

широкомудіапазонічастот



Проведеноаналізвласнихформколиваньбіморфнихпластинз

оцінкоюкінематичниххарактеристикточоквоколиціточкирезонансу

Проведеноекспериментальнедослідженнядинамічниххарактеристик

паралелограмнихпластинзрізнимикутамискосуВстановленовисокуступінь

узгодженнязаналітичнимирезультатамиякасвідчитьпроадекватність

прийнятоїматематичноїмоделібіморфнихпластиниіможливості

експериментальнореалізуватиграничніумовиблизькідоумоввільногокраю

Визначеноособливостівласнихформколиваньщопов’язанізнеканонічністю

геометріїпластини