

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
(РГГМУ)

На правах рукописи
УДК 504.056:519.22

Меджахед Багдад

**Метод косвенной оценки чувствительности выборочных максимумов
к вариациям главных моментов исходных климатологических величин**

Специальность 25.00.30 - метеорология, климатология, агрометеорология

АВТОРЕФЕРАТ

**Диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Санкт-Петербург
2006

Работа выполнена в Российском Государственном гидрометеорологическом университете

Научный руководитель: доктор географических наук,
профессор И.Н.Русин

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук,
профессор Ю.Л.Матвеев
кандидат физико-математических наук,
доцент В.Д.Еникеева

Ведущая организация: Главная Геофизическая обсерватория им. А.И.Войкова

Защита состоится "18" мая 2006 г. в 15 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д.212.197.01 в Российском государственном гидрометеорологическом университете по адресу: 195196, г. Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98, тел. 812.444-41-63.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Российского государственного гидрометеорологического университета по адресу: 195196, г. Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98.

Автореферат разослан "13" мая 2006 г

Ученый секретарь
диссертационного совета,
профессор, доктор физ. - мат наук



А. Д. Кузнецов

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Вопрос об оценке максимально возможных значений метеорологических характеристик уже много лет изучается в климатологии и гидрологии. Однако особенно важным он стал в последние годы. Это связано с прогнозируемым изменением климата. Хотя существуют различные точки зрения, на то будет ли в конкретных регионах происходить потепление или возможно похолодание, все специалисты согласны с тем, что существенные тренды средних значений основных метеорологических величин неизбежны. Однако ожидаемые в будущем изменения средних величин относительно невелики. Это значит, что изменения климата могут быть опасны для человечества только в том случае, если они приведут к значительным изменениям вероятностей экстремальных явлений природы. В этом случае может появиться опасность более частого возникновения стихийных бедствий природных катастроф, и тогда условия обитания общества могут значительно ухудшиться. Все исследования в работе были ориентированы на территории Алжира. Эта территория, несмотря на то, что большая ее часть находится в пустыне, хорошо освещена метеорологическими данными (гидрометеорологическая сеть состоит из 103 станций и постов). Но ряды наблюдений обычно содержат всего несколько десятков лет и поэтому редкие гидрометеорологические события данными обеспечены плохо. Природные катастрофы в Алжире происходят нередко. Именно поэтому являются актуальными исследования зависимости экстремальных значений метеорологических величин от их средних характеристик.

Цели и задачи работы

Главная цель работы состояла в том, чтобы по выборкам конечной длины получить оценки возможной чувствительности параметров закона распределения вероятных максимумов к изменениям первых моментов исходных случайных величин с различными распространенными в климатологии законами распределения вероятностей. Для достижения указанной цели необходимо решить проблему связи параметров законов распределения случайных величин, образующихся при нахождении максимумов из последовательности наблюдений с параметрами законов распределения исходных для выборки метеорологических величин. Именно так получают экстремальные значения по интервалам в один месяц, которые характеризуют конкретные года. В работе использованы законы распределения множеств значений метеорологических характеристик, принятые в климатологии.

Для достижения этой цели необходимо было решить следующие задачи.

- 1) Изучить имеющиеся научные работы в этой области и установить характер необходимых расчетов и условия их проведения.
- 2) Провести предварительный теоретический анализ и разработать методику проведения численных экспериментов по сбору и обработке необходимых данных.

3) Проанализировать полученные экспериментов, выявить связи параметров исходных законов распределения и законов распределения выборочных максимумов, сформулировать полученные выводы.

4) Показать область применения и способы применения результатов, чтобы продемонстрировать их практическую полезность.

Методика исследования

Особенностью работы с экстремальными значениями природных величин является постоянная недостаточность объема выборок для проведения надежных статистических оценок. Это связано с тем, что даже самые длинные ряды метеорологических данных редко превышают сто лет наблюдений. Поскольку существует годовой ход, только значения относящиеся к одинаковым месяцам могут быть использованы для анализа. Но при изучении экстремальных условий в целях инженерных расчетов обычно требуется получить достоверные оценки значений, которые возможны раз в сто или двести лет. Это значит, что в настоящее время ряды наблюдений совершенно недостаточны для эмпирических заключений. Поэтому в данной работе основным методом исследования были избраны численные эксперименты по статистическому моделированию. Необходимые программные модули были написаны в виде приложений к EXCEL-2000 на языке VBA.

Научная новизна.

Научная новизна и целесообразность такого подхода к изучению статистики экстремальных значений метеорологических случайных величин определяются тем, что создана методика экстраполяции законов распределения исходных величин в область очень малой вероятности. Также создаются предпосылки для вывода законов распределения экстремальных состояний для практических важных длин конечных последовательностей (месяц, квартал, теплый или холодный период, сухой или влажный сезон) на основе задания параметров надежно установленных законов распределения изучаемых метеорологических случайных величин. Такой подход позволяет дать ответ на вопрос об изменении вероятностных характеристик экстремумов в связи с изменениями параметров исходных законов распределения.

Практическая значимость.

Практическая значимость решения поставленной задачи состоит в том, что она позволит создать методику и провести расчеты ожидаемых в связи с изменениями климата изменений вероятностей опасных градаций метеорологических величин в конкретных районах Земли. Для использования методики нужны установленные климатологами законы распределения этих величин и прогнозы климатических трендов их первых моментов.

Апробация работы

Результаты работы были представлены в форме докладов на семинарах кафедры ДАКЗ РГГМУ 2002-2004 годах и на Итоговых сессиях Ученого Совета РГГМУ 2003 и 2004 года.

Структура и объем работы

Работа состоит из введения, пяти разделов, заключения, списка литературы. Она изложена на 156 страницах, содержит 36 таблиц и 39 рисунок. Список литературы состоит из 79 наименований.

Основное содержание работы

Во **введении** обоснован выбор темы диссертации, рассмотрены вопросы об актуальности исследования, его целях и задачах, методике и ожидаемых результатах.

В **разделе 1** приведены основные сведения из научной литературы, посвященной выявлению связи выборочных экстремумов случайных величин, характеризующих состояние природной среды регионов при наличие климатических трендов их средних характеристик.

Актуальность проблемы изменения экстремумов климатических характеристик региона рассмотрена в **параграфе 1.1** на примере стран Северной Африки. Для этого были использованы данные, собранные автором из различных источников и размещенные в таблицах. Представленные материалы свидетельствуют, что наибольшую угрозу представляют для территории Алжира опасные явления, связанные с аномалиями температуры и осадков.

В **параграфе 1.2** приведены основные сведения, необходимые для исследования экстремумов случайных величин. Как известно, в основополагающей работе Э. Гумбеля изложен подход, который ориентирован на асимптотические свойства выборочных экстремумов, выявляющиеся при неограниченном объеме выборки. Это является недостатком, так как для метеорологии и климатологии важно знать законы распределения экстремумов из выборки конечной, при чем не очень большой длины.

В **параграфе 1.3** изложен новый метод, позволяющий получить на основе принципа максимума неопределенности закон распределения экстремальных случайных величин. Для этого формулируется экстремальная задача для нахождения одновременно и функции распределения исходной величины с заданными свойствами $F(x)$ и функции распределения $F_n(x)$ экстремума из выборки по n членов из исходной случайной величины. Уравнения этой задачи имеют вид

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x) \cdot \ln f_n(x) dx \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_n(x) dx = 1 \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (3)$$

Это условия нормировки обеих плотностей вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx = m \quad (4)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - m)^2 \cdot f(x) dx = s^2 \quad (5)$$

Эти ограничения определяют соответственно первый и второй моменты распределения величины, из которой делаются выборки.

$$F_n(x) = F^n(x) \quad (6)$$

Это ограничение определяет связь между вероятностью выборочного экстремума и вероятностью исходной величины для независимых членов выборок. Такая связь является голономной и поэтому множитель Лагранжа при ней не является постоянным. Функция Лагранжа для этого случая имеет вид

$$L(x, f(x)) = -f(x) \ln(f(x)) + \mu \cdot f_n(x) + \nu_0 f(x) + \nu_1 f(x)x + \nu_2 f(x)(x - m)^2 + \lambda(x) \cdot [F_n(x) - F^n(x)] \quad (7)$$

Производные от нее можно найти по формулам

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \nu_0 + \nu_1 x + \nu_2 (x - m)^2 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -\ln(f_n(x)) + \mu - 1 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial F} = -\lambda(x) n [F(x)]^{n-1} \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial F_n} = -\lambda(x) \quad (11)$$

Уравнения Эйлера-Лагранжа в этом случае имеют вид

$$\frac{d}{dx} \ln(f_n(x)) + \lambda(x) = 0 \quad (12)$$

$$\lambda(x) n [F(x)]^{n-1} + \nu_1 + 2\nu_2(x - m) = 0 \quad (13)$$

Последнее из них можно переписать с учетом первого в виде

$$n [F(x)]^n \frac{d}{dx} \ln(f_n(x)) = F(x) \cdot [\nu_1 + 2\nu_2(x - m)] \quad (14)$$

Если поставить в него равенство $F_n(x) = F^n(x)$, то уравнение экстремали рассматриваемой вариационной задачи будет таким

$$n [F_n(x)]^{\frac{n-1}{n}} \frac{d^2 F_n(x)}{dx^2} = \frac{dF_n(x)}{dx} \cdot [\nu_1 + 2\nu_2(x - m)] \quad (15)$$

Это же уравнение можно переписать через функцию распределения $F(x)$, тогда оно примет вид

$$n[F(x)]^{n-1} \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + n(n-1)[F(x)]^{n-2} \left[\frac{dF(x)}{dx} \right]^2 = \frac{dF(x)}{dx} \cdot (x-m) \quad (16)$$

Эти уравнения можно упростить, исключив множители Лагранжа v_1 и v_2 с помощью их связи с моментами распределения m и s . Тогда получаются уравнения, определяющие функцию распределения наибольшего значения выборки объема n

$$n \cdot s^2 \cdot [F_n(x)]^{\frac{n-1}{n}} \frac{d^2 F_n(x)}{dx^2} + \frac{dF_n(x)}{dx} \cdot (x-m) = 0 \quad (17)$$

А также для функции распределения случайной величины, из значений которой делаются выборки.

$$n \cdot s^2 \cdot [F(x)]^{n-1} \frac{d^2 F(x)}{dx^2} + n \cdot s^2 \cdot (n-1)[F(x)]^{n-2} \left[\frac{dF(x)}{dx} \right]^2 + \frac{dF(x)}{dx} \cdot (x-m) = 0 \quad (18)$$

Полученные дифференциальные уравнения нельзя проинтегрировать аналитически. Это не позволяет сделать вывод о связи полученных функций с известными. Кроме того, предлагаемый подход не отражает условий, необходимых для климатологических исследований. А именно, функции распределения $F(x)$ обычно являются известными. А в предлагаемом методе рассматривается задача одновременного поиска обеих функций распределения.

Тем не менее изложенный подход позволяет утверждать, что даже для условия независимости значений случайной величины, которое метеорологи сильно критикуют, формы законов распределения экстремумов для конечных выборок из важнейших случайных величин не установлены. Это дополнително показывает важность изучения поставленной проблемы и необходимость экспериментального ее изучения на базе математического моделирования.

В параграфе 1.4 помещен краткий обзор сведений о методе статистического моделирования. Объясняется, что возможность искусственной генерации данных, обладающих нужными свойствами очень важна при исследовании опасных явлений природы, которые приводят к катастрофам и стихийным бедствиям, так как приходится иметь дело с редко встречающимися событиями. Поэтому исследование с помощью статистического моделирования является единственным средством получить нужный объем подходящих по свойствам данных. Группировка материала произведена по трем основным вопросам. Первый вопрос — исследование теоретических законов распределения, используемых в гидрометеорологических работах. Второй важнейший вопрос, возникающий при рассмотрении кривых распределения, состоит в оценке их параметров по имеющимся выборкам. Третий вопрос — это приложения статистического моделирования в метеорологических исследованиях. Приведены только краткие сведения, использованные при выполнении этой работы.

В разделе 2 изложены результаты научно-методической работы, в ходе которой был создан и апробирован метод оценки изменений вероятностей экстремальных значений случайных величин, характеризующих состояние природной среды регионов при наличии климатических трендов.

В параграфе 2.1 приведено обоснование использования метода статистического моделирования для разработки вероятностного описания опасных явлений природы. Необходимость использования статистического моделирования обусловлена, во-первых, сложным и комплексным характером изучаемых случайных величин, во-вторых, их малой изученностью, связанной как с малой длиной существующих метеорологических временных рядов, так и с третьей принципиальной особенностью - редкостью возникновения опасных явлений.

В параграфе 2.2 описана методика проведения численных экспериментов. Как обычно в статистических исследованиях, начальный этап был пройден для нормально распределенной случайной величины. Это не является чисто методическим приемом, а имеет метеорологический смысл. Известно, что среднесуточная температура воздуха у земли на метеорологических станциях в различных регионах для летних и зимних месяцев с большой точностью может считаться случайной величиной, имеющей нормальный закон распределения.

Порядок численных экспериментов был таким. Генерировалась выборка из M групп значений случайной величины X , имеющей нормальный закон распределения с заданными главными моментами (m – математическое ожидание, s – среднее квадратичное отклонение). Каждая из групп состояла из последовательных N значений. Значения N числа членов выборки было переменным, но в основной части работы принято равным 30, то есть приблизительно равно числу дней в месяце. Этот массив из M строк по N значений в дальнейшем называется исходным распределением. Значения M изменялись от 600 до 6000 для поиска минимальной длины последовательности, дающей устойчивые результаты при установлении закона распределения максимумов. Сразу следует отметить, что минимальная длина оказалась не менее 3000 выборок, то есть нельзя надеяться на получение аналогичных результатов путем обработки натуральных наблюдений.

По каждой из таких месячных выборок был определен максимум M_x . Эти значения были ранжированы, а по рангам вычислялись повторяемости P и обеспеченности $1 - P$. Поскольку были основания ожидать, что реализации максимумов подчиняются закону распределения Гумбеля, все значения максимумов M_x были проверены на наличие их зависимости от двойного логарифма обеспеченности Y ($Y = -\ln(-\ln(1-P))$). Результаты приведены в табличной и в графической форме.

Ввиду того, что график зависимости M_x от Y оказался не прямолинейен, потребовалось аппроксимировать зависимость другой функцией. Принимая во внимание, что в практических работах используют повторяемости опасных явлений от 1 раза в 2 года до 1 раза в 500 лет, необходимо при аппроксимации

рассматривать диапазон значений Y от 1 до 6. Оказалось достаточным использовать квадратичную полиномиальную аппроксимацию.

Коэффициенты квадратичной аппроксимации a , b , c при одном и том же N могут зависеть только от моментов исходного распределения вероятностей. Для выявления этой зависимости были проведены численные эксперименты по генерации выборок значений из нормальных случайных величин с разными главными моментами m и s . Результаты таких экспериментов представлены в виде таблиц зависимостей $a(m,s)$, $b(m,s)$, $c(m,s)$. Эти таблицы были преобразованы в графики, и по ним построены аппроксимационные формулы. Выбранная методика позволила провести оценку чувствительности вероятностей попадания экстремумов в определенный диапазон к малым изменениям главных моментов случайной величины, для которых они найдены.

В параграфе 2.3 рассмотрены результаты исследования закона распределения выборочных максимумов из исходной нормально распределенной случайной величины. Для диапазона практически интересных Y (от $Y = 1$ до $Y = 6$) для всех N зависимость $Mx(Y)$ не прямолинейна. Это значит, что для коротких выборок ($N \leq 30$) предельная форма закона Гумбеля не выполняется. В исследованном диапазоне вероятностей можно применять его скорректированную форму

$$Mx = a(m,s) Y^2 + b(m,s) Y + c(m,s), \quad Y = -\ln(-\ln(1 - P(Z > Mx))). \quad (19)$$

Здесь $P(Z > Mx)$ – вероятность того, что Z – случайное значение максимума, превысит Mx – заданное значение (эту вероятность принято называть обеспеченностью значения Mx).

Как показали численные эксперименты, принятая форма обобщенного закона устойчива и не меняется ни при изменении N (числа дней в месяце), ни при изменении N (длины выборки месяцев), ни при варьировании главных моментов исходного распределения. Однако коэффициенты зависимости чувствительны к изменениям длины выборки месяцев M . Чувствительность этих коэффициентов к главным моментам исходного распределения принципиально важна для исследования.

Численные эксперименты показали, как меняются параметры закона распределения максимумов в зависимости от числа выборок M , использованных для нахождения параметров. Несмотря на то, что по всем выборкам (от 600 до 6000 групп) получены очень достоверные квадратичные зависимости (критерий F очень велик, а вероятность его случайности менее 0,000005), изменения параметров становятся допустимо малыми только на очень большом числе выборок ($M > 3000$). Это значит, что, располагая 100 летними рядами наблюдений, характерными для настоящего времени, нельзя восстановить закон распределения максимумов путем прямой статистической обработки.

Зависимость параметров $a(m,s)$, $b(m,s)$, $c(m,s)$ от главных моментов исходного распределения, полученная путем перебора разных вариантов m и s показывает, что для исходного нормального распределения изменения математического ожидания при постоянной дисперсии имеют место только для

коэффициента c , тогда как для a и b выполняются равенства $\partial a/\partial m = \partial b/\partial m = 0$. Ввиду того, что каждый отдельный эксперимент, связанный с изменением m или s , требует не малого времени, была проведена сплайн интерполяции для восстановления промежуточных значений. Для рассматриваемого случая чувствительности вероятностей к изменениям моментов получены аппроксимационные формулы

$$c(n=30, m, s=12) = 0,84m + 1,65s + 2.47, \quad (20)$$

$$a(n=30, s) = -0,021 s, \quad (21)$$

$$b(n=30, s) = 0,45 s. \quad (22)$$

Качество регрессионных формул для a и b очень высокое (относительная погрешность оценки коэффициентов с вероятностью 99,9% составляет 2%). Вероятность случайности регрессии исчезающе мала. Качество линейной регрессионной зависимости для $c(m,s)$ гораздо ниже ввиду наличия значительного нелинейного участка зависимости в районе значений коэффициента вариации 1,2-1,7.

Выявлено, что вероятность экстремальных состояний уже при нормальном исходном распределении зависит менее сильно от изменения математического ожидания, но значительно более существенно от изменения дисперсии. Это накладывает серьезные ограничения на возможность предсказывать изменения числа природных катастроф, исходя только из обнаруженных трендов средней глобальной температуры.

В параграфе 2.4 показано, как оценивать чувствительность вероятностей экстремумов к малым вариациям первых двух моментов исходных случайных величин. Для этого достаточно предположить, что значения максимумов $Mx(Y(P))$, приводящих к катастрофам, не меняются с изменениями природных рядов. Это предположение разумно, так как значения опасных для человека и социумов градаций природных характеристик определяются экономическим состоянием общества.

Формулы, позволяющие связать изменения вероятностей катастрофических максимумов с вариацией моментов исходного распределения, выведены так. Учитывая сделанное предположение $dMx = 0$, путем дифференцирования формулы (19) получается зависимость дифференциала dP от параметров a , b , c и через них от изменений главных моментов исходного распределения m и s в виде:

$$dP = -(1-P) \ln(1-P) [(da/ds Y^2 + db/ds Y + dc/ds) ds + dc/dm dm] / (2a Y + b). \quad (23)$$

Установление зависимости изменений вероятностей по сравнению с теми, которые характерны для исходной выборки, и является методом прогноза изменений обеспеченности катастрофических экстремумов под влиянием изменений моментов исходного распределения. Хорошее представление о возможных последствиях изменений математического ожидания при различных, но постоянных среднеквадратических отклонениях можно получить по таблицам,

приведенным в тексте диссертации. Они показывают, что опасность экстремальных явлений возрастает за счет тех событий, которые встречаются не совсем редко. Это может в некоторой степени объяснить отмечаемую в настоящее время растущую частоту природных катастроф.

Показано, что влияние ds/s сильнее, чем влияние dm/s . При этом, чем более редким является анализируемый максимум, тем меньше изменяется вероятность его превышения. Полученные в работе значения возможных изменений вероятностей показывают, что события, возможные раз в десять лет, при возрастании на 25% будут происходить раз в пять лет, а события, возможные раз в 25 лет, при этом будут возможны раз в десять лет. Это может создавать катастрофические для существования социумов условия.

В параграфе 2.5 приведен пример того, как можно использовать полученные результаты для прогнозирования изменений вероятности экстремальных температур. Более полно этот вопрос рассмотрен в разделе 5.

В разделе 3 предложенный метод применен к случайным величинам, имеющим гамма распределение вероятностей. Это позволяет увидеть различия в реакциях нормальной и гамма – распределенной случайных величин на изменения одних и тех же главных моментов. В параграфе 3.1. описаны особенности моделирования гамма – распределенной случайной величины при задании главных моментов. Для этого в пакете EXCEL служит функции ГАММАОБР(p, a, b), которая для заданной вероятности p методом обратных функций получает подходящее значение случайной величины. Параметры этой функции можно выразить через математическое ожидание m и среднеквадратическое отклонение s по формулам $a = (m / s)^2$, $b = s^2 / m$. При численном моделировании были рассмотрены случаи, когда математическое ожидание меняется от 6 до 32, а среднее квадратичное отклонение меняется от 6 до 52. Методика численных экспериментов была такой же как и изложенная. Результатами таких экспериментов были таблицы зависимостей $a(m, s)$, $b(m, s)$, $c(m, s)$. По этим таблицам были вычислены нужные для построения функций влияния производные $\partial a / \partial m$, $\partial b / \partial m$, $\partial c / \partial m$, $\partial a / \partial s$, $\partial b / \partial s$, $\partial c / \partial s$. Это позволило вычислить функции влияния изменений m и s на вероятности превышения заданных максимумов.

В параграфе 3.2 приведены в графической и табличной форме результаты исследования законов распределения выборочных максимумов из гамма распределения. Они показывают, что от $Y = 1$ до $Y = 6$ зависимость $Mx(Y)$ слабее отклоняется от прямолинейной, чем для выборочных максимумов из нормального распределения, но отклонение статистически достоверно. Это значит, что в исследованном диапазоне заданных величин можно применять скорректированную форму зависимости $Mx(Y)$. Полученная Зависимость параметров закона $a(m, s)$, $b(m, s)$, $c(m, s)$ от вариаций главных моментов исходного распределения показывает, что изменения математического ожидания при постоянной дисперсии сказывается не только на коэффициенте c , как при нормальном исходном распределении, но и на a и b .

Зависимости максимума заданной обеспеченности от главных моментов исходного гамма распределения случайной величины при заданной обеспеченности имеют такие свойства. Во-первых, возможный с заданной обеспеченностью максимум растет с ростом m и s . Во-вторых, он более сильно зависит s , чем от m . В-третьих, эта зависимость проявляется сильнее с ростом коэффициента вариации C_v . В-четвертых, максимум сильно растет с уменьшением обеспеченности.

Двумерные графики зависимостей параметров $a(m,s)$, $b(m,s)$, $c(m,s)$ закона распределения максимума показывают, что функции существенно нелинейны. Однако при анализе графиков отдельных сечений по аргументам функций $a(m,s)$, $b(m,s)$, $c(m,s)$ оказалось, что за исключением области $m < 10, s < 10$ зависимость от m является близкой к линейной, а от s – зависимость квадратичной. Это позволило получить для удобства анализа чувствительности вероятностей к изменениям моментов аппроксимационные формулы

$$a(m, s) = A_1 ms + A_2 s^2 + A_3 m^2 + A_4 s + A_5 m, \quad (24)$$

$$b(m, s) = B_1 ms + B_2 s^2 + B_3 s + B_4, \quad (25)$$

$$c(m, s) = C_1 s + C_2 m + C_0, \quad (26)$$

Регрессионные формулы, достаточно точны и достоверны, так что ими можно пользоваться для оценок.

В параграфе 3.3 приведены результаты экспериментов по определению чувствительности появления значительных максимумов к изменениям главных моментов исходного распределения. За критерий чувствительности принято изменение вероятности $dP(P, m, s)$. Формулы, позволяющие связать изменения вероятностей катастрофических максимумов с вариацией моментов исходного распределения, удобно представить в виде

$$dP = G(P, m, s) dm + H(P, m, s) ds, \quad (27)$$

$$G(P, m, s) = - (1-P) \ln(1-P) (\partial a / \partial m Y^2 + \partial b / \partial m Y + \partial c / \partial m) / (2a Y + b), \quad (28)$$

$$H(P, m, s) = - (1-P) \ln(1-P) (\partial a / \partial s Y^2 + \partial b / \partial s Y + \partial c / \partial s) / (2a Y + b). \quad (29)$$

Функции влияния $G(P, m, s)$ и $H(P, m, s)$ показывают реакцию вероятности достижения заданного максимума при изменениях на единицу значений dm и ds . Они получены по производным $\partial a / \partial m$, $\partial b / \partial m$, $\partial c / \partial m$, $\partial a / \partial s$, $\partial b / \partial s$, $\partial c / \partial s$ в проведенных экспериментах и приведены в виде сокращенных таблиц. Характер их зависимости от главных моментов исходного гамма распределения продемонстрирован на рисунках в диссертации. Обнаружено, во-первых, что $dP(P=50\%, m, s)$ более часто встречающихся максимумов значительно сильнее реагируют на изменения трендов главных моментов исходных, случайных величин, чем $dP(P=5\%, m, s)$, то есть более редкие, выдающиеся максимумы. Во-вторых, что изменение ds при постоянном m значительно сильнее сказывается на росте вероятности достижения заданного максимума, чем изменение dm при постоянном s . В-третьих, что функция влияния $G(P, m, s)$ может менять знак, то

есть при больших значениях s увеличение m может уменьшить вероятность достижения максимумов, заданной обеспеченности.

Ввиду сложностей с расчетом функций влияния, можно для прогноза изменений экстремумов в случае исходного гамма распределения использовать прямой расчет по формуле (19). В этом случае ставится вопрос, как при изменении значений главных моментов изменяться выборочные максимумы с одной и той же заданной вероятностью превышения. Результаты этих экспериментов показаны в параграфе 3.4. Эти изменения можно оценить по формулам

$$dMx(P, m, s) = fG(P, m, s) dm + fH(P, m, s) ds, \quad (30)$$

$$fG(P, m, s) = (\partial a / \partial m) Y^2 + \partial b / \partial m Y + \partial c / \partial m, \quad (31)$$

$$fH(P, m, s) = (\partial a / \partial s) Y^2 + \partial b / \partial s Y + \partial c / \partial s. \quad (32)$$

С помощью приведенных в диссертации рисунков можно подтвердить вывод, сделанный в 2.4 для нормального исходного распределения, и утверждать, что влияние изменений m при постоянном s малы, по сравнению со случаем влияния изменений s при постоянном m .

В разделе 4 предложенный метод выявления связи между законом распределения выборочных экстремумов и главными моментами исходных случайных величин адаптирован к случайным величинам, имеющим логарифмически нормальное распределение вероятностей. Логарифмически нормальное распределение позволяет рассматривать более асимметричные законы, чем гамма распределения положительной случайной величины.

В параграфе 4.1 описано, как переводить главные моменты случайных величин (математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение) во входные параметры программы — генератора значений случайной величины. Обычно для получения значений случайной величины, имеющей логарифмически нормальное распределение вероятностей, используют функции, которые для заданной вероятности p методом обратных функций получают подходящее значение случайной величины. Параметры этой функции можно выразить через математическое ожидание m логарифма исходной случайной величины x математическое ожидание m и среднеквадратическое отклонение s по формулам $C_v = s / m$, $a = m / (1 + C_v^2)^{0.5}$, $b = \{ \ln(1 + C_v^2) \}^{0.5}$. При численном моделировании были рассмотрены случаи, когда математическое ожидание меняется от 6 до 32, а среднее квадратичное отклонение меняется от 6 до 44, что позволяет охватить диапазон значений сумм осадков для Алжира.

В параграфе 4.2 описаны результаты исследования законов распределения выборочных максимумов из логарифмически нормального распределения. Они показывают, что от $Y = 1$ до $Y = 6$ для всех зависимость $Mx(Y)$ отклоняется от прямолинейной значительно сильнее, чем в случае гамма или нормального распределения. Коэффициенты квадратичной регрессии $Mx = a Y^2 + bY + c$, показывают, что качество описания распределения максимумов принятым способом не только высокое, но и стабильное, что было неожиданным. При анализе отдельных сечений по аргументам m и s функций $a(m,s)$, $b(m,s)$, $c(m,s)$ с

помощью построения графиков и корреляционной матрицы оказалось, что зависимость от m и от s является кубической. Это позволило получить аппроксимационные формулы, которые удобны для анализа чувствительности вероятностей к изменениям моментов

$$a(m, s) = A_1 s^2 + A_2 s^3 + A_3 m s^3 + A_4 m s^2 + A_5 m s + A_6 m, \quad (33)$$

$$b(m, s) = B_1 s + B_2 s^2 + B_3 m s^3 + B_4 m s^2 + B_5 m s + B_6, \quad (34)$$

$$c(m, s) = C_1 s + C_2 s^2 + C_3 m s + C_4 m + C_5, \quad (35)$$

Эти формулы достаточно точны и достоверны, но они существенно сглаживают производные, так что ими можно пользоваться только для ориентировочных оценок.

В параграфе 4.3 приведены в основном в графической форме оценки чувствительности экстремумов к вариациям первых двух моментов исходных случайных величин, имеющих логарифмически нормальное распределение. Рассмотрено три подхода. Во-первых, рассчитана функция от трех переменных $Mx(P, m, s)$ с достаточно малыми шагами по всем переменным по найденным табличным или аналитическим зависимостям $a(m, s)$, $b(m, s)$, $c(m, s)$. При такой дискретности можно ответить на каждый конкретный вопрос об изменении значений максимума, не превышаемого с заданной вероятностью при изменении m или s . Во-вторых, оценена реакция максимумов одной и той же обеспеченности при заданном изменении первых моментов исходного логарифмически нормального распределения. Получены функции влияния $fG(P, m, s)$, $fH(P, m, s)$, которые показывают изменения ожидаемого с заданной вероятностью максимума при изменениях на единицу своего масштаба значений математического ожидания или среднего квадратичного отклонения исходной случайной величины. В-третьих, сделаны оценки реакции вероятностей отдельных, важных максимумов. Формулы для них выведены в 2.4 и преобразованы в форму (23), не зависящую от исходного закона распределения. Функции влияния $G(P, m, s)$ и $H(P, m, s)$ получены по точным значениям производных $\partial a/\partial m$, $\partial b/\partial m$, $\partial c/\partial m$, $\partial a/\partial s$, $\partial b/\partial s$, $\partial c/\partial s$ в проведенных экспериментах с исходным логарифмически нормальным распределением.

Во всех случаях сохраняются уже описанные общие особенности реакции вероятностей. Следует отметить, что чувствительность вероятностей максимумов к изменениям первых моментов в случае логарифмически нормального исходного распределения гораздо сильнее, чем в случае гамма распределения. Таким образом сохраняет силу вывод, сделанный в разделах 2 и 3, о том, что опасность экстремальных явлений возрастает не за счет заметного увеличения частоты выдающихся событий и не за счет роста значений максимумов, а за счет повышения частоты тех событий, которые встречаются не совсем редко, например, 1 раз в 4, 5 или 10 лет.

В параграфе 4.4. описаны выявленные особенности полученного в работе закона распределения выборочных максимумов. Там показано, как

использованная в работе форма закона распределения в виде функции $Mx(P) = a Y(P)^2 + b Y(P) + c$, где $Y(P) = -\ln(-\ln(1-P))$, преобразуется к традиционному виду $P(Mx)$. Для этого служат равенства

$$Y(M) = -b/2a + D(M), \quad (36)$$

$$D(M) = [(b/2a)^2 - (c - M)/a]^{1/2}. \quad (37)$$

$$P(Mx) = 1 - \exp(-\exp(-Y(D(M))))). \quad (38)$$

Плотность полученного распределения можно найти по формуле $dP/dM = 1/(2aD) \exp(-Y(D(M))) \exp(-\exp(-Y(D(M))))$. (39)

Пример получения выборочных максимумов для генеральных совокупностей значений случайных величин, которые имели одно и тоже математическое ожидание $m=24$ и одинаковые средние квадратичные отклонения $s=12$, но выбирались из разных исходных случайных величин приведен на рисунок 1.

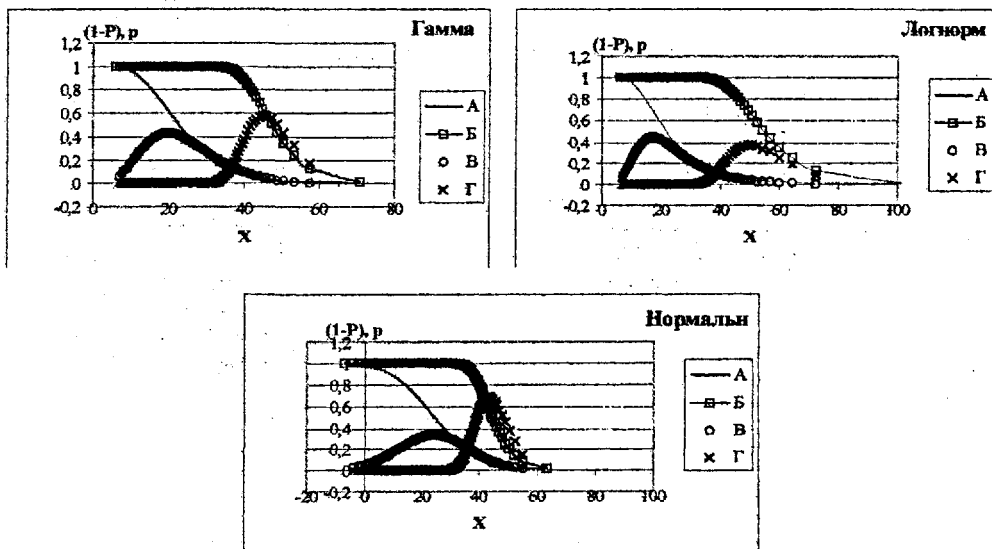


Рисунок 1 – Обеспеченности (А) и плотности (В) распределения для различных исходных распределений вероятностей случайных величин и соответствующие им обеспеченности (Б) и плотности (Г) распределения выборочных максимумов, рассчитанные по квадратичной формуле.

Этот рисунок позволяет увидеть, как изменяются вероятности значений случайной величины при переходе от нее к выборочным максимумам. Во-первых, обеспеченности выборочных максимумов значительно больше, чем обеспеченности таких же значений в одиночной выборке. Во-вторых, наиболее вероятное значение выборочного максимума для асимметричных распределений больше, чем для нормального. В-третьих, обеспеченности мод выборочных максимумов значительно отличаются от обеспеченности мод исходных случайных величин. В-четвертых, для исходной нормальной выборки мода выборочного максимума существенно больше, то есть эти максимумы встречаются чаще, чем в случае гамма или логарифмически нормального распределения. Интересно, что графики плотностей распределения случайных величин выборочных максимумов очень похожи, несмотря на различное происхождение выборок, и все они имеют более «тяжелый хвост» (большие вероятности больших максимумов), чем исходные распределения.

В разделе 5 приведены материалы, связанные с практическим применением разработанной методики для расчета изменений выборочных максимумов при изменении главных моментов исходной случайной величины.

В параграфе 5.1 показано, как была проведена проверка пригодности методики для обработки наблюдений. В Алжире, по причинам исторического характера, ряды наблюдений обычно содержат несколько десятков лет пропусков. Без пропусков нескольких лет подряд станций нет совсем. Эта первая отрицательная особенность метеорологических данных по Алжиру. Второй особенностью является отсутствие данных срочных наблюдений в виде компьютерных файлов. Доступны только данные архива NCCD USA, которые представляют собой компьютерные массивы, по столбцам которых приведены какие-либо характеристики месяца, а в строках размещены данные по годам. Температура и осадки характеризуются только средними месячными значениями и осредненными за месяц значениями максимальных суточных температур. Никаких сведений об абсолютных экстремумах не приводится.

Это значит, что разработанная в диссертации методика уточнения статистических оценок выборочных экстремумов не может быть проверена на метеорологических данных для территории Алжира. Чтобы провести проверку применимости методики на материале хорошей комплектности, были использован компьютерный архив данных срочных наблюдений по СССР за 1936-1984 годы. Этот архив свободно распространяется по странам ВМО. Для того, чтобы приблизить условия исследования к условиям Алжира, были использованы наблюдения за июнь на метеорологических станциях южно-европейской части СССР. Для демонстрации результатов в этой работе использована станция Харьков.

Процедура применения данных для проверки методики состояла из нескольких шагов. Сначала из архива были выбраны все наблюдения за все суточные сроки (до 1960 –четыре срока, после 8 сроков). Затем из записей были выделены данные о температуре воздуха в сроки наблюдений и суммах осадках за 12 часов. Эти данные были осреднены за сутки. Так был получен нужный файл

данных за все дни каждого месяца по всем годам наблюдений. Из этого файла были выбраны данные за июнь (он имеет 30 дней), как наиболее подходящие по условиям к Алжиру в прибрежной части территории.

По полученным значениям средних суточных температур за все дни июня каждого года были выбраны абсолютные максимумы за июнь. Так получен массив выборочных максимумов за 45 лет (с 1936 по 1984, исключая военные годы). В эти же годы получены средние за месяц температуры, средние квадратичные отклонения (СКО).

Для контроля исходных предпосылок была проведена проверка того, хорошо ли описываются значения средних суточных температур нормальным законом распределения вероятностей. Значения средней суточной температуры за каждый отдельный год были ранжированы по возрастанию, затем по рангам были определены повторяемости. Затем по повторяемостям, принятым за оценки вероятностей были получены возможные значения средних суточных температур, которые были бы, если бы эта случайная величина подчинялась нормальному закону распределения с фактическим значением среднего и СКО. Восстановленные значения были нанесены на один график с фактическими для тех же повторяемостей. Такие графики были получены по десяти выборочным годам, а затем и по всей совокупности дней за все годы. Пример графика по одному из десяти контрольных месяцев приведен на рисунок 2. Можно убедиться, что совпадение точек очень хорошее, а значит можно считать, что нормальный закон распределения хорошо описывает статистические свойства средней суточной температуры за одинаковые месяцы года. Этот вывод совпадает с приняты в климатологии.

Убедившись, что известен закон распределения средней суточной температуры, стало возможным оценить, как эмпирические повторяемости выборочных абсолютных максимумов совпадают с теми, которые можно получить из выявленных в этой работе законов распределения максимумов. Для этого ряд из 46 выборочных максимумов был ранжирован в порядке возрастания. Затем по рангам были определены повторяемости, по повторяемостям, принятым за оценки вероятностей, были рассчитаны аргументы закона распределения $Y = -\ln(-\ln(p))$. Затем фактические выборочные максимумы были нанесены на график, как функция Y . На этот же график были нанесены значения выборочных максимумов, вычисленные по формулам (19)-(22) раздела 2. При этом оценки коэффициентов a , b , c проведены по средним значениям температуры и СКО за июнь по всей совокупности.

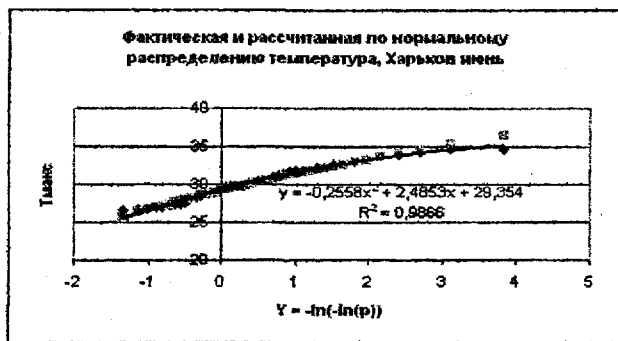
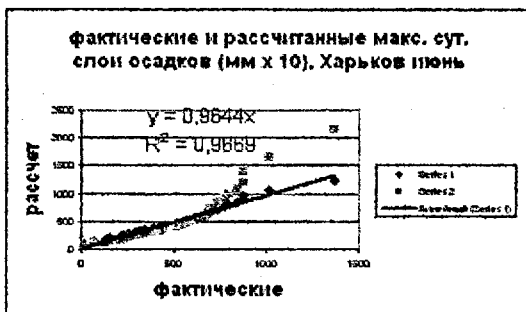


Рисунок 2. Описание частот месячных сумм осадков с помощью нормального закона распределения.

Результаты сравнения графиков эмпирической повторяемости и вычисленной вероятности абсолютных максимумов температуры за июнь в Харькове показывают, что для часто встречающихся максимумов теоретический и эмпирический закон распределения дают близкие результаты. Но для высоких максимумов, которые встречаются в данных редко, эмпирические повторяемости занижены. Таким образом теоретический анализ позволяет уточнить вероятности самых опасных выборочных значений максимумов. В целом можно сделать вывод о пригодности полученных выводов для описания распределения выборочных максимумов температуры, если использовать материалы срочных метеорологических наблюдений.

Аналогичная работа была проделана и для осадков. Результат представлен на рисунок 3 (а). Он показывает, представление суточных сумм осадков как случайной величины, имеющей гамма распределение можно принять за основу при поиске закона распределения максимумов суточных сумм осадков. На рисунок 3 (б) приведены фактические и рассчитанные максимальные суточные суммы осадков для одних и тех же вероятностей. Ясно виден эффект короткой выборки, заключающийся в том, что одним и тем же вероятностям по короткой эмпирической выборке соответствуют меньшие значения суточных максимумов осадков, чем по модельной, состоящей из 6000 случаев. При максимумах средней величины совпадение значений можно признать хорошим. Это показывает, что и в случае осадков предлагаемая методика оценки выборочных максимумов позволяет получить обоснованные числовые оценки, недоступные при использовании данных наблюдений.

а)



б)

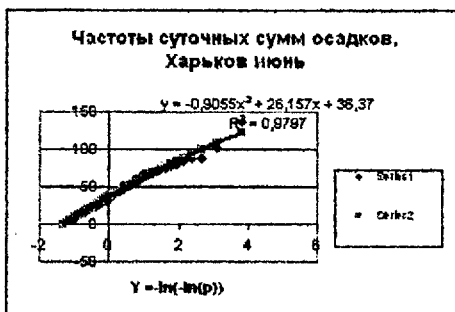


Рисунок.3. Некоторые статистические свойства рядов осадков (а) Частоты суточных максимумов осадков, фактические (Ряд1), по гамма распределению (Ряд2) (б) Описание частот месячных сумм осадков с помощью Гамма (Ряд1) и логнормального распределений (Ряд2)

В параграфе 5.2 приведены некоторые статистические свойства базы исходных данных. Для исследования практической пригодности метода были избраны среднемесячные значения температуры воздуха (T^0C) и количества осадков ($R, см$). Эти климатологические величины имеют известные законы распределений вероятности. Температура достаточно точно может быть описана нормальной случайной величиной, а количество осадков несколько менее точно описывается логарифмически нормальной величиной.

Для проведения расчетов все рабочие таблицы были пересчитаны для нужных диапазонов переменных с малым шагом (по $s - 0,2$, по $m - 1$). В диссертации приведены коэффициенты пропорциональной зависимости выборочных максимумов с обеспеченностями от 20% до 5% от $Mcp(m, s)$. Коэффициенты R^2 и s_p показывают, что связь достоверна и оценка коэффициента пропорциональности хорошая. Наличие выявленной связи позволило расчет практически важных значений максимумов, реальных 1 раз в 5, 10, 20 и 25 лет проводить просто путем умножения на коэффициент пропорциональности. Для получения очень редких событий, возможных 1 раз в 50 и 100 лет, следует пользоваться наиболее полными таблицами или провести непосредственные расчеты, аналогичные приведенным в разделах 2-4 диссертации.

В параграфе 5.3 указано, что территории Алжира нет специальных оценок ожидаемого тренда температур в условиях глобального потепления. Поэтому в работе получены тренды температур за прошлые года. Для этого были использованы данные по самой длиннорядной метеорологической станции Алжир (индекс: 10160390000). Тренды рассчитаны по формуле скользящего среднего по промежуткам в 30 лет, как рекомендуется при климатологических обработках ВМО. Для последних лет использованы формулы скользящего среднего с экстраполяцией на края ряда. Для каждого скользящего периода были рассчитаны

СКО по отношению к тренду, полученному при скользящем осреднении. Значения фактических средних месячных, тренды и СКО приведены на рисунк 4 для января и июля.

Интересно, что полученные тренды за последнее десятилетие демонстрируют потепление только для января. Также видно, что ряд является гетероскедастическим, то есть СКО меняется, причем в июле его ход подобен тренду, а в январе его ход даже в противофазе. Ввиду того, что построение тренда и СКО оказалось возможно только по одной станции (другие станции имеют большие и неравномерные пробелы в данных), эти выводы можно считать предварительными.

Используя полученные тренды и СКО в качестве m и s , по разработанной методике были рассчитаны выборочные максимумы обеспеченностью 50% (M50%). Эти максимумы должны встречаться часто по ним можно судить о степени соответствия результатов осредненным данным наблюдений. Переход от них к максимумам любой другой обеспеченности можно сделать с помощью таблицы 5.4, приведенной в диссертации. Результаты также приведены на рисунк 4. Видно, что разброс фактических данных по отношению к тренду в большей части случаев не выходит за кривую M50%. Это подкрепляет уверенность в правильности выбранного метода оценки выборочных максимумов.

Затем проведены результаты расчетов, которые дают представление, как могут измениться экстремальные характеристик климата Алжира при возможном потеплении. Так как для района Алжира нет специальных исследований величины возможного потепления, то можно воспользоваться значением $dT_{cp} = 1^{\circ}C$, которое приведено на прогностической карте полушария для Северной Африки. Таким образом моделирование эффекта потепления сводится к добавлению dT_{cp} к текущим средним месячным значениям температуры на станциях, то есть $T_{cp\ npr} = T_{cp} + dT_{cp}$. Как показано в этой работе, для расчетов важно иметь значение среднего квадратичного отклонения. Прогнозов этой величины нет. Поэтому можно воспользоваться двумя возможными вариантами. Первый вариант состоит в том, существующее значение s считается неизменным. По оценке, сделанной в 5.2, оно для всей территории Алжира принято равным 8.5. Второй вариант состоит в том, что предполагается неизменным значения коэффициента вариации. Тогда возможное изменение значения ds , вычисляется, с учетом условия $dm=1$ по формуле $ds = s/m \cdot dm = C_v$. В этом случае для расчета прогностических оценок вместо s следует использовать $s\ npr = s + ds = 8.5 + C_v$.

Задавая возможные среднюю температуру T_{cp} и среднее квадратичное отклонение температуры от среднесуточной s , можно построить таблицы среднего максимума и всех максимумов требуемой обеспеченности. Это сделано и показано в диссертации. Выяснилось, что при неизменном СКО реакция случайной величины, образованной выборочными максимумами, на малые изменение математического ожидания подобна простому сдвигу. Следует отметить, что при больших, чем $2^{\circ}C$, возможных изменениях среднего реакция случайной величины, образованной выборочными максимумами, становится нелинейной.

Результаты расчета изменений среднего максимума при втором варианте задания прогностического значения среднего квадратичного отклонения показывают, что при изменениях в СКО произошли очень заметные изменения реакции выборочных максимумов. Это значит, что влияние среднего квадратичного отклонения на поведение экстремальных значений даже важнее, чем влияние среднего значения. Реакция случайной величины, образованной выборочными максимумами, на изменения m и s становится более сильной и нелинейной.

Однако с практической точки зрения изменения экстремальных значений температуры на 1°C на каждой конкретной метеорологической станции не представляются катастрофическими. Как указано в разделе 2. Современное население приспособилось к экстремальным климатическим величинам, встречающимся ежегодно или даже через год.

Поэтому интересно, как изменятся значения, которые до потепления встречались раз в пять лет и реже. Расчет этих изменений также сделан для станций Алжира при постоянном s (первый вариант) и при переменном s (второй вариант). Нужно выделить тот факт, что возможные изменения обеспеченности растут с ростом заданной обеспеченности. Это значит, что события, которые могут произойти 1 раз в 100 лет (1% обеспеченность) мало изменят свою вероятность (в таблице – примерно на 1%), то есть будут происходить примерно 1 раз в 50 лет. Но события, которые происходят 1 раз в 10 лет (10% обеспеченности) существенно изменят свою вероятность (в таблице – примерно на 5%), то есть будут происходить 1 раз в 6 лет. Это значит, что эффект потепления выражается для населения не в том, что самые редкие катастрофы становятся сильнее, а в том, что чаще возникают более слабые, но все же опасные явления.

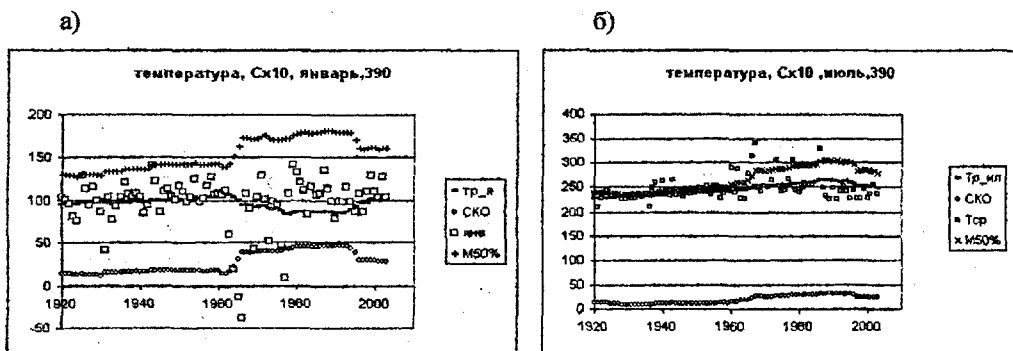


Рисунок 4. Оценка изменений средней месячной температуры по Алжиру за январь (а) и июль (б). Станция 390 Тср-наблюдения, Tr_я - тренд за январь, Tr_и - тренд за июль, СКО от тренда, M50%- расчетные значения максимальной средней при 20% обеспеченности.

В параграфе 5.4 отмечается, что для Алжира нет прогностических значений, изменения осадков в связи с глобальным потеплением. Чтобы получить представление о междугодовой изменчивости для станции Алжира с наиболее длинным рядом без пробелов были рассчитаны тренды (скользящие средние за 30 лет) и средние квадратичные отклонения от них по многолетним данным за январь. Результаты показаны на рисунок 5. Отчетливо видна тенденция к уменьшению средних месячных осадков за январь. Тенденция СКО к уменьшению тоже статистически значима, хотя и выражена гораздо слабее. К сожалению, для других станций по доступным материалам провести такую работу невозможно, ввиду многочисленных пробелов в многолетних рядах наблюдений.

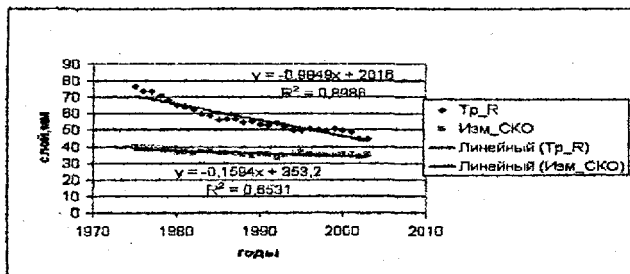


Рисунок 5. Изменения суммы осадков за последние годы по станциям Алжира
 Тр_Р - результаты скользящего осреднения месячных сумм осадков (январь)
 Изм_СКО - Среднее квадратичное отклонение от тренда.

Значения трендов позволяют провести расчеты максимумов 50% обеспеченности, по которым можно судить и о максимумах меньших обеспеченностей. Эти расчеты для станции Алжир (390) и еще двум станциям, имеющим удовлетворительные ряды, пробелы в которых можно было частично заполнить с помощью регрессии на станцию Алжир, показаны на рисунок 6. С помощью этого рисунка можно видеть, что, во-первых, фактические осадки редко выходят за границу М50%. Это значит, что многолетний ход осадков не показывает значительных аномалий. Во-вторых, видно, что с уменьшением среднего уменьшается и возможное значение максимума (станции 390 и 513). В-третьих, влияние изменения СКО очень сильно. На станции 419 СКО увеличивался, что не было учтено при расчетах. Видно, что фактические осадки на этой станции выходят за пределы ожидаемого М50%.

В работе показано, что месячные суммы осадков по станциям Алжира являются случайной величиной, имеющей логарифмически нормальный закон распределения. Но выборочный максимум в разделе 4 был выбран из выборки в 30 экземпляров. Для температуры это хорошо моделировало месяц ежедневных данных. В случае прогнзов месячных сумм осадков применить теорию можно только для некоторых искусственных условий, это позволяет рассматривать

результаты прогноза только как предварительные, доработка которых еще предстоит.

Изменение средних осадков произведено в соответствие с имеющимися прогнозами, в которых при глобальном потеплении в Районе Северной Африки осадки могут уменьшиться на 10%. Также как и для температуры, использовано два варианта прогноза. Сначала был получен ответ на вопрос, как изменятся максимумы сумм осадков при заданных изменениях климатических характеристик. Оказалось возможно сделать вывод, что по знаку изменения максимумов совпадают с трендом осадков. При уменьшении средних уменьшаются и экстремумы. Но по величине реакция не сводится к простому сдвигу. В первом варианте (фиксированное s) реакция сильнее в пустынных районах. Это означает, что наибольший вклад вносит большое значение C_v на этих станциях. Во втором варианте (постоянное C_v) наиболее сильно реагируют суммы осадков в прибрежных областях. Это объясняется тем, что там возникают по условиям расчета самые большие изменения s . Примерно аналогична и реакция максимумов с обеспеченностью 1%. В целом можно заключить, что изменения максимумов сумм осадков при изменении средних на 10% в Алжире будет не значительным.

Цель второго варианта была в том, чтобы оценить изменения вероятностей заранее заданных максимумов. Был выбран один важный максимум. Известно, что в Алжире ливневые осадки превышающие 30 см приводят к катастрофическим наводнениям. Именно вероятность изменения этого значения максимума при изменении средней суммы осадков и было изучено. Проведенные расчеты показывают, что изменения вероятностей выбранного максимума в Алжире относительно малы при заданных изменениях средних величин. Погрешность этого расчета определяется принятым методом интерпретации. Например, на станции Алжир (январь, ноябрь и декабрь) значения обеспеченностей максимума 30 см представляются завышенными, хотя конкретных оценок по данным наблюдений нет. Это значит, что уточнение оценок изменений экстремума осадков следует делать путем специального изучения свойств выборочных экстремумов из случайных величин со смешанными распределениями вероятностей.

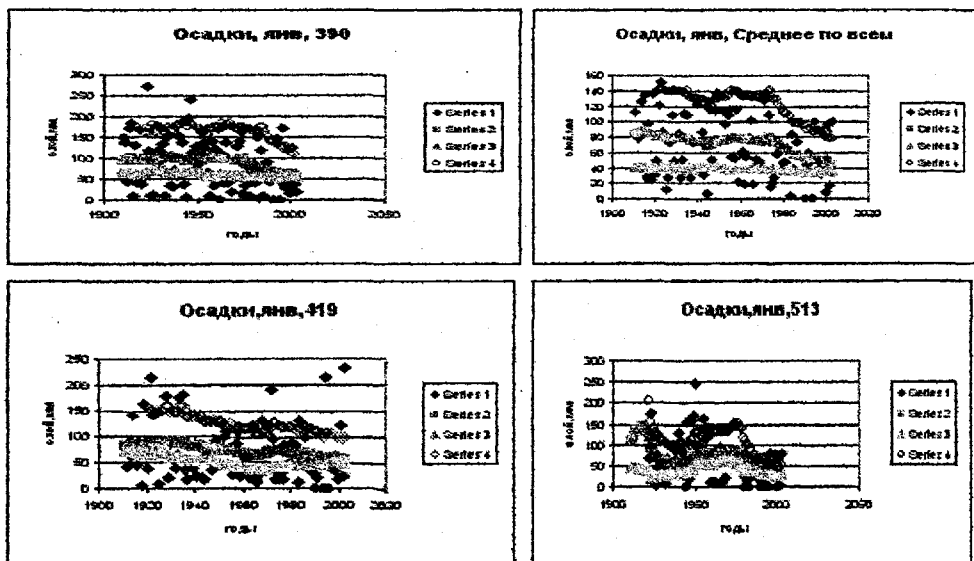


Рисунок 6. Оценка изменений месячной суммы осадков за январь по Алжиру
 Ряд1-наблюдения, Ряд2-тренд, Ряд3 - СКО от тренда, Ряд 4- Расчетные осадки
 50% обеспеченности.

В заключение диссертации сформулированы основные результаты исследования и собраны результаты и выводы, выносимые на защиту:

1) Разработана методика и программное обеспечение в виде приложений к EXCEL на языке VBA для применения статистического моделирования на базе современного математического обеспечения ПК для получения косвенных оценок чувствительности вероятностных характеристик выборочных экстремумов к вариации главных моментов законов распределения случайных величин, из которых произведены выборки.

2) Применяя эту методику к выборкам, подобным тем, которые возникают в климатологии при исследовании экстремумов по одноименным месяцам (это гарантирует статистическую однородность результатов) и используя в качестве исходных случайные величины гауссовского типа по классификации Гумбеля (нормальное распределение, гамма – распределение, логарифмически нормальное распределение) показано, что максимумы по выборкам месячной длины образуют случайную величину с законом распределения, существенно отличающимся от предельного распределения Гумбеля.

3) Установлена форма этого закона распределения и получен вид функциональной зависимости, аппроксимирующей этот закон для всех

рассмотренных распределений с высокой точностью. Установлено, что форма закона является общей для всех использованных исходных распределений.

4) Параметры аппроксимирующей зависимости закона распределения выборочных максимумов функционально связаны со значениями главных моментов исходной случайной величины. Вид связи зависит от вида конкретного закона распределения исходной случайной величины. Получены в табличной и частично аналитической форме зависимости указанных параметров от математического ожидания и среднего квадратичного отклонения исходной для выборки случайной величины.

5) Визуализация этих зависимостей показала, что при малых изменениях первых двух моментов исходных распределений, изменения параметров закона распределения выборочных максимумов также малы по величине и их можно считать устойчивыми.

6) Для практического применения получены таблицы значений выборочных максимумов с заданной обеспеченностью в зависимости от математического ожидания и среднего квадратичного отклонения исходных для выборки случайных величин рассмотренного типа. Эти таблицы позволяют изучить реакцию выборочных экстремумов на изменения моментов.

7) Показано, что реакция выборочных максимумов на малые изменения первых моментов случайных величин такова, что очень редкие события (обеспеченность 1%, 2.5%) не становятся заметно более частыми, но события редкие (обеспеченность 5% - 25%) учащаются очень заметно. (Этим можно частично объяснить отмечаемый в настоящее время наблюдателями эффект увеличения количества природных катастроф.)

8) Обнаружено, что реакция выборочных максимумов на изменения математического ожидания гораздо слабее, чем на изменение среднего квадратичного отклонения. Это значит, что для проведения глобальных прогнозистических расчетов климата следует уточнить, как при глобальном потеплении могут измениться средние квадратичные отклонения характеристик климата.

9) Показано, что обнаруженное специалистами «утяжеление хвостов» законов распределения случайных величин, характеризующих катастрофические явления, возникает и в исследованном в работе случае, но не за счет физических эффектов, а за счет поиска выборочного максимума. Поскольку выборочный максимум необходим вследствие сезонной неоднородности моментов исходных случайных величин, то этот вывод может объяснить указанное явление.

10) Показано, что при наличии прогнозов среднего и среднего квадратичного значений, можно с помощью полученных по предлагаемой методике таблиц без затруднений сделать оценки возможных изменений выборочных максимумов. В работе это сделано для территории Алжира. К сожалению, значения ожидаемых изменений среднего и среднего квадратичного значений имеются в научной литературе только для Северной Африки в целом и носят экспериментальный характер, поэтому и точность оценок чувствительности

выборочных максимумов температуры и количества по сельскохозяйственному сезону (ноябрь – март) являются предварительными.

По результатам имеются опубликованные работы

1) Сравнение потенциальной опасности природных катастроф для стран мира с помощью индекса потенциальных потерь.(Тезисы доклада). Материалы Итоговой сессии Ученого совета 27-28 января 2003г. Информационные материалы. Часть 1. Секция метеорологии и гидрологии. – СПб, изд. РГТМУ, 2003г.(Соавтор Русин И.Н)

2) Исследование реакции экстремальных значений на изменение главных моментов распределений случайных величин.(Тезисы доклада). Материалы Итоговой сессии Учебного совета 27-28 января 2004г. Часть 1. Секция метеорологии и гидрологии экономических и социально-гуманитарных наук.- СПб, изд. РГТМУ , 2004г. (Соавтор Русин И.Н).

3) Сравнение потенциальной опасности природных катастроф для стран мира с помощью индекса потенциальных потерь. В сб. «Материалы всероссийской конференции прикладной климатологии» (В печати соавтор Русин И.Н).

АВТОРЕФЕРАТ

Меджахед Багдад



Подписано к печати 10.04.2006.
Тираж 100 экз. Заказ № 170

Отпечатано в ООО <<Аркус>>
191002, СПб, ул. Рубинштейн, д. 2
Тел.:319-97-36

