

На правах рукописи

ЛОБОВИКОВ Павел Викторович

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ
(БРИЗЕРОВ) В СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ СРЕДАХ В РАМКАХ
УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2019

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика»
ФГБОУ ВО «Нижегородского государственного технического университета
им. Р.Е. Алексеева»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Куркин Андрей Александрович

Официальные оппоненты: **Булатов Виталий Васильевич**,
доктор физико-математических наук, профессор,
старший научный сотрудник лаборатории
механики сложных жидкостей, ФГБУН
«Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН»
Курулин Вадим Викторович,
кандидат физико-математических наук,
начальник научно-исследовательской группы
0813/5, ФГУП «Российский Федеральный
Ядерный Центр Всероссийский научно-
исследовательский институт экспериментальной
физики»

Ведущая организация: Атлантическое отделение ФГБУН «Институт
Океанологии им. П.П. Ширшова РАН»,

Защита состоится «19» декабря 2019 г. в 14 часов на заседании
диссертационного совета Д212.165.10 при ФГБОУ ВО «Нижегородский
государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева» по адресу:
603600, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24, корп. 1, ауд. 1315.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НГТУ им. Р.Е. Алексеева и
по ссылке – [https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/
instit_fakul_kaf_shkoly/fsvk/dissertacii/2019/lobovikov_p_v.pdf](https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/instit_fakul_kaf_shkoly/fsvk/dissertacii/2019/lobovikov_p_v.pdf)

Автореферат разослан «___» ноября 2019 г.

Учёный секретарь
Диссертационного совета,
к.ф.-м.н.



Е.А. Рувинская

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации

Внутренние гравитационные волны являются одной из важнейших составляющих волновых движений в стратифицированных водоемах. Такие волны возникают и распространяются на границах раздела слоев различной плотности в стратифицированной жидкости. Волновая динамика внутренних волн достаточно хорошо изучена для двухслойной стратификации, которая в первом приближении описывает распределение плотности воды по глубине для многих водоемов. Также в настоящий момент появляется большое количество работ, посвященных исследованиям волновой динамики в трехслойной жидкости, где можно наблюдать более сложные динамические режимы [1, 2]. Подобная стратификация с двумя выраженными скачками плотности встречается в отдельные сезоны в различных акваториях, например, в Южно-Китайском и Балтийском морях. Волновые процессы, протекающие в трехслойной жидкости, были исследованы в ряде работ, как в рамках слабонелинейной теории, так и в рамках полнонелинейных моделей. Однако, некоторые важные аспекты волновой механики в трехслойной жидкости изучены недостаточно подробно, например, на сегодняшний день достаточно слабо исследован класс длинных нелинейных локализованных пакетов – бризеров, для которых трехслойная жидкость является самой примитивной по стратификации средой, где они могут существовать. Долговременное распространение такого пакета было подтверждено численным моделированием в рамках уравнений Эйлера [3].

Распространение бризероподобных волн наблюдалось в реальном океане (см., например, [4 – 7]). Однако, подтвердить принадлежность этих пакетов к классу бризероподобных волн можно, лишь имея наблюдения в нескольких последовательных точках вдоль трассы распространения этих волн, а такие данные практически отсутствуют.

Поскольку натурные наблюдения бризероподобных волн затруднены, а лабораторное моделирование таких волн тоже достаточно непростое, то численное моделирование пока является единственным инструментом исследования свойств и динамики бризеров внутренних волн. Эти исследования ведутся как в рамках приближенных моделей, так в рамках нелинейных уравнений Эйлера или Навье – Стокса.

Внутренние волны большой амплитуды могут заметно воздействовать на опоры гидротехнических сооружений: мостов, платформ, причалов и т.д. В литературе имеются данные о повреждении опоры платформы внутренней волной большой амплитуды в Андаманском море [8]. При прохождении пакета внутренних волн большой амплитуды опора платформы накренилась на угол 3° . Это привело к смещению этой опоры на 2 м, и напряжение якорной цепи выросло на 25%. Сильные течения, возникающие при прохождении внутренних волн большой амплитуды, также увеличивают напряжения в трубах и ведут к размывам под ними. Возможность предсказать такие волны даст большой вклад в безопасность нефтегазовых промыслов. Сравнение между действием на

платформу поверхностных и внутренних волн показало [9], что в горизонтальном направлении действие внутренних волн составляет только 9% от результирующего действия поверхностной волны за годовой период повторяемости и 5% от волны за 50-летний период повторяемости. В вертикальном же направлении силы, вызванные внутренней волной, в 30 раз больше сил от поверхностной волны с годовым периодом повторяемости и в 1.7 раза больше, чем от волны с 50-летним периодом повторяемости. Внутренние волны сильнее влияют на дно под платформой, чем поверхностные. Вышесказанное показывает актуальность исследования нагрузок на опоры гидротехнических сооружений, вызванные нелинейными внутренними волнами, в том числе, и бризероподобными.

Перенос примесей и транспорт донных наносов занимают большой раздел в механике жидкости. Исследование переноса примесей и транспорта наносов внутренними волнами большой амплитуды весьма актуально, поскольку шельфовая зона океана сейчас активно вводится в хозяйственную деятельность, а полученные результаты используются при проектировании подводных и надводных сооружений газо- и нефтедобычи, устройстве рыбных «ферм», прокладке по дну океана трубопроводов и т.д.

Уже из перечисленного следует актуальность и практическая важность исследования нелинейных волновых пакетов (бризеров) в стратифицированных бассейнах.

Цели диссертационной работы

Основной целью диссертации является исследование динамики нелинейных пакетов (бризеров) гравитационных волн в стратифицированных бассейнах, транспорта частиц и силового воздействия на препятствия. В связи с чем решаются следующие задачи:

1. Генерация бризеров в рамках уравнения Эйлера с помощью аналитических решений слабо нелинейной теории внутренних волн, основанной на интегрируемых уравнениях КдВ-иерархии;
2. Моделирование трансформации бризера на уступе дна при различных параметрах бризера и уступа
3. Влияние вращения бассейна на долговременную эволюцию бризера;
4. Исследование эффектов силового воздействия бризера на цилиндрические опоры малого диаметра;
5. Расчеты движения жидких частиц нейтральной плавучести в поле бризера.

Научная новизна результатов работы

Научная новизна диссертационной работы определяется полученными оригинальными результатами исследований:

1. Предложен способ генерации внутренних бризеров в рамках полнонелинейных уравнений Эйлера с помощью аналитических решений слабонелинейной теории. Показано, что сгенерированный таким образом бризер является многомодовым.

2. Исследована трансформация внутренних бризеров с различными параметрами на подводном уступе в трехслойном потоке. Продемонстрировано образование нескольких бризеров в результате такой трансформации. Показано, что амплитуды прошедших волн могут возрастать до 35% в верхнем пикноклине и уменьшаться до 32% в нижнем пикноклине по отношению к амплитуде падающего бризера. Показано, что отражение при выбранных конфигурациях уступа слабое, амплитуды отраженных волн в общем не превышают 4% амплитуды исходного бризера. Отмечено, что в прошедших волнах возникают области с низкими значениями чисел Ричардсона.
3. Исследовано влияние силы Кориолиса на динамику внутренних бризеров в симметричном трехслойном потоке в рамках уравнения мКдВ-Островского. Показано, что наиболее сильная трансформация волнового поля под действием вращения Земли наблюдается в бризерах с относительной шириной спектра ~ 3 , при этом спектр сдвигается в область низких частот на 30%. Отмечается также явление квази-рекурренции бризеров.
4. Проведены оценки потенциальных нагрузок на подводные цилиндрические сваи при прохождении сильно нелинейных бризеров внутренних волн. Полученные оценки изгибных моментов могут применяться в инженерных изысканиях.
5. Рассчитаны траектории движения жидких частиц нейтральной плавучести в поле бризера внутренних волн. Показано, что линейная теория недооценивает смещения частиц практически в два раза по сравнению со слабонелинейной теорией, и до 2.5 раз по сравнению с полнонелинейной теорией.

Положения, выносимые на защиту

1. Способ генерации внутренних бризеров в рамках полнонелинейных уравнений Эйлера с помощью аналитических решений слабонелинейной теории.
2. Характеристики прошедших и отраженных внутренних волн, в том числе и бризеров, возникающих на подводных слабо отражающих уступах в трехслойном потоке при трансформации начального бризера с различными параметрами.
3. Оценки влияния эффектов вращения Земли на динамику бризеров в симметричном трехслойном потоке.
4. Величины нагрузок на опоры малого диаметра при прохождении бризеров внутренних волн с различными амплитудами.
5. Оценки вертикальных и горизонтальных смещений частиц нейтральной плавучести при прохождении бризеров внутренних волн в рамках линейной, слабонелинейной и полнонелинейной моделей.

Достоверность результатов

Достоверность полученных результатов обоснована выбором апробированных физических моделей, математической корректностью постановок гидродинамических задач, строгим использованием аналитических

и численных методов, сопоставлением с известными результатами в частных случаях.

Практическая значимость результатов работы

Предложенный в работе способ получения внутренних бризеров в рамках уравнений Эйлера позволяет сформулировать начальные условия для исследования динамики нелинейных волновых пакетов в рамках полнонелинейных уравнений Эйлера. Полученные в работе результаты моделирования динамики бризеров могут применяться для изучения природных процессов в прибрежной зоне океанов, морей и озер. Сделанные оценки воздействия внутренних волн на подводные сооружения необходимы для успешного проведения работ на шельфе российских морей, связанных с нефте- и газодобычей, поиском и освоением минеральных ресурсов.

Апробация работы

Основные результаты диссертации представлены на конференциях: Генеральная Ассамблея Европейского геофизического союза (Вена, Австрия, 2018), XIV Всероссийская конференция «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» (Санкт-Петербург, 2018), Всероссийская научная конференция «Моря России: методы, средства и результаты исследований» (Севастополь, 2018), XV и XVII Международные молодежные научно-технические конференции «Будущее технической науки» (Нижний Новгород, 2016, 2018), 28-ая Всероссийская научно-практическая конференция по графическим информационным технологиям и системам «КОГРАФ» (Нижний Новгород, 2018), XXII, XXIII, XXIV и XXV Международные научно-технические конференции «Информационные системы и технологии» (Нижний Новгород, 2016, 2017, 2018, 2019), XXVIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Иркутск, 2017), XXIII Нижегородская сессия молодых ученых (Нижний Новгород, 2018).

Результаты диссертации докладывались на семинарах в Нижегородском государственном техническом университете им. Р. Е. Алексеева (Нижний Новгород, Россия).

Полученные результаты используются в российских исследовательских проектах, выполняемых при участии автора диссертации:

- Гранты Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-6637.2016.5 «Волны большой амплитуды в прибрежной зоне» и НШ-2685.2018.5 «Нелинейные процессы в прибрежной зоне: теоретические модели, численное моделирование и методы измерения»);
- Научно-исследовательские работы в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (задания № 5.30.2014/К «Нелинейные внутренние волны в океане: теория и моделирование» и № 5.1246.2017/4.6 «Интенсивные внутренние волны в океане с учетом реальных полей плотности и течений: теория, анализ натурных данных, лабораторное и численное моделирование»).

Публикации и личный вклад автора

По теме диссертации опубликовано 24 печатных работ, куда входят 4 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК и/или входящих в международные базы цитирования WoS и Scopus, 8 статей в трудах всероссийских конференций, 3 авторских свидетельства и тезисы докладов на международных и всероссийских конференциях.

В совместных работах научному руководителю д.ф.-м.н., проф. А.А. Куркину и к.ф.-м.н., доц. О.Е. Куркиной принадлежат постановки задач и выбор методов исследований. Во всех работах автор диссертации выполнял большинство численных и аналитических расчётов самостоятельно, а также принимал непосредственное участие в обсуждении и интерпретации полученных результатов. В разработке и реализации некоторых численных алгоритмов принимали участие к.ф.-м.н. Рувинская Е.А., к.ф.-м.н. Гиниятуллин А.Р. и магистрант Кокоулина М.В. В обработке данных принимали участие к.ф.-м.н. Родин А.А., аспирант Талалушкина Л.В. и магистрант Крылов С.В.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и четырех приложений. Общий объем диссертации – 105 страниц, включая 65 рисунков и 7 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность работы, сформулированы ее цели, научная новизна и основные положения, выносимые на защиту, практическая значимость результатов работы, апробация, список публикаций по теме диссертации.

Глава 1 посвящена краткому обзору используемых в работе гидродинамических моделей стратифицированных невязких потоков жидкости, основанных на уравнениях Эйлера. В п. 1.2 приводится известная система уравнений Эйлера несжимаемой жидкости:

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} - g\vec{k} - f[\vec{k} \times \vec{U}], \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{U} \nabla \rho = 0, \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{U} = 0, \quad (3)$$

где $\vec{U}(x, y, z, t) = (u, v, w)$ – вектор скорости, $p = p(x, y, z, t)$ – давление, $\rho = \rho(x, y, z, t)$ – плотность, f – параметр Кориолиса, g – ускорение свободного падения, направленной вдоль оси z , и $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{U} \nabla)$ – материальная производная.

Уравнения Эйлера должны быть дополнены условием непротекания жидкости на дне $z = -H$:

$$\vec{U}_n = 0 \quad (4)$$

и условием твердой крышки на свободной границе $z = \eta(x, y, t)$ (граница вода-воздух):

$$w(x, y, z = 0, t) = 0. \quad (5)$$

Параграф 1.3 посвящен описанию слабонелинейной модели внутренних гравитационных волн в слоистых жидкостях, приводящей к уравнениям КдВ-типа в зависимости от порядка приближений и вида стратификации жидкости. Так, в первом порядке теории возмущений это уравнение Кортевега-де Вриза (КдВ):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0, \quad (6)$$

где $\eta(x, t)$ описывает смещение изопикнической поверхности вдоль оси распространения и его эволюцию во времени, c – скорость распространения волны, находится из решения задачи Штурма-Лиувилля для модовой функции $\Phi(z)$, описывающей вертикальную структуру волнового поля:

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c^2} \Phi = 0, \quad \Phi(0) = \Phi(-H) = 0, \quad \Phi_{\max} = \Phi(z_{\max}) = 1, \quad (7)$$

$N(z) = \sqrt{-\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz}}$ – частота плавучести (Брента-Вайсяля), α – коэффициент квадратичной нелинейности, β – коэффициент дисперсии:

$$\alpha = \left(\frac{3}{2} \right) \frac{c \int_{-H}^0 (d\Phi / dz)^3 dz}{\int_{-H}^0 (d\Phi / dz)^2 dz}, \quad \beta = \left(\frac{1}{2} \right) \frac{c \int_{-H}^0 \Phi^2 dz}{\int_{-H}^0 (d\Phi / dz)^2 dz}. \quad (8)$$

В следующем порядке теории возмущений после определенного масштабирования получается уравнение Гарднера, которое включает в себя как член квадратичной, так и член кубической (с коэффициентом α_1) нелинейности:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (c + \alpha \eta + \alpha_1 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0. \quad (9)$$

Коэффициент кубической нелинейности (α_1) находится через модовую функцию $\Phi(z)$ и нелинейную поправку к ней $T_n(z)$:

$$\alpha_1 = \frac{\int_{-H}^0 dz \left\{ 9c \frac{dT_n}{dz} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 - 6c \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^4 + 5\alpha \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^3 - 4\alpha \frac{dT_n}{dz} \frac{d\Phi}{dz} - \frac{\alpha^2}{c} \left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right\}}{2 \int_{-H}^0 (d\Phi / dz)^2 dz}. \quad (10)$$

Нелинейная поправка $T_n(z)$ в свою очередь находится как решение неоднородной краевой задачи:

$$\frac{d^2 T_n}{dz^2} + \frac{N^2}{c^2} T_n = -\frac{\alpha}{c} \frac{d^2 \Phi}{dz^2} + \frac{3}{2} \frac{d}{dz} \left[\left(\frac{d\Phi}{dz} \right)^2 \right], \quad T_n(0) = T_n(-H) = 0. \quad (11)$$

Если коэффициент квадратичной нелинейности α обращается в ноль, то уравнение Гарднера (9) переходит в модифицированное уравнение Кортевега –

де Вриза (мКдВ), которое встречается во многих задачах, которым свойственна так называемая симметричная стратификация:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha_1 \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0. \quad (12)$$

При положительных значениях коэффициента кубической нелинейности α_1 у уравнения (12) существуют бризерные решения:

$$\frac{\eta(x, t)}{A_0} = -4a \operatorname{sech} \theta \cdot \left[\frac{\cos \varphi + (a/b) \sin \varphi \cdot \tanh \varphi}{1 + (a/b)^2 \sin^2 \varphi \cdot \operatorname{sech}^2 \varphi} \right], \quad (13)$$

$$\theta = -\frac{2bx}{\xi} - \frac{8b(b^2 - 3a^2)t}{\tau} + \theta_0, \quad \varphi = \frac{2ax}{\xi} + \frac{8a(3b^2 - a^2)t}{\tau} + \varphi_0, \quad \xi = \frac{1}{A_0} \sqrt{\frac{6\beta}{\alpha_1}}, \quad \tau = \left(\frac{6}{\alpha_1} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{\beta}}{A_0^3},$$

a и b – произвольные параметры, θ_0 и φ_0 – фазовые сдвиги. Параметр b влияет на количество волн в волновом пакете, параметр a определяет величину амплитуды бризера. Выражение (13) будет использовано в последующих главах для инициализации начальных условий в численных экспериментах.

Вращение Земли является одним из важных факторов при описании внутренних волн в океане. Этот фактор можно игнорировать, когда волны, длинные по сравнению с глубиной океана, являются короткими по сравнению с внутренним радиусом деформации Россби. В случае симметричной стратификации, при распространении волн в одном направлении, смещения изопикнических поверхностей определяются уравнением мКдВ с вращением, называемым еще уравнением мКдВ-Островского:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} + \alpha_1 \eta^2 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = \frac{f^2}{2c} \int \eta dx. \quad (14)$$

В п. 1.4 дано описание численных моделей решения уравнений Эйлера как полнонелинейных, так и слабонелинейных: MITgcm и IGWResearch. Негидростатическая модель MITgcm используется в данной работе для исследования динамики бризеров внутренних волн при их взаимодействии с неоднородностями дна. Модель IGWResearch привлекается для исследования влияния вращения Земли на эволюцию внутренних бризеров при их долговременном распространении.

Параграф 1.5 посвящен описанию процедуры инициализации модели MITgcm. Для генерации бризеров мы использовали результаты слабонелинейной теории, основанной на уравнении мКдВ. Эта задача решается в четыре этапа:

- на первом этапе определяется модовая функция $\Phi(z)$ и нелинейная к ней поправка $T_n(z)$ из решения задач Штурма-Лиувилля (7) и (11);
- на втором этапе вычисляются коэффициенты уравнения мКдВ по формулам (8) и (10);
- на третьем этапе задается волновая функция $\eta(x, t)$ в начальный момент времени $t = t_0$. В нашем случае используются аналитические выражения для бризеров (13);

- на четвертом этапе рассчитывается горизонтальная скорость течения в начальный момент времени $t = t_0$:

$$u(x, z, t) = u_{lin} + u_n, \quad u_{lin} = c\eta(x, t) \frac{d\Phi}{dz}, \quad u_n = \left(\frac{\alpha}{2} \frac{d\Phi}{dz} + c \frac{dT_n}{dz} \right) \eta^2. \quad (15)$$

В заключение (п. 1.6) приведены полученные в главе 1 результаты.

Глава 2 посвящена исследованию процессов трансформации бризеров внутренних волн первой моды над донным уступом в трехслойном потоке, а также исследованию влияние вращения Земли на динамику внутренних бризеров при их долговременном распространении в трехслойной жидкости.

В п. 2.2 описываются способы получения устойчивых бризеров внутренних волн в рамках полнонелинейных уравнений Эйлера на основе аналитических решений слабонелинейной теории. В качестве модельной была выбрана симметричная квази-трехслойная стратификация плотности жидкости (рис. 1).

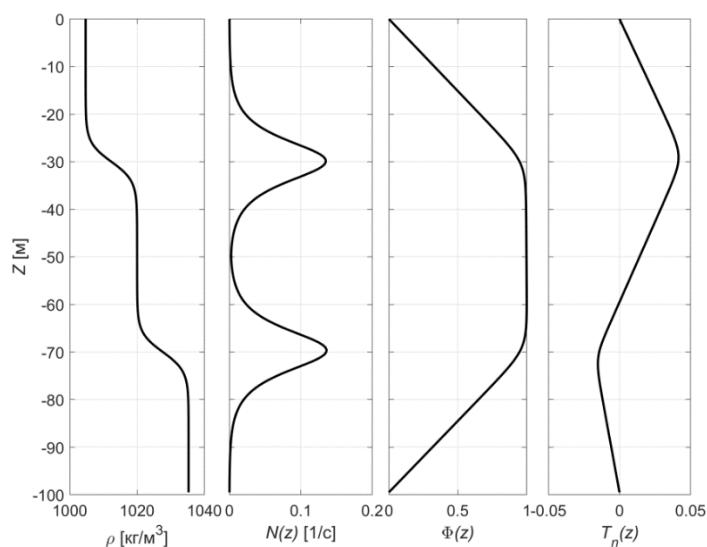


Рис. 1. Слева направо – стратификация плотности жидкости; частота Вайселя-Брента; модовая функция; нелинейная поправка

Для генерации бризеров в уравнениях Эйлера использовано аналитическое бризерное решение (13) с различными параметрами a и b (рис. 2).

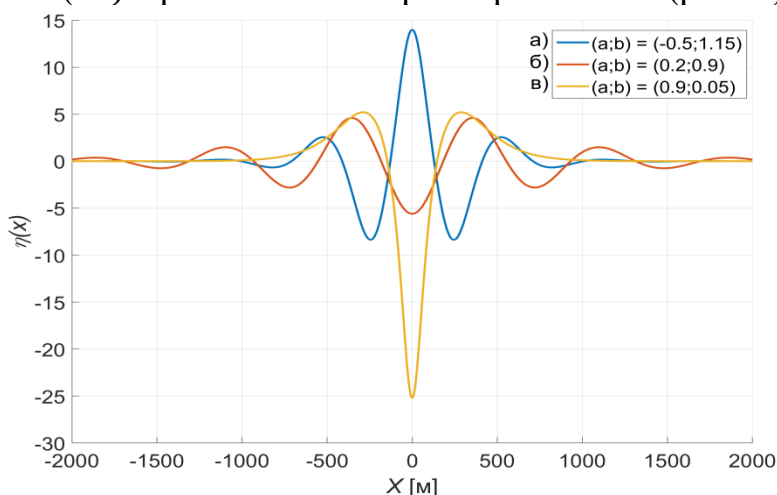


Рис. 2. Форма начальных условий – бризеров с различными параметрами a и b

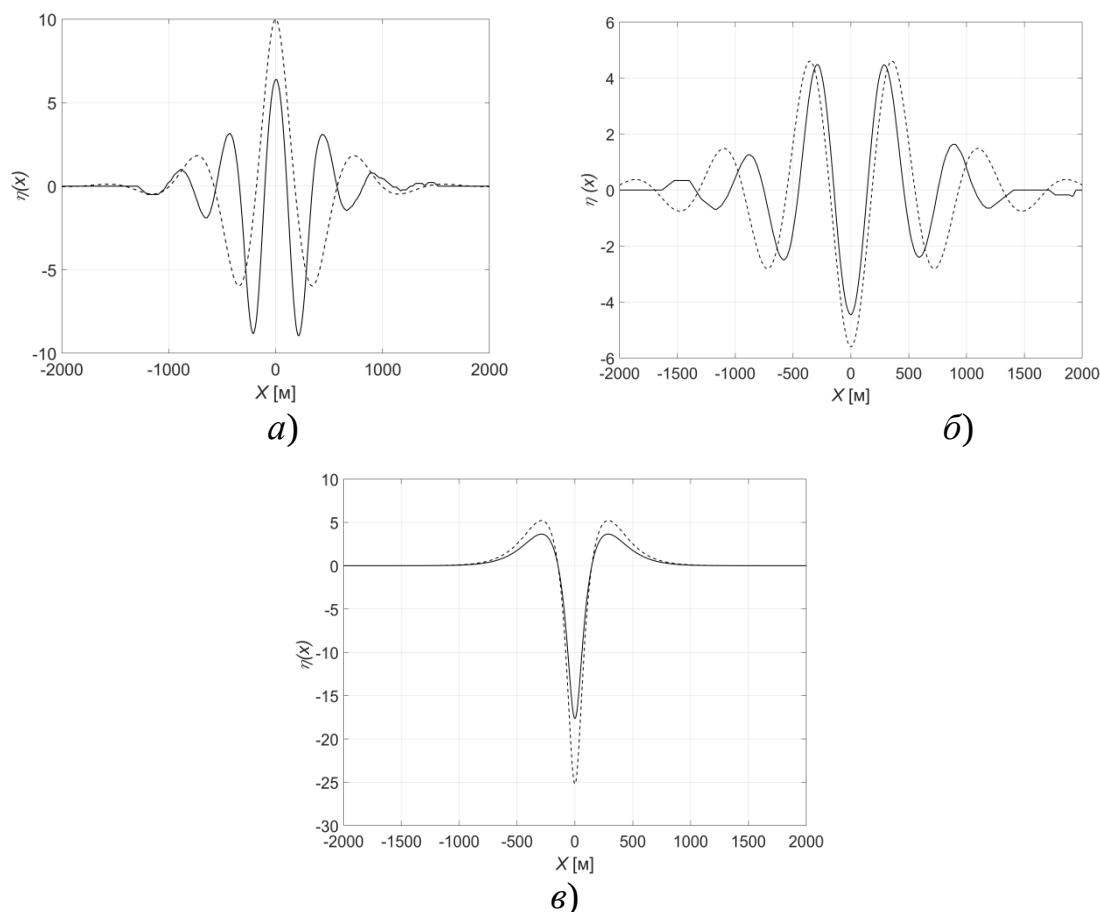


Рис. 3. Сравнение вертикального смещения верхнего пикноклина в полнонелинейном (сплошная линия) и слабонелинейном (пунктирная линия) бризерах в экспериментах (а)-(в) соответственно

На рис. 3 представлено сравнение вертикальных смещений верхнего пикноклина в полнонелинейном бризере, рассчитанном в рамках итерационной процедуры, с профилями слабонелинейных бризеров. Как можно видеть из рис. 3, ширина сгенерированных полнонелинейных бризеров хорошо соотносится с шириной бризеров, рассчитанных в рамках слабонелинейной теории. Однако, амплитуды бризеров умеренной и большой амплитуд отличаются от слабонелинейных значений. Имеется также различие в форме бризера умеренной амплитуды, спектр которого наиболее узкий.

В параграфе 2.3 исследуются процессы трансформации внутренних бризеров над подводным уступом с различными параметрами в трехслойной жидкости в рамках полнонелинейных уравнений Эйлера с помощью вычислительного комплекса MITgcm. Была проведена серия из 15-ти вычислительных экспериментов по трансформации бризера над донным уступом (рис. 4), высота которого варьировалась в диапазоне 4 – 20 м с шагом 4 м, а значение полуширины уступа варьировалось в диапазоне 100 – 500 м с шагом 200 м. В качестве начального условия здесь использовался сгенерированный в предыдущем параграфе бризер а) (рис.2).

Результаты численного моделирования трансформации бризера над донным уступом продемонстрировали образование двух бризеров после

столкновения исходного бризера с уступом. Видно также частичное отражение исходной волны от уступа (рис. 5). При относительно небольших высотах уступа (4 – 8 м), генерация второго бризера не наблюдается.

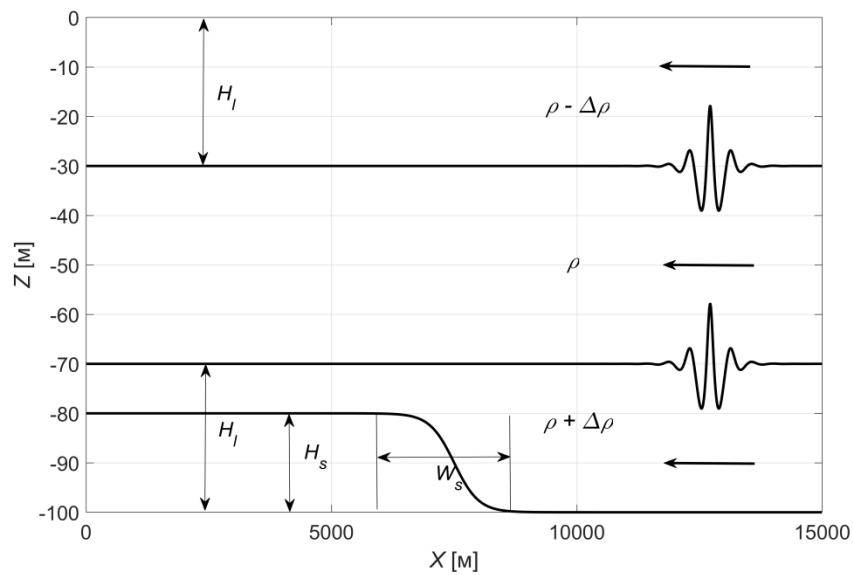


Рис. 4. Схема проводимых экспериментов

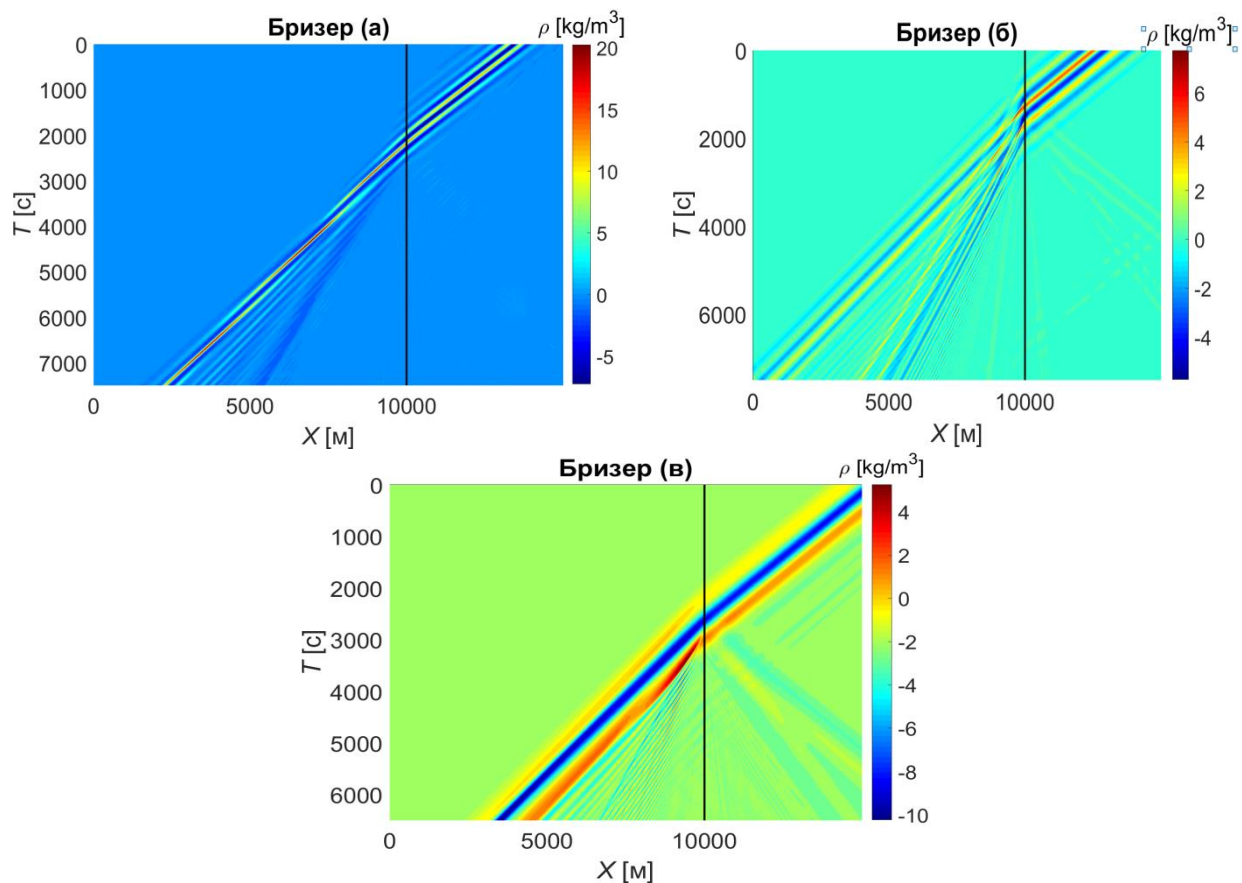


Рис 5. Пространственно-временные диаграммы процессов трансформации бризеров *а) – в)* (рис. 2) с условиями Э15 для смещения верхнего пикноклина. Вертикальная черта показывает положение центра ступеньки

Показано, что в процессе трансформации возникают области с малыми числами Ричардсона (меньшим 0.25), однако при этом неустойчивость

волновых пакетов не наблюдается. Проведен анализ вторичных волн, возникающих в результате отражения исходного волнового пакета от уступа. Выполнена оценка амплитуд отраженных волн, которая показала, что амплитуды отраженных возмущений не превышают 4% амплитуды начальной волны. Энергетический анализ вторичных волн продемонстрировал, что кинетическая энергия, сосредоточенная в области отраженных образований, не превышает 0.45% от максимального значения энергии. Анализ модового состава волнового поля показал, что первая мода дает наибольший вклад в вертикальную структуру полнонелинейного пакета, однако заметен вклад от четвертой и третьей мод.

В параграфе 2.4 оценивается влияние силы Кориолиса на динамику внутренних бризеров при их долговременном распространении. Здесь рассматривается процесс трансформации внутренних бризеров в трехслойном потоке под влиянием вращения бассейна в рамках уравнения мКдВ – Островского. Тестовой моделью жидкости является симметричная по вертикали трехслойная жидкость. Для моделирования была выбрана широта 54° (что соответствует, например, Балтийскому и Охотскому морям), инерционный период при этом составляет 14.83 часа. Длина трассы распространения волн выбирается равной 225 км, что соответствует по времени распространению в течение не менее трех инерционных периодов. В начальной точке трассы задается граничное условие соответствующее бризеру уравнения мКдВ. Форма начальных бризеров показана на рис. 6, их спектры Фурье – на рис. 7.

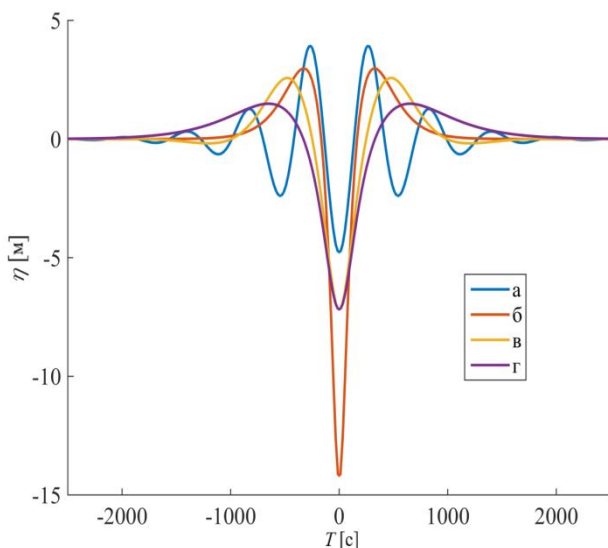


Рис. 6. Форма начальных условий – бризеров

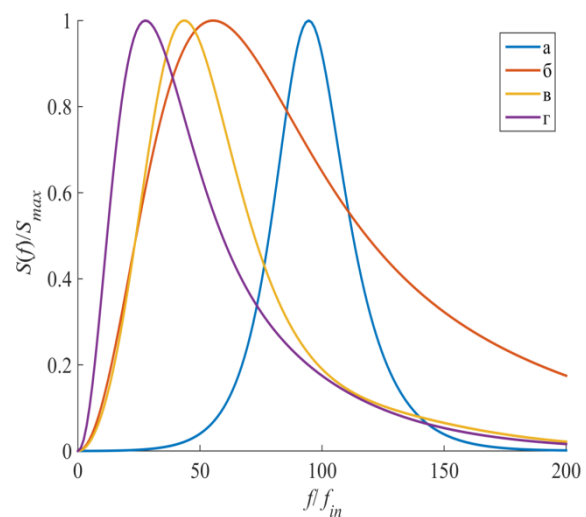


Рис. 7. Нормированные спектры Фурье начальных бризеров

Результаты расчетов показали, что наиболее сильным изменениям подвержены начальные возмущения с широким спектром (рис. 8). В процессе трансформации происходит генерация низкочастотных волн с частотами, близкими к инерционной частоте, а также выделяются нелинейные волновые пакеты, связанные с экстремумами на кривой групповой скорости. Также отмечается явление квази-рекуррентности.

В параграфе 2.5 приведены результаты исследований главы 2.

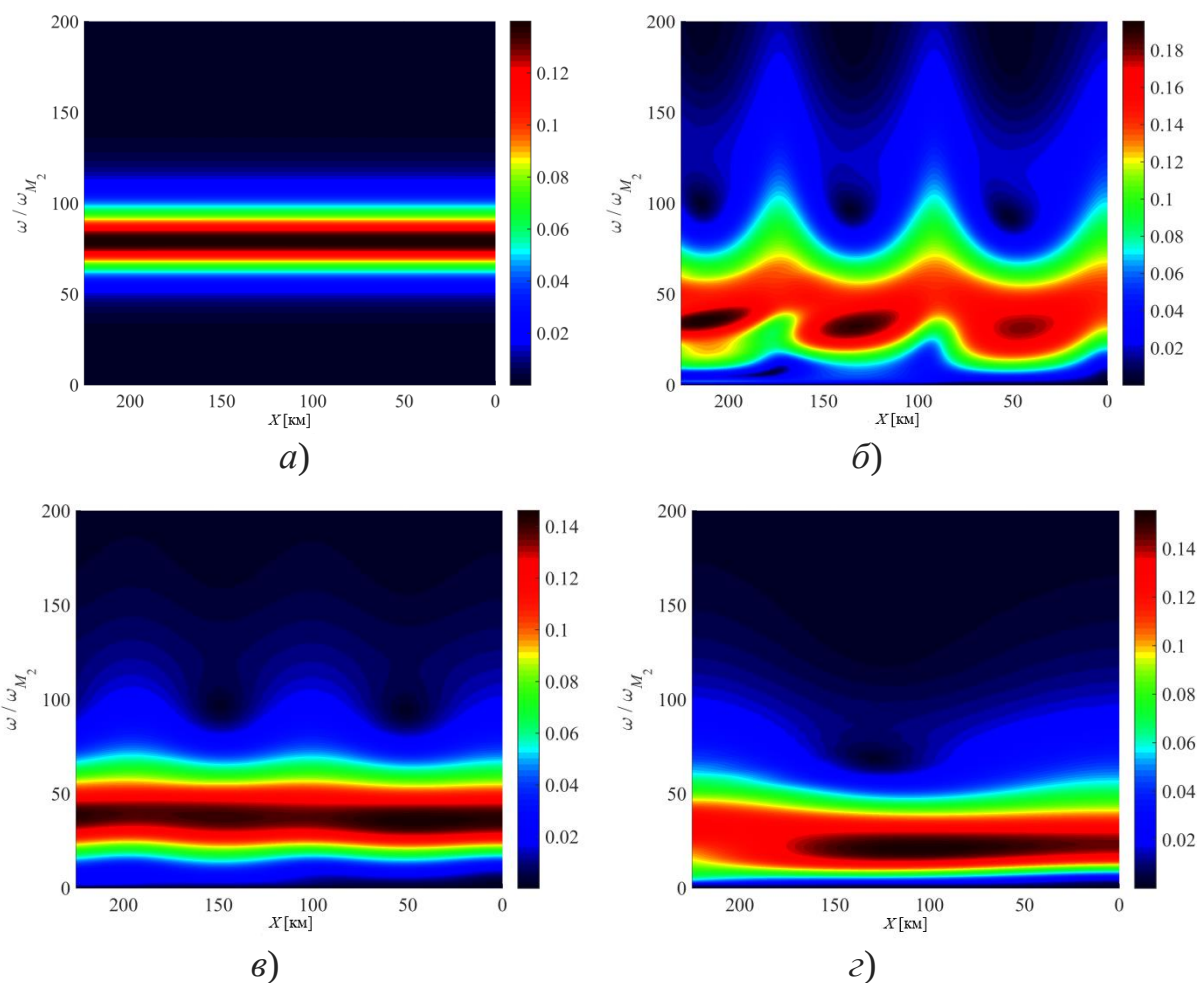


Рис. 8. Спектры Фурье волнового поля вдоль трассы распространения для случаев *а) – г)* (рис. 6). Цветом показана спектральная амплитуда в м

Глава 3 посвящена исследованию воздействия внутренних гравитационных волн на подводные гидротехнические сооружения и транспорт жидких частиц. В параграфе 3.2 производится оценка потенциальных нагрузок на подводные гидротехнические сооружения при прохождении бризеров внутренних волн *а) – в)* (рис. 2), рассмотренных во второй главе. На рис. 9 представлено изменение нормальной компоненты силы и моментов во времени, при прохождении бризеров *а) - б)* (рис. 2) через гипотетическую подводную опору, а также распределение инерционной и скоростной составляющей в моменты максимальной нагрузки на цилиндрический объект радиусом 5 м.

Результаты расчетов показали, что интенсивность бокового давления и соответствующий момент могут достигать значений $8 \cdot 10^4$ Н и $2 \cdot 10^6$ Н·м. Отметим, что величины нагрузок, связанные с прохождением бризера, оказываются сопоставимыми с нагрузками при прохождении солитона внутренних волн [10], что естественно при сопоставимых амплитудах солитонов и бризеров. Стоит отметить, что нагрузки на подводные опоры гидротехнических сооружений при прохождении внутренних бризеров были рассчитаны впервые.

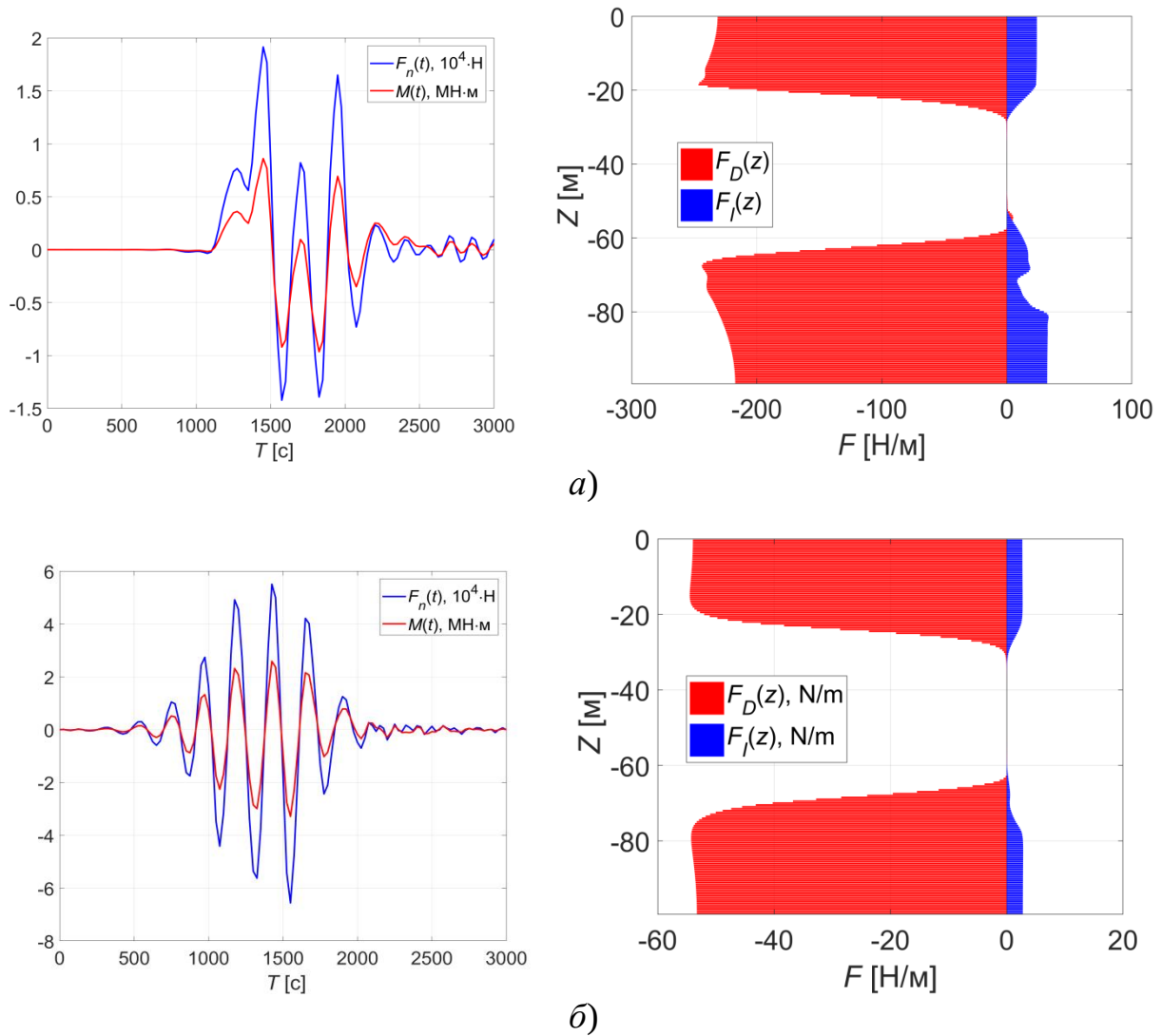


Рис 9. Изменение нормальной компоненты силы и момента при прохождении бризеров *а*) - *б*) (левая панель). Распределение инерционной и скоростной составляющей силы в момент максимальной нагрузки (правая панель)

Параграф 3.3 посвящен изучению процессов транспорта частиц нейтральной плавучести при распространении бризеров в рамках слабонелинейной и полнонелинейной моделей. Традиционный метод вычисления Лагранжевых траекторий в Эйлеровых уравнениях связан с решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно радиус-вектора положения лагранжевой частицы по известному полю скорости:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{U}(\vec{r}(t), t), \\ \vec{r}(t = t_0) = \vec{r}_0. \end{cases} \quad (16)$$

В данном параграфе для вычисления Лагранжевых траекторий использованы поля скорости, рассчитанные в рамках линейной, слабонелинейной и полнонелинейной теорий:

1. Линейное приближение: поле смещений определяется только первым слагаемым в формуле (16), поля компонент скоростей состоят только из линейных компонент $u_{lin} = c\eta(x,t)\frac{d\Phi}{dz}$ и $w_{lin} = -c\frac{\partial\eta}{\partial x}\Phi(z)_n$;
2. Слабонелинейное приближение (характерное для модели мКдВ): поле смещений определяется суммой линейного слагаемого и первой нелинейной поправки к нему в формуле (16), поля компонент скоростей также определяются суммой линейных и нелинейных компонент $u_{lin} = c\eta(x,t)\frac{d\Phi}{dz}$ и $u_n = \left(\frac{\alpha}{2}\frac{d\Phi}{dz} + c\frac{dT_n}{dz}\right)\eta^2$, $w_{lin} = -c\frac{\partial\eta}{\partial x}\Phi(z)$ и $w_n = -(\alpha\Phi(z) + 2cF(z))\eta\frac{\partial\eta}{\partial x}$.
3. Полнонелинейные расчеты: в рамках вычислительного комплекса MITgcm предусмотрен специальный модуль, отвечающий за расчет Лагранжевых траекторий частиц, расположенных в начальный момент времени в любой точке расчетной области как для двумерных, так и для трехмерных задач.

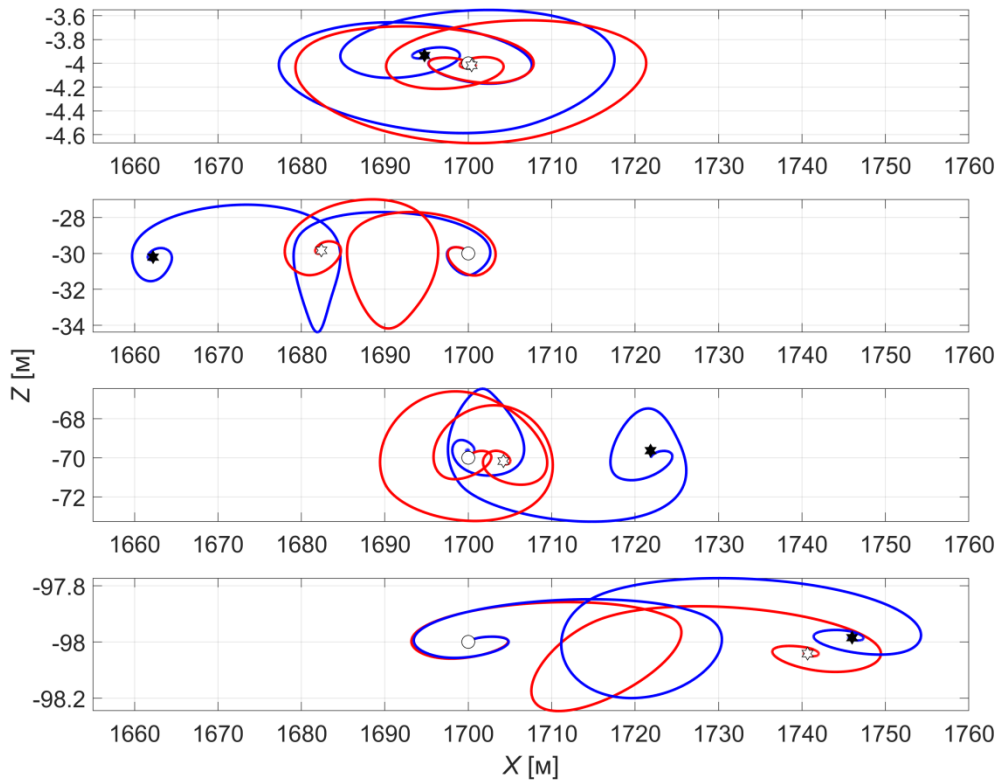


Рис. 10. Траектории жидких частиц на разных горизонтах для бризера мКдВ с параметрами $a = -0.5$, $b = 1.15$ при $t = 0$; красные линии и белые звездочки в конечной точке – решение задачи (16) для линейного приближения; синие линии и черные звездочки – решение слабонелинейной задачи

На рис. 10 представлены траектории жидких частиц, расположенных вблизи дна и поверхности, а также в верхнем и нижнем пикноклинах вблизи максимума моды, полученные с учетом двух рассматриваемых приближений для анализируемого локализованного волнового пакета. Из рис. 10 можно видеть, что смещения жидких частиц, расположенных в начальный момент на пикноклинах, рассчитанных в линейном приближении, примерно вдвое

меньше, чем при решении слабонелинейной задачи. Вблизи поверхности, несмотря на извилистость траекторий, частицы почти возвращаются на свое место при прохождении бризера внутренней волны (расстояние переноса по горизонтали составляет примерно 5 м для слабонелинейной и модели и 1 м – для линейной). Также можно видеть, что смещение частиц происходит в сторону, противоположную от направления движения бризера (бризер движется слева направо). В верхнем пикноклине смещение производится также влево, для линейной модели примерно на 18 м, для слабонелинейной – на 38 м. Направление смещения частиц, расположенных на нижнем пикноклине и вблизи дна совпадает с направлением распространения бризера. Частицы, расположенные на глубине 70 м смещаются на 4 м согласно решению линейной задачи и на 22 м согласно решению слабонелинейной задачи. Максимальное расстояние переноса достигается вблизи дна, на глубине 98 м – около 45 м для обоих приближений. Стоит отметить, что траектории частиц качественно похожи, а в некоторых случаях практически совпадают, для линейной и слабонелинейной задачи, однако, линейная теория недооценивает расстояние переноса частиц, расположенных вблизи пикноклинов, практически в два раза. Такое различие обусловлено сильной нелинейностью бризера, для которого параметр нелинейности равен 0.2.

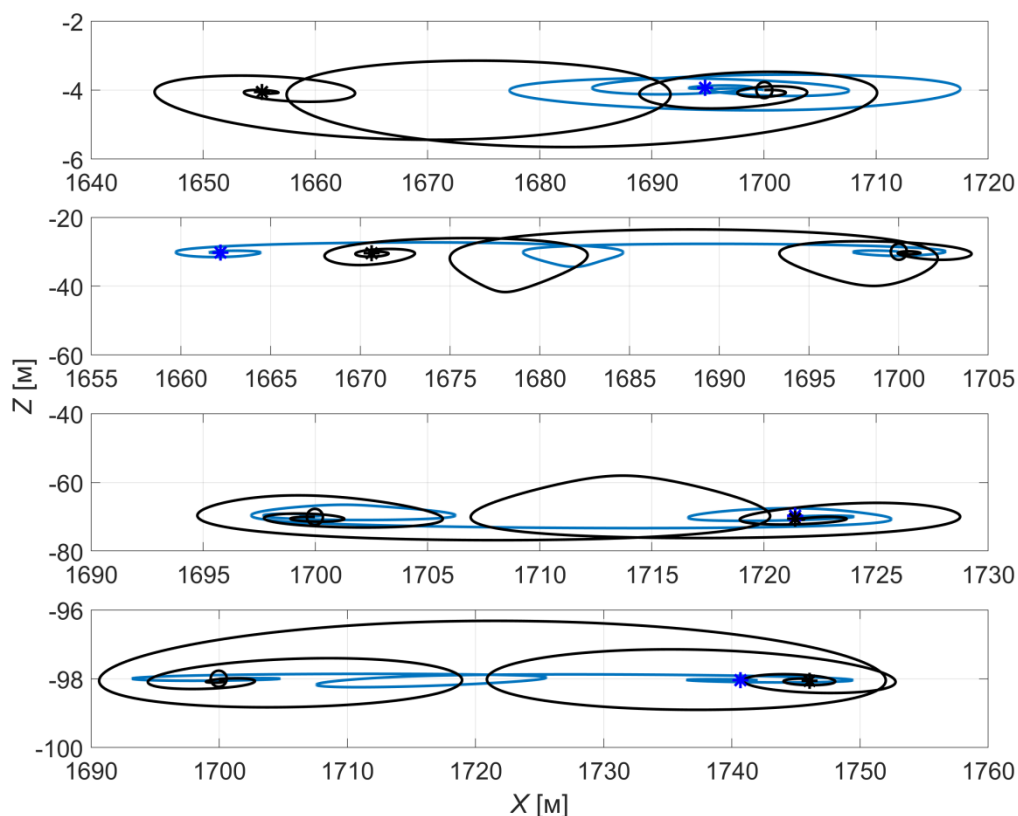


Рис. 11. Траектории жидких частиц на разных горизонтах для бризера мКдВ с параметрами $a = -0.5$, $p = 1.15$ при $t = 0$; синие линии и звездочки в конечной точке – решение задачи (16) для слабонелинейного приближения; черные линии и звездочки – траектории, рассчитанные с помощью MITgcm

На рис. 11 представлены траектории жидких частиц, расположенных вблизи дна и поверхности, а также в верхнем и нижнем пикноклинах вблизи

максимума моды, полученные в рамках слабонелинейного и полнонелинейного подходов. Из рис. 11 видно, что смещения частиц в вертикальном направлении в полнонелинейном случае достигает порядка 10 м в некоторые моменты времени, в то время как в решении слабонелинейной задачи вертикальные смещения не превышают 4 м. Здесь можно сделать вывод, что слабонелинейная модель в данной конфигурации недооценивает вертикальное расстояние переноса. В сущности, это можно было ожидать, учитывая большую нелинейность исходного бризера. Формы бризеров в слабонелинейной и полнонелинейной теориях сильно различаются, как обсуждалось выше. Это и проявилось в траекториях частиц.

Направления переноса во всех случаях совпадают – для частиц, расположенных у поверхности и в верхнем пикноклине смещение происходит в сторону, противоположную распространению бризера, а для частиц, расположенных у дна и в нижнем пикноклине – в сторону распространения бризера. Смещения частиц, расположенных в пикноклинах и у дна, практически одинаковы – разница во всех случаях не превышает 10 м. Однако, расстояние сдвига частицы, расположенной у поверхности, рассчитанное полнонелинейной моделью примерно в два раза больше, чем расстояние, рассчитанное слабонелинейной моделью.

В параграфе 3.4 приведены результаты исследований **главы 3**.

В **Заключении** диссертационной работы перечислены основные результаты исследований.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Предложен способ генерации внутренних бризеров в рамках полнонелинейных уравнений Эйлера с помощью аналитических решений слабонелинейной теории. Показано, что сгенерированный таким образом бризер является многомодовым, если использовать разложения по собственным функциям линейной задачи.
2. Исследована трансформация внутренних бризеров с различными параметрами на подводном слабоотражающем уступе в трехслойном потоке. Амплитуда прошедших волн изменяется до 35% в верхнем пикноклине и 32% в нижнем пикноклине. Кинетическая энергия отраженных волн составляет не более 0.45% от энергии начальной волны. Продемонстрировано образование нескольких бризеров в прошедшей волне. Отмечено, что в волнах возникают области с низкими значениями чисел Ричардсона, однако неустойчивости не наблюдается. Показано, что слабые отраженные волны становятся многомодовыми.
3. Исследовано влияние силы Кориолиса на динамику внутренних бризеров в симметричном трехслойном потоке в рамках уравнения мКдВ - Островского. Показано, что наиболее сильная трансформация волнового поля под действием вращения Земли наблюдается в бризерах с относительной шириной спектра порядка ~ 3 , при этом максимум спектра сдвигается в область низких частот на 30%. Отмечается также явление квази-рекурренции бризеров

4. Проведены оценки потенциальных нагрузок на подводные цилиндрические сваи при прохождении бризеров в рамках полнонелинейного подхода. Показано, что интенсивность бокового давления и соответствующий момент могут достигать значений $8 \cdot 10^4$ Н и $2 \cdot 10^6$ Н·м.
5. Исследованы траектории переноса жидких частиц нейтральной плавучести в рамках линейного, слабонелинейного и полнонелинейного приближений. Показано, что линейная теория недооценивает горизонтальные сдвиги частиц практически в два раза, а вертикальные – в 2.5 раза

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kurkina O.E., Kurkin A.A., Rouvinskaya E.A., Soomere T. Propagation regimes of interfacial solitary waves in a three-layer fluid // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2015. V. 22. P. 117-132.
2. Mercier M.J., Vasseur R., Dauxois T. Resurrecting dead-water phenomenon // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2011. V. 18. P. 193-208.
3. Lamb K., Polukhina O., Talipova T., Pelinovsky E., Xiao W., Kurkin A. Breather generation in the fully nonlinear models of a stratified fluid // *Physical Rev. E*. 2007. V. 75. No. 4. P. 046306.
4. Lee J.-H., Lozovatsky I., Jang S.-T., Jang Ch.-J., Hong Ch.-S., Fernando H.J.S. Episodes of nonlinear internal waves in the Northern East China Sea // *Geophysical Research Letters*. 2006. V. 33. P. L18601.
5. Osborne A.R. *Nonlinear ocean waves and the inverse scattering transform*. – San Diego: Elsevier, 2010. 944 p.
6. Shroyer E.L., Moum J.N., Nash J.D. Energy transformations and dissipation of nonlinear internal waves over New Jersey's continental shelf // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2010. V.17. P. 345–360.
7. Vlasenko V., Stashchuk N., Inall M., Hopkins J. Tidal energy conversion in a global hotspot: on the 3D dynamics of baroclinic tide at the Celtic Sea shelf break // *J. Geophys. Res. – Oceans*. 2014. V. 119. 3249–3265.
8. Fraser N. Surfing an oil rig // *Energy Rev*. 1999. V. 20. No.4. Feb/Mar.
9. Song Z.J., Teng B., Gou Y., Lu L., Shi Z.M., Xiao Y., Qu Y. Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses // *Applied Ocean Research*. 2011. V. 33. No. 2. P. 120-129.
10. Xie J., Jian Y., Yang L. Strongly nonlinear internal soliton load on a small vertical circular cylinder in two-layer fluids // *Applied Mathematical Modelling*. 2010. V. 34. No. 8. P. 2089–2101.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК и/или входящих в международные базы цитирования WoS и Scopus:

- Л 1. Лобовиков П.В., Куркина О.Е., Куркин А.А., Кокоулина М.В. Трансформация бризера внутренних волн первой моды над вертикальным уступом в трехслойной жидкости // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2019. Т. 55. № 6.
- Л 2. Лобовиков П.В., Куркина О.Е., Куркин А.А. Трансформация внутренних бризеров в трехслойном океане с учетом вращения Земли // *Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева*. 2019. № 3 (126). С. 24 - 35.
- Л 3. Rouvinskaya E., Kurkina O., Kurkin A., Lobovikov P. Particle transport by internal breathers // *Proceedings of 13th International MEDCOAST Congress on Coastal and Marine*

Sciences, Engineering, Management and Conservation. MEDCOAST 2017. 2017. V. 2. P. 1179 – 1191.

- Л 4.** Rouvinskaya E., Kurkina O., Kurkin A., **Lobovikov P.** Internal breathers' loads on marine facilities breathers // Proceedings of 13th International MEDCOAST Congress on Coastal and Marine Sciences, Engineering, Management and Conservation. MEDCOAST 2017. 2017. V. 2. P. 1191 - 1202.

Статьи в трудах всероссийских конференций:

- Л 5.** Куркин А.А., Куркина О.Е., Рувинская Е.А., Зайцев А.И., **Лобовиков П.В.**, Король А.А., Гиниятуллин А.Р. Наблюдения, моделирование и анализ внутренних гравитационных волн в дальневосточных морях России // Труды XIV Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидродинамики». Санкт-Петербург, 2018. С. 204-207.
- Л 6.** Куркин А.А., Талалушкина Л.В., Родин А.А., Куркина О.Е., **Лобовиков П.В.**, Лиходеев Н.М., Земляникин А.Ю. Экспериментальное и численное исследование нелинейных внутренних волн // Сборник трудов Международного симпозиума «Мезомасштабные и субмезомасштабные процессы в гидросфере и атмосфере». Москва. 2018. С. 216-219.
- Л 7.** **Лобовиков П.В.**, Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А. Трансформация бризера внутренних волн первой моды над вертикальным уступом в трехслойной жидкости // XXIII Нижегородская сессия молодых ученых (технические, естественные, математические науки) материалы докладов. Нижний Новгород, 2018. С. 202-205.

Авторские свидетельства:

- Л 8.** **Лобовиков П.В.**, Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А. «Программный комплекс для расчета полей скорости и траектории жидких частиц нейтральной плавучести при распространении внутренних гравитационных волн» // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015660336 от 29 сентября 2015 г.
- Л 9.** Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Куркин А.А., **Лобовиков П.В.** «Программный комплекс для расчета и визуализации нагрузок и моментов, воздействующих на гидротехнические сооружения при прохождении внутренних волн» // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017619971 от 12 сентября 2017 г.
- Л 10.** **Лобовиков П.В.**, Рувинская Е.А., Куркина О.Е., Кокоулина М.В., Куркин А.А., Гиниятуллин А.Р. «Программный комплекс для спектрального анализа и расчета характеристик устойчивости волновых полей» // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018663763 от 2 ноября 2018 г.

ЛОБОВИКОВ Павел Викторович

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ
(БРИЗЕРОВ) В СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ СРЕДАХ В РАМКАХ
УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА**

А в т о р е ф е р а т

Формат 60×90 ¹/₁₆. Усл. печ. л.

Отпечатано в типографии НГТУ им. Р.Е. Алексеева
6036950, г. Н. Новгород, ул. Минина, 24.