Марцафей Анна Сергіївна. Назва дисертаційної роботи: "Чисельне моделювання гідродинамічних процесів з використанням багатопроцесорних систем"

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

МАРЦАФЕЙ АННА СЕРГІЇВНА

УДК 519.6

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

З ВИКОРИСТАННЯМ БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ СИСТЕМ

01.05.02 – чисельне моделювання та обчислювальні методи

Дисертація на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Науковий керівник

Грищенко Олександр Юхимович

доктор фізико-математичних наук, професор

Київ – 2016

2

ЗМІСТ

Вступ 5

Розділ 1. Аналіз стану проблеми та особливості постановки задачі 11

1.1. Аналіз стану проблеми 11

1.2. Базові моделі динаміки процесів. Особливості постановки задачі

дисертаційного дослідження 14

1.3. Загальні підходи до вибору методів чисельного моделювання на

багатопроцесорних системах 18

1.3.1. Основні характеристики методів чисельного моделювання 19

1.3.2. Основні характеристики алгоритмів для ефективного

розпаралелення 21

1.4. Аналіз чисельних методів зручних при розпаралеленні 25

1.4.1. Розщеплення за просторовими напрямками 26

1.4.2. Методи розщеплення за фізичними процесами 31

1.5. Двокрокові симетризовані алгоритми 34

1.6. Висновки 36

Розділ 2. Побудова двокроково–симетризованих алгоритмів

чисельного моделювання процесів переносу, ефективних при

розпаралеленні 37

2.1. Узагальнення чисельного ДС–алгоритму для ітераційного

моделювання стаціонарних процесів переносу 37

2.1.1. Ітераційний підхід до моделювання стаціонарних процесів 38

2.1.2. Апроксимація диференціального оператора та ітераційна

схема 39

2.1.3. Апроксимація граничних умов 42

2.1.4. Теорема про збіжність ітераційного процесу 44

2.2. Побудова та дослідження ДС–алгоритмів розщеплення для

рівнянь конвекції-дифузії 47

2.2.1. Модель конвекції-дифузії та властивості операторів 47

3

2.2.2. Схеми ДС–розщеплення для рівнянь з коефіцієнтами

конвекції не залежними від часу 49

2.2.3. Схеми ДС–розщеплення для рівнянь з коефіцієнтами

конвекції залежними від часу 52

2.3. Дослідження апроксимації та стійкості ДС–алгоритмів в схемі

розщеплення 57

2.3.1. Апроксимація алгоритмів I, II, III, IV 57

2.3.2. Стійкість ДС–алгоритмів I, II, III, IV 60

2.3.3. Дисперсійність та дисипативність ДС–алгоритму

розщеплення 66

2.4. Аналіз побудованих алгоритмів розщеплення на основі

ДС–алгоритму 69

2.5. Висновки 72

Розділ 3. Двокроково–симетризована модель динаміки в’язкої рідини.

Побудова і обгрунтування 73

3.1. Основні моделі динаміки в’язкої рідини, які описуються

системами рівнянь Нав’є–Стокса 74

3.1.1. Форми запису рівнянь системи 74

3.1.2. Існування та єдність розв’язку початково-крайової задачі

для системи рівнянь Нав’є–Стокса 76

3.2. Побудова ефективної при розпаралеленні різницевої схеми для

моделювання руху в’язкої нестислої рідини 80

3.3. Дисперсійність, дисипативність та консервативність різницевої

схеми 86

3.4. Висновки 94

Розділ 4. Двокроково–симетризований алгоритм для системи рівнянь

Нав’є–Стокса. Ефективність застосування на

багатопроцесорних комплексах 96

4.1. Розпаралелений ДС–алгоритм для побудови розв’язку системи

рівнянь Нав’є-Стокса 97

4

4.1.1. ДС–алгоритм для побудови розв’язку рівняння Пуассона 98

4.1.2. Розпаралелення ітераційного алгоритму для рівняння

Пуассона 101

4.1.3. Обчислення проекцій вектора швидкості 102

4.2. Алгоритм побудови розв’язку для системи рівнянь Нав’є–Стокса

на багатопроцесорних системах 104

4.3. Аналіз ефективності запропонованого алгоритму при реалізації

на багатопроцесорних системах 109

4.3.1. Аналіз чисельного розв’язку для рівняння Пуассона 109

4.3.2. Аналіз чисельного розв’язку для системи рівнянь Нав’є–

Стокса на багатопроцесорних комплексах 113

4.4. Висновки 118

Висновки 119

Список використаних джерел 121

Додаток А 139

5

ВСТУП

Актуальність теми. В останні десятиріччя розвиток математичного

моделювання динамічних та кінетичних процесів руху в’язкої рідини

відбувається у напрямку поглиблення і розширення досліджень за рахунок

використання більш повних систем рівнянь, зменшення кількості обмежень,

пов’язаних з ідеалізацією моделей руху та рівнянь стану. Одночасно з

розвиненням методів математичного моделювання у прикладних галузях науки,

виробництві та запитах суспільства виникає значна кількість нових актуальних

задач, пов’язаних з процесами, які описуються системами рівнянь переносу та

системами рівнянь Нав’є-Стокса.

Практичне застосування на багатопроцесорних комп’ютерних системах

показало, що багато із ефективних методів розв’язування задач гідро-,

газодинаміки є малоефективними, зокрема, двокрокові схеми Мак-Кормака [1],

Браіловської [2], Лакса-Вендроффа [3], Алена-Чена [4], Дюфорта-Франклена [5]

та роботи інших авторів [6-11]. В той же час, ідеї запропоновані в роботах [12-

18] одержали подальший розвиток в напрямку застосування на паралельних

обчислювальних комплексах. При побудові алгоритмів для таких

обчислювальних комплексів все ширше почали використовуватись двокрокові

різницеві алгоритми, так в роботах [19,20] побудовані двокрокові ітераційні

алгоритми для реалізації на багатопроцесорних комп’ютерних системах при

розв’язуванні систем рівнянь Нав’є-Стокса. В роботі [21] проведено синтез

методів Харлоу [14,15] (метод маркерів та комірок) з методом SIMPLE

Патанкара і Сполдінга [16,17]. Свій розвиток в напрямку застосування до

багатопроцесорних систем, одержав також і двокроково-симетризований

алгоритм [22,23].

Незважаючи на достатньо велику кількість робіт, запити наукового та

суспільного розвитку вимагають більш широкого застосування сучасних

багатопроцесорних комплексів, а отже, і розробки нових алгоритмів чисельного

6

моделювання відповідних процесів. Ця обставина обумовлює актуальність

вибору тематики даної дисертаційної роботи.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконана у відповідності до плану наукових досліджень

кафедри обчислювальної математики факультету кібернетики Київського

національного університету імені Тараса Шевченка в рамках бюджетної

науково-дослідної теми № ДР 11БФ015-03 «Алгоритми керування і

розпізнавання в складних системах» (2011-2015 рр., номер державної реєстрації

0111U006679).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є побудова і

дослідження ефективних методів чисельного моделювання на

багатопроцесорних системах процесів тепломасопереносу та процесів динаміки

в’язкої нестислої рідини, які описуються системами рівнянь Нав’є-Стокса.

Поставлена мета обумовлює необхідність розв’язування таких основних задач:

- сформулювати постановку задачі та визначити формалізовані вимоги до

розпаралелених чисельних алгоритмів;

- побудувати і обґрунтувати узагальнення двокроково-симетризованого

алгоритму для ітераційного моделювання стаціонарних процесів переносу;

- побудувати алгоритми розщеплення за просторовими напрямками з

використанням двокроково-симетризованого алгоритму;

- дослідити та теоретично обґрунтувати основні обчислювальні

характеристики побудованих алгоритмів: апроксимацію, стійкість,

дисперсійність та дисипативність;

- проаналізувати можливість розпаралелення побудованих алгоритмів;

- побудувати ефективну при розпаралеленні різницеву схему для

моделювання руху нестислої рідини (системи рівнянь Нав’є-Стокса);

- дослідити дисперсійність, дисипативність та адекватність одержаного

чисельного алгоритму реальним фізичним процесам;

- розробити алгоритм проведення чисельного моделювання руху в’язкої

нестислої рідини на багатопроцесорній системі з MIMD-архітектурою;

7

- реалізувати та проаналізувати ефективність роботи алгоритму на

багатопроцесорній обчислювальній системі з MIMD-архітектурою.

Об’єктом досліджень дисертаційної роботи є процеси тепломасопереносу

та процеси динаміки в’язкої нестислої рідини.

Предметом досліджень є математичні моделі тепломасопереносу та руху

в’язкої нестислої рідини, записані у вигляді системи диференціальних рівнянь в

частинних похідних, а також систем відповідних скінчено-різницевих рівнянь.

Методами досліджень є класичні методи математичного та

функціонального аналізу, методи математичного моделювання, методи теорії

різницевих схем використовувалися для побудови чисельних алгоритмів та

дослідження таких важливих характеристик як стійкість, дисперсійність,

дисипативність, збіжність та консервативність різницевих схем. Концепції

побудови паралельних алгоритмів застосовувалися при побудові алгоритмів та

для оцінки якості їх реалізації на багатопроцесорних системах.

Наукова новизна одержаних результатів. В дисертаційній роботі

розроблено і обґрунтовано новий метод чисельного моделювання процесів

динаміки в’язкої рідини на багатопроцесорних системах. Здобуто такі основні

результати:

- вперше побудовано і обґрунтовано узагальнення двокроковосиметризованого алгоритму для ітераційного моделювання стаціонарних

процесів переносу;

- вперше розроблено та досліджено схеми розщеплення системи рівнянь

конвекції-дифузії, побудовані на базі двокроково-симетризованого

алгоритму;

- обґрунтовано стійкість, дисипативність та дисперсійність побудованих

двокроково-симетризованих алгоритмів розщеплення;

- набув подальшого розвитку двокроково-симетризований алгоритм

розв’язування системи рівнянь Нав’є-Стокса, записаної у дивергентній

формі;

8

- обґрунтовано консервативність, дисипативність та дисперсійність

побудованого двокроково-симетризованого алгоритму для системи рівнянь

Нав’є-Стокса;

- вперше розроблено і обґрунтовано алгоритм розпаралелення для системи

рівнянь Нав’є-Стокса на багатопроцесорних системах та зроблено аналіз її

ефективності.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дисертаційної

роботи в основному мають теоретичний характер, їх застосування є

перспективним при чисельному моделюванні на багатопроцесорних

обчислювальних комплексах процесів переносу різного роду фізичних

субстанцій. Розроблені методи та алгоритми розпаралелення дозволяють

підвищити швидкодію та точність процесів чисельного моделювання

складних динамічних систем, які базуються на системах рівнянь конвекціїдифузії та системах рівнянь Нав’є-Стокса. Окремі наукові результати,

одержані в роботі, були впроваджені впроваджені у 2015-2016 н. р. у

навчальний процес кафедри обчислювальної математики факультету

кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка при

викладанні спеціальних курсів: для магістрів 1 року навчання «Чисельне

моделювання динаміки систем», для бакалаврів 4 року навчання «Чисельне

моделювання процесів гідродинаміки» та для бакалаврів 3 року навчання

«Методи оптимізації для систем із розподіленими параметрами».

Особистий внесок здобувача. Дисертаційна робота є самостійною

науковою працею. Робота містить теоретичні та методичні положення і

висновки, сформульовані здобувачем особисто. Використані в дисертації ідеї,

положення чи гіпотези інших авторів мають відповідні посилання і використані

для підкріплення ідей здобувача. Серед опублікованих наукових робіт – 2

виконано особисто [24,25], інші 4 – у співавторстві. В роботах [26,27,28] автору

належать алгоритми розщеплення, формулювання та доведення відповідних

теорем, Грищенку О. Ю. – загальна постановка задачі, Федоровій В. С. –

алгоритм розщеплення для рівнянь із коефіцієнтами, залежними від часу,

9

записаних у дивергентному вигляді. У роботі [29] здобувачу належить блочна

схема алгоритму розпаралелення та аналіз результатів, Оноцькому В. В. та

Попову О. В. – реалізація алгоритму на багатопроцесорному обчислювальному

комплексі «Інпарком» з MIMD-архітектурою, Грищенку О. Ю. – ідея

розпаралелення чисельної моделі за рівняннями.

Апробація результатів. Основні матеріали дисертаційної роботи

доповідалися та обговорювалися на міжнародних наукових конференціях:

1. III Міжнародна конференція «Обчислювальна та прикладна математика»

(Київ, 2009);

2. XVI Всеукраїнська наукова конференція «Сучасні проблеми прикладної

математики та інформатики» (Львів, 2009);

3. Міжнародна молодіжна математична школа «Питання оптимізації

обчислень» (Кацивелі, 2011);

4. VI Міжнародна конференція «Обчислювальна та прикладна математика»

(Київ, 2013);

5. Міжнародна наукова конференція «Питання оптимізації обчислень»

(Кацивелі, 2013);

6. Міжнародна математична конференція «Диференціальні рівняння,

обчислювальна математика, теорія функцій та математичні методи

механіки» (Київ, 2014);

7. XXVI International Conference «Problems of Decision Making Under

Uncertainties (PDMU – 2015)» (Odessa, 2015);

8. VIII Міжнародна конференція «Обчислювальна та прикладна математика»

(Київ, 2015).

У повному обсязі дисертаційна робота доповідалася та обґрунтовувалася

на науковому семінарі кафедри обчислювальної математики факультету

кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка

МОН України під керівництвом чл.-кор. НАН України, проф. Ляшка С. І. та

науковому семінарі відділу чисельних методів та комп’ютерного моделювання

10

Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України під керівництвом

чл.-кор. НАН України, проф. Хіміча О. М.

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в 6

статтях у наукових фахових журналах, затверджених МОН України [24-29],

один з яких [27] включений до міжнародної наукометричної бази Scopus, та 9

тезах доповідей на міжнародних наукових конференціях [30-38]

ВИСНОВКИ

Дисертаціяєзавершеноюнауковоюроботоювякійрозв’язуєтьсяважлива

сучаснапроблемаматематичногомоделюваннянабагатопроцесорних

системахпов’язаназпобудовоюефективнихчисельнихалгоритмівдля

моделюванняскладнихпроцесівдинамікив’язкоїнестислоїрідинитасуміжних

знеюпитаньконвективноготадифузійногопереносусубстанційрізногороду

Вроботівстановленідодатковівимогидоалгоритмівчисельного

моделюванняпроцесівдинамікив’язкоїнестислоїрідинизурахуванняманалізу

методіврозпаралеленняалгоритмівТакожзапропонованоновіобчислювальні

алгоритмиякібазуютьсянаідеїдвокроковосиметризованогоалгоритмуДСалгоритмущодозволяєнерозв’язуватисистемулінійнихалгебраїчних

рівняньВсіалгоритмиобґрунтованоіреалізованоприрозв’язуваннізадач

переносутасистемирівняньНав’єСтокса

Прицьомуотриманітакіновінауковірезультати

впершепобудованоіобґрунтованоузагальненняДСалгоритмудля

ітераційногомоделюваннястаціонарнихпроцесівпереносу

впершерозробленотадослідженоалгоритмирозщепленнясистеми

рівняньконвекціїдифузіїнабазіДСалгоритму

обґрунтованостійкістьдисипативністьтадисперсійністьпобудованих

ДСалгоритміврозщеплення

набувподальшогорозвиткуДСалгоритмрозв’язуваннясистемирівнянь

Нав’єСтоксазаписаноїудивергентнійформі

обґрунтованоконсервативністьдисипативністьтадисперсійність

побудованогоДСалгоритмурозв’язуваннясистемирівняньНав’єСтокса



впершерозробленоіобґрунтованоалгоритмрозпаралелення

побудованогодлясистемирівняньНав’єСтоксанабагатопроцесорних

системахтазробленоаналізїїефективності

Окремінауковірезультатиодержанівроботібуливпровадженіу

нрунавчальнийпроцескафедриобчислювальноїматематики

факультетукібернетикиКиївськогонаціональногоуніверситетуіменіТараса

Шевченкапривикладанніспеціальнихкурсівдлямагістріврокунавчання

Чисельнемоделюваннядинамікисистемдлябакалавріврокунавчання

Чисельнемоделюванняпроцесівгідродинамікитадлябакалаврівроку

навчанняМетодиоптимізаціїдлясистемізрозподіленимипараметрами