

На правах рукописи



Белов Сергей Викторович

**МЕТОД РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ВАНТОВО-ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
С ПОИСКОМ НАЧАЛЬНОЙ ФОРМЫ ВАНТОВОЙ СЕТИ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2019

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Пономарев Сергей Васильевич

Официальные оппоненты:

Радченко Андрей Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Томский государственный архитектурно-строительный университет», Институт кадастра, экономики и инженерных систем в строительстве, директор

Каледин Валерий Олегович, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кемеровский государственный университет», научно-исследовательская лаборатория математического моделирования Новокузнецкого института (филиала), заведующий лабораторией

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Защита состоится 27 декабря 2019 года в 12 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.13, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина 36 (корпус № 10 (НИИ ПММ), аудитория 239).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке и на официальном сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» www.tsu.ru.

Материалы по защите диссертации размещены на официальном сайте ТГУ: <http://www.ams.tsu.ru/TSU/QualificationDep/co-searchers.nsf/newpublicationn/BelovSV27122019.html>

Автореферат разослан «____» ноября 2019 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук

Пикушак
Елизавета Владимировна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В настоящее время вантово-оболочечные конструкции (ВОК) широко применяются как в космической инженерии, так и в области строительства. Под ВОК будем понимать конструкцию, в которой пролетная часть состоит из сети несущих гибких нитей (вант), работающих на растяжение и прикрепленных к жесткому опорному контуру. Опорный контур может работать на растяжение, сжатие и изгиб. На вантовых элементах расположена оболочка – тело, где одно из измерений (толщина) существенно меньше остальных.

Примерами ВОК могут служить сетчатые рефлекторные (СР) антенны космических аппаратов, крыши стадионов и спортивных центров, здания выставочных комплексов и др. Данные конструкции имеют очевидные преимущества: относительно небольшая масса, возможность покрытия больших площадей при относительно небольшом расходе материала, а также способность складываться с возможностью дальнейшей транспортировки.

Из-за высокой стоимости проведения экспериментов с реальными конструкциями задача создания адекватной математической модели расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) ВОК является всегда актуальной. На основе анализа НДС можно сделать вывод об эффективности работы конструкции, как в целом, так и по частям. Кроме того, для ВОК свойственно геометрически нелинейное поведение, такое, что даже в зоне упругих деформаций возникают существенные перемещения её частей.

Задача определения НДС ВОК решается методами нелинейной теории упругости, где главным является уравнение равновесия относительно перемещений или напряжений. Аналитические решения этого уравнения можно получить только в самых простых случаях. По этой причине, развитие численных методов решения данной задачи также актуально. Одним из наиболее востребованных методов является метод конечных элементов (МКЭ).

Вопросами расчета НДС рассматриваемых конструкций занимались отечественные и зарубежные ученые, в том числе: Л. Г Дмитриев, А. В Касилов, А. В. Перельмутер, В. В. Михайлов, Н. -J. Schek, L. Gründig, D. Ströbel, P. Singer, W. J. Lewis, P. G. Malerba, M. Quagliaroli и др. Применительно к космической технике: В. И. Халиманович, В. Н. Зимин, Д. Б. Усманов, С. В. Пономарев, А. П. Жуков, В. А. Солоненко, А. А. Ящук, G. Tibert, C. -Y. Lai, S. Morterolle, B. Maurin, J. Quirant, C. Dupuy и др.

Степень разработанности темы исследования. Из опыта расчетов НДС рефлекторов космических аппаратов на основе нелинейного МКЭ сотрудниками научно-исследовательского института прикладной математики и механики Томского государственного университета (НИИ ПММ ТГУ) установлено, что задача численного определения поля перемещений узлов конечно-элементной модели (КЭМ) рефлектора имеет небольшую область сходимости. Поэтому для решения проблемы сходимости привлекалась процедура последовательного освобождения узлов конструкции рефлектора,

в которой каждое последующее решение использует предыдущее в качестве начального приближения. Более подробное описание процедуры дано ниже. Она оказалась довольно эффективной в определении НДС ободных, зонтичных и надувных конструкций рефлекторов. Тем не менее, в ней существует проблема формализации способа освобождения узлов, а также определения начальной формы отражающей поверхности, приближенной к равновесной. Кроме того, в процедуре не описан способ получения начальной равновесной формы вантовых элементов отражающей поверхности рефлектора с равномерным распределением натяжений. В данной работе последняя проблема была решена благодаря использованию метода плотности сил (МПС), описанного ниже.

В настоящее время для определения равновесной формы вантовых сетей широко применяются методы поиска форм (*Form-finding methods*), основанные на решении уравнений равновесия относительно координат узлов вантовых элементов. Выделяется три основных подхода: метод матрицы жесткости (*Stiffness matrix methods*, *Transient stiffness method*); метод плотности сил (МПС) (*Force density method*), метод динамической релаксации (МДР) (*Dynamic relaxation method*). При этом у МПС наиболее формализовано определение ограничений на вантовые элементы в виде нелинейной системы уравнений от параметра плотности силы (отношение натяжения к длине элемента). Данное обстоятельство повлияло на выбор МПС как основного метода поиска начальной формы вантовой сети.

В МПС нелинейные уравнения ограничений на элементы решаются итерационным методом Ньютона, где шаг итерации плотности силы рассчитывается из решения неопределенной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), полученной с помощью разложения нелинейной функции ограничений в ряд Тейлора в окрестности начального значения плотности силы. Однако в некоторых задачах определения равновесных координат узлов вантовой формообразующей структуры (ФОС) зонтичного антенного рефлектора выявилась проблема расчета шага итерации из-за близости к нулю определителя произведения матриц Якоби, возникающих при линеаризации указанной функции. Данная проблема привлечением аппарата псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза.

Отметим, что использование решений МПС в расчете равновесной ФОС СР весьма востребовано, т.к. для данного типа конструкций одним из ключевых параметров является точность ОП, выраженная значением среднеквадратического отклонения (СКО) узлов ОП от поверхности параболоида. При этом, во многих работах решаемые задачи определения НДС рефлекторов нацелены только на определение формы и точности ОП без учета деформаций силового каркаса конструкции либо с учетом деформаций, но без моделирования оболочки ОП. Таким образом, развитие методов расчета НДС комплексной конструкции рефлекторов в настоящее время весьма актуально.

Цели и задачи исследования. Целью работы является разработка метода расчета геометрически нелинейных краевых задач определения НДС ВОК на основе комбинации методов конечных элементов и плотности сил.

Для достижения поставленной цели решались **следующие задачи:**

1. Описание математической модели ВОК на основе нелинейной системы уравнений механики деформируемого твердого тела и уравнений равновесия узлов вантовой сети МПС;

2. Оптимизация шага итерации плотности силы на основе псевдообратной матрицы Мура-Пенроуза;

3. Постановка граничных условий, с учетом найденной начальной формы вантовой сети, позволяющих учитывать преднапряженное состояние вантовых и оболочечных элементов;

4. Усовершенствование процедуры расчета определения НДС ВОК, разработанной в НИИ ПММ ТГУ, основанной на последовательном изменении граничных условий по перемещениям в МКЭ, введением начального приближения, рассчитанного с помощью МПС;

5. Приложение метода в расчете НДС сетчатых космических рефлекторов;

6. Оценка собственных частот и построение соответствующих форм колебаний, анализ устойчивости элементов конструкций рефлекторов.

Научная новизна:

1. Предложен метод расчета НДС ВОК на основе последовательного изменения граничных условий по перемещениям узлов конечно-элементной модели (КЭМ) ВОК и определением начального приближения, рассчитанного по МПС для вантовых элементов;

2. Показана работоспособность метода с оценкой его эффективности на примерах конструкций СР с анализом собственных частот, форм колебаний, а также устойчивости элементов их силовых каркасов;

3. Предложено использовать псевдообратную матрицу Мура-Пенроуза для расчетов шагов итераций плотности силы при поиске форм вантовых сетей;

4. Предложены численные модели вантовых ФОС перспективных СР космических аппаратов;

5. На основе рассчитанных ФОС, предложены численные модели конструкций зонтичного и ободного рефлекторов.

Теоретическая и практическая значимость исследования.

Теоретическая значимость состоит в развитии метода численного моделирования ВОК, учитывающего поиск начальной равновесной формы вантовой сети с ограничениями на её элементы.

Практическая значимость состоит в возможности использования метода при определении НДС различных ВОК с учетом геометрической нелинейности. Существенное практическое значение метод нашел при определении НДС СР космических аппаратов, т.к. для них важно поддерживать равновесную форму ОП с высокой точностью, а также

учитывать равномерное распределение натяжений в вантовых элементах ФОС.

Методология и методы исследования. В работе использованы методы механики деформируемого твердого тела, метод плотности сил, метод конечных элементов.

Область исследования. Математические модели и численные методы анализа применительно к задачам, не допускающим прямого аналитического решения.

Предмет исследования. Метод расчета НДС ВОК с поиском начальной равновесной формы вантовой сети.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математическая модель ВОК на основе нелинейной системы уравнений равновесия механики деформируемого твердого тела и уравнений равновесия МПС с ограничениями на натяжения вантовых элементов;

2. Метод расчета НДС ВОК с последовательным изменением граничных условий по перемещениям узлов, где в качестве начального приближения используются координаты узлов равновесной вантовой сети с соответствующими значениями натяжений ее элементов;

3. Результаты численного исследования НДС перспективных СР космических аппаратов;

4. Оценка эффективности метода на основе сравнений результатов решений определения НДС, полученных без использования решений МПС;

5. Анализ устойчивости, собственных частот и форм колебаний конструкций рефлекторов.

Степень достоверности результатов исследования. Достоверность результатов метода расчета основана на использовании адекватной математической модели ВОК с учетом геометрической нелинейности, проверке результатов решения уравнений равновесия МПС с помощью решений МКЭ. Сходимость итерационного процесса в МПС подтверждена уменьшением нормы векторов рассчитанных координат узлов и нормы вектор-функции, описывающей ограничения на вантовые элементы с увеличением количества итераций. Сходимость итерационного процесса в МКЭ подтверждена результатами расчетов для различных пространственных сеток КЭМ рефлекторов.

Апробация результатов исследования. Основные материалы диссертации были рассмотрены на следующих конференциях:

1. Международная научная конференция молодых ученых «Перспективные материалы в строительстве и технике (ПМСТ-2014)», 15-17 октября 2014 г., Томск;

2. V Международная молодежная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики», 25-27 ноября 2015 г., Томск;

3. VI Всероссийский молодежный Форум с международным участием «Инженерия для освоения космоса», 12-14 апреля 2016 г., Томск;

4. XIII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук», 26-29 апреля 2016 г., Томск;

5. IX Всероссийская научная конференция, посвященная 55-летию полета Ю.А. Гагарина «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», 21-25 сентября 2016 г., Томск;

6. X Юбилейная международная научно-практическая конференция, посвященная памяти генерального конструктора ракетно-космических систем М.Ф. Решетнева «Решетневские чтения», 09-12 ноября 2016 г., Красноярск;

7. XI Международная научно-практическая конференция, посвященная памяти генерального конструктора ракетно-космических систем М.Ф. Решетнева «Решетневские чтения», 08-11 ноября 2017 г., Красноярск;

8. X Всероссийская научная конференция, посвященная 140-летию ТГУ и 50-летию НИИ ПММ ТГУ, 03-05 сентября 2018 г., Томск.

По теме исследования опубликовано 14 работ, в том числе 3 статьи в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, 5 статей в сборниках материалов конференций, представленных в зарубежных научных изданиях, входящих в Web of Science и Scopus, 6 публикаций в сборниках материалов международных и всероссийских научных конференций.

Внедрение результатов работы. Результаты метода расчета ВОК, численные модели сетчатых космических рефлекторов, реализованные как пакеты программ на языке APDL (Ansys Parametric Design Language), применялись в совместных работах с АО «Информационные спутниковые системы» им. ак. М. Ф. Решетнева», а также в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» по соглашениям № 14.578.21.0257, № 14.575.21.0144, № 14.578.21.0060, № 14.578.21.0073.

Личное участие автора в получении результатов, изложенных в диссертации. При выполнении работ по теме диссертации автор лично разработал вычислительные программы на языке APDL (ANSYS Parametric Design Language) программного комплекса ANSYS для таких ВОК как сетчатые космические рефлекторы, принимал непосредственное участие в постановке задач, выборе МПС для расчета равновесной формы вантовых элементов рефлектора, обработке и анализе результатов, подготовке статей и докладов на конференциях.

Структура и объем работы. Диссертация изложена на 141 странице, состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы, включающего 87 наименований, списка сокращений, 2 приложений, 82 рисунков, 8 таблиц (из них 2 в приложениях).

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность и степень разработанности рассматриваемой темы, сформулированы цели и задачи работы; указаны область, методы и предмет исследования; отмечена новизна и практическая значимость полученных результатов и их достоверность; отмечены результаты, выносимые на защиту; приведены данные об апробации, внедрении результатов работы и личном участии автора в их получении.

В первой главе представлен литературный обзор основных современных методов поиска форм вантовых сетей, основанных на итерационных методах решений уравнений равновесия и уравнений движения для узлов вантовой сети; обсуждены характерные особенности каждого метода; сделан выбор МПС как основного метода, позволяющего получить начальную равновесную форму вантовой сети в численной модели всей ВОК; поставлена геометрически нелинейная задача определения поля перемещений ВОК.

В общем случае, моделирование поля перемещений ВОК основано на нелинейных уравнениях теории упругости (уравнения равновесия, уравнения связи перемещений и деформаций, закон Гука):

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\sigma_{kj} \left(\delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right) = 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E_m}{1 + \nu_m} \cdot (\varepsilon_{ij} + \frac{\nu_m}{1 - 2\nu_m} \cdot \delta_{ij} \varepsilon_{ll}) - \frac{E}{1 - 2\nu_m} \cdot \varepsilon_{ij}^T + \sigma_{ij}^0 \quad (3)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера; u_i , σ_{ij} , σ_{ij}^0 , ε_{ij} , $\varepsilon_{ij}^T = \alpha \cdot \Delta T \delta_{ij}$, – компоненты вектора перемещения узлов, второго тензора напряжений Пиолы-Кирхгофа, тензора предварительных напряжений, тензора деформаций и тензора температурных деформаций соответственно; E_m , ν_m – модуль упругости и коэффициент Пуассона m -го материала, α , ΔT – коэффициент температурного расширения материала, величина изменения температуры соответственно. Значения индексов $i, j, k = 1 \dots 3$.

Границные условия имеют следующий вид:

$$u_i(\mathbf{x}) = u_i^0(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \Omega \quad (4)$$

$$n_k \sigma_{kj} \left(\delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = p_i^n(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in \partial\Omega \quad (5)$$

где $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$ – вектор, определяющий положение точки в континууме Ω , $p_i^n(\mathbf{x})$ – напряжение на границе $\partial\Omega$, характеризуемое вектором нормали \mathbf{n} . Также задаются поля напряжений σ_{ij}^0 и температуры

$$\left. \begin{aligned} T^0 &= T^0(\mathbf{x}) \\ \sigma_{ij}^0 &= \sigma_{ij}^0(\mathbf{x}) \end{aligned} \right\}, \mathbf{x} \in \Omega \quad (6)$$

Поле напряжений σ_{ij}^0 моделирует напряжения, которые должны установиться в элементах конструкции ВОК. С помощью поля температур T^0 моделируется натяжение шнуров сети (за счет теплового расширения или сжатия).

Уравнения (1) - (3) с граничными условиями (4) и (6) решались с нелинейным МКЭ, где область Ω функции приближенно представлялась в виде набора $\Omega_{\text{КЭ}}$ непересекающихся N областей (элементов), построенных на узлах. То есть, Ω аппроксимировалась сеткой элементов, которые связаны между собой в узлах и на границах.

Применяя метод Галеркина к уравнению (1), получаем систему нелинейных матричных уравнений:

$$\mathbf{K}(\tilde{\mathbf{u}})\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{b} \quad (7)$$

где $\mathbf{K}(\tilde{\mathbf{u}})$ – матрица жесткости, $\tilde{\mathbf{u}}$ – вектор-столбец искомых перемещений узлов, \mathbf{b} – вектор-столбец правых частей.

Уравнения (7) дополнены уравнениями равновесия МПС при следующих предположениях: вантовая сеть рассматривается в трехмерной декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$ и состоит из прямолинейных отрезков (элементов) постоянного сечения, соединенных в узлах. Часть узлов считается свободными (с искомыми координатами), часть – фиксированными (с заданными координатами) (рисунок 1);

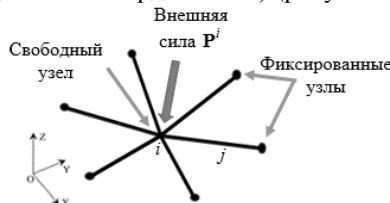


Рисунок 1– Схема вантовых элементов в МПС

отношение q_j силы натяжения T_j элемента к его длине L_j – постоянно, т.е.

$$q_j = T_j / L_j = \text{const.} \quad (8)$$

В данных предположениях уравнения относительно координат узла i равновесия имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{c_i} \frac{T_j}{l_j} (x_j - x_i) = P_x^i; \sum_{j=1}^{c_i} \frac{T_j}{l_j} (y_j - y_i) = P_y^i; \sum_{j=1}^{c_i} \frac{T_j}{l_j} (z_j - z_i) = P_z^i, \quad (9)$$

где x_i, y_i, z_i – координаты искомого узла i , x_j, y_j, z_j – координаты фиксированного узла j -го элемента, соединенного с узлом i , c_i – количество элементов, соединенных с узлом i . Данная формулировка МПС дополнена

требованиями равномерного распределения натяжений в элементах в виде нелинейных уравнений относительно координат искомых узлов:

$$g(x_i(q_j), y_i(q_j), z_i(q_j), q_j) = T_j - T_0 = 0. \quad (10)$$

где $T_j = q_j \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$ – текущее значение натяжений, T_0 – требуемое значение натяжений. Так как выражение в левой части (10), в конечном итоге, зависит от q_j , то уравнения (10) представляются в виде:

$$g^*(q_j) = T_j - T_0 = 0. \quad (11)$$

Задача (9), (11) записана для отдельного узла. Более общая матричная формулировка МПС описана в следующей главе.

Во второй главе описан метод расчета НДС ВОК с поиском начальной формы вантовой сети. Метод состоит из двух этапов.

Этап 1. Производится поиск начальной равновесной формы вантовой сети, состоящей из m элементов и $n_s = n + n_f$ узлов, нелинейным матричным МПС, где n , n_f – количество искомых и фиксированных узлов соответственно.

Матричные уравнения равновесия для вантовых элементов определяются через матрицу инцидентности размерности $[m \times n_s]$

$$\mathbf{C}_s(e, i, j) = [\mathbf{C}, \mathbf{C}_f] = \begin{cases} +1, & \text{для узла } i \text{ элемента } e=1..m; \\ -1, & \text{для узла } j \text{ элемента } e=1..m (i < j); \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (12)$$

где \mathbf{C} , \mathbf{C}_f – матрицы соответствующие искомым и фиксированным узлам соответственно. Тогда уравнения равновесия и нелинейные уравнения ограничений по натяжениям элементов имеют вид:

$$\begin{cases} (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{x} + (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f) \mathbf{x}_f = \mathbf{f}_x; \\ (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{y} + (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f) \mathbf{y}_f = \mathbf{f}_y; \\ (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}) \mathbf{z} + (\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f) \mathbf{z}_f = \mathbf{f}_z; \\ \mathbf{g}^*(\mathbf{q}) = \mathbf{0}, \end{cases} \quad (13)$$

где $\mathbf{C}^T [n \times m]$, $\mathbf{C} [m \times n]$, $\mathbf{C}_f [m \times n]$, $\mathbf{Q} [m \times m] = \text{diag}(\mathbf{q})$, $\mathbf{x} [n \times 1]$, $\mathbf{y} [n \times 1]$, $\mathbf{z} [n \times 1]$, $\mathbf{x}_f [n_f \times 1]$, $\mathbf{y}_f [n_f \times 1]$, $\mathbf{z}_f [n_f \times 1]$, $\mathbf{f}_x [n \times 1]$, $\mathbf{f}_y [n \times 1]$, $\mathbf{f}_z [n \times 1]$, $\mathbf{g}^*(\mathbf{q}) [r \times 1] = \mathbf{L} \mathbf{q} \cdot \mathbf{T}_0$ – матрицы инцидентности, плотности силы, координат искомых и фиксированных узлов, компонент векторов внешних сил, значения функции ограничений по натяжениям первых r элементов соответственно. Полагаем, что $\mathbf{L} [m \times m] = \text{diag}(\mathbf{l})$ – диагональная матрица длин элементов, \mathbf{T}_0 – вектор-столбец требуемых значений натяжений элементов.

Таким образом, задача определения поиска начальной формы вантовой сети сводится к нахождению векторов координат \mathbf{x} , \mathbf{y} , \mathbf{z} и вектора плотности силы \mathbf{q} , который бы удовлетворял последнему уравнению в (4).

Формулы определяющие координаты $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ имеют вид:

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{f}_x - \mathbf{D}_f \mathbf{x}_f); \\ \mathbf{y} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{f}_y - \mathbf{D}_f \mathbf{y}_f); \\ \mathbf{z} = \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{f}_z - \mathbf{D}_f \mathbf{y}_f), \end{cases} \quad (14)$$

где $\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}$, $\mathbf{D}_f = \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_f$.

Поиск решения последнего уравнения (13) реализован итерационным методом Ньютона по формуле:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \Delta \mathbf{q}. \quad (15)$$

Шаг итерации $\Delta \mathbf{q}$ определяется из линеаризации функции $\mathbf{g}^*(\mathbf{q})$ в окрестности начального приближения \mathbf{q}_0 по формуле Тейлора:

$$\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_0) + \frac{\partial \mathbf{g}^*(\mathbf{q}_0)}{\partial \mathbf{q}} \Delta \mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (16)$$

Преобразуя (16) получается СЛАУ относительно шага итерации $\Delta \mathbf{q}$:

$$\mathbf{G}^T \Delta \mathbf{q} = \mathbf{r}. \quad (17)$$

где $\mathbf{G}^T = \frac{\partial \mathbf{g}^*(\mathbf{q}_0)}{\partial \mathbf{q}}$ – матрица Якоби размерностью $[r \times m]$, $\mathbf{r} = -\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_0)$ – вектор столбец правой части, \mathbf{q}_0 – начальное приближение плотности силы.

Система (17) является неопределенной, так как в общем случае количество ограничений r меньше количества неизвестных m . Поэтому из всех возможных решений $\Delta \mathbf{q}$ выбирается минимальное по норме L_2 из задачи вида:

$$\begin{cases} f(\Delta \mathbf{q}) = \Delta \mathbf{q}^T \Delta \mathbf{q} \rightarrow \min \\ \mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}) = \mathbf{0} \end{cases}. \quad (18)$$

где $\mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}) = \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{q} - \mathbf{r}$ – функция связи.

Задача (18) решалась методом множителей Лагранжа, где минимизируется функционал:

$$L(\Delta \mathbf{q}, \lambda) = \Delta \mathbf{q}^T \Delta \mathbf{q} - 2 \lambda_L^T \mathbf{h}(\Delta \mathbf{q}), \quad (19)$$

где λ_L – вектор множителей Лагранжа.

Стационарные точки (19) определяются из соотношений:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \Delta \mathbf{q}} = 2 \Delta \mathbf{q} - 2 \mathbf{G} \lambda_L = \mathbf{0}; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_L} = \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{q} - \mathbf{r} = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (20)$$

Решение (20) представляется выражениями вида:

$$\begin{cases} \lambda_L = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{r}; \\ \Delta \mathbf{q} = \mathbf{G} (\mathbf{G} \mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{r}. \end{cases} \quad (21)$$

Как было отмечено выше, в некоторых случаях расчета вантовой ФОС сетчатых рефлекторов может возникнуть проблема нахождения обратной матрицы $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$ из-за близости к нулю определителя $\det(\mathbf{G}^T \mathbf{G})$. Это хорошо видно из графика собственных значений матрицы $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$, соответствующих рассчитанной ФОС зонтичного рефлектора рисунка 2:

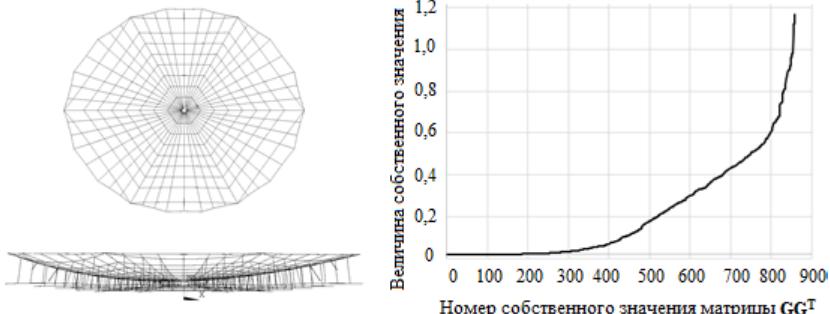


Рисунок 2– Вантовая ФОС зонтичного рефлектора и соответствующий график собственных значений матрицы $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$

Установлено, что большинство собственных значений (854 значения из 858) матрицы $\mathbf{G}\mathbf{G}^T$ меньше 1. Это означает, что $\det(\mathbf{G}\mathbf{G}^T) \approx 0$, поскольку из курса линейной алгебры известно равенство:

$$\det(\mathbf{G}\mathbf{G}^T) = \lambda_1 \cdot \dots \cdot \lambda_m, \quad (22)$$

где $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ – собственные значения матрицы $\mathbf{G}\mathbf{G}^T$. Поэтому для устранения возможной проблемы обращения $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ предлагается использовать псевдообратную матрицу Мура-Пенроуза $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^+$, позволяющую находить минимальное решение первой СЛАУ (21) независимо от её вырожденности либо невырожденности и от числа обусловленности матрицы этой системы.

Для случая ограничений вида $\mathbf{L}\mathbf{q}-\mathbf{T}_0=\mathbf{0}$, соответствующая матрица Якоби \mathbf{G}^T имеет вид:

$$\mathbf{G}^T = \bar{\mathbf{L}}_m - \bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{L}} (\bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{D}}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{U} + \bar{\mathbf{V}} \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{D}}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{V} + \bar{\mathbf{W}} \bar{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{D}}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{W}), \quad (23)$$

где $\bar{\mathbf{U}} = \text{diag}(\bar{\mathbf{u}})$, $\bar{\mathbf{V}} = \text{diag}(\bar{\mathbf{v}})$, $\bar{\mathbf{W}} = \text{diag}(\bar{\mathbf{w}})$, $\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{C}}_s \mathbf{x}_s$, $\bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{C}}_s \mathbf{y}_s$, $\bar{\mathbf{w}} = \bar{\mathbf{C}}_s \mathbf{z}_s$. Знак черты сверху указывает, что рассматриваются только первые r элементов, на которые наложены ограничения по напряжениям (т.е. размерность матриц сокращается). При этом $\mathbf{x}_s = [\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_f]^T$, $\mathbf{y}_s = [\mathbf{y}_s, \mathbf{y}_f]^T$, $\mathbf{z}_s = [\mathbf{z}_s, \mathbf{z}_f]^T$. Первая матрица в (23) расширена на $r-m$ дополнительных нулевых столбцов чтобы вычитание в (23) было определено.

Итерационная формула (15) используется до тех пор, пока $\|\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_{k+1})\| < \varepsilon$, где ε – точность вычислений.

Этап 2. Найденные координаты узлов вантовых элементов (рассчитанные по МПС) использовались при построении комплексной КЭМ ВОК, включающей балочные и оболочечные элементы, тем самым определяя ее форму, приближенную к равновесной.

В вантовых элементах (рассчитанных по МПС) задаются граничные условия по начальным напряжениям:

$$\boldsymbol{\sigma}_0^{MPC} = \frac{1}{S_i} \mathbf{t}^{MPC}, \quad (24)$$

где S_j – площадь j -го вантового элемента \mathbf{t}^{MPC} – вектор-столбец натяжений с компонентами, рассчитанными по формуле $t_j^{MPC} = q_j l_j$. Далее в вантовых (не рассчитанных по МПС) и оболочечных элементах задаются некоторые начальные значения напряжений $\boldsymbol{\sigma}_0$, $\boldsymbol{\sigma}_0^{ob}$ в зависимости от требований задачи, а в узлах КЭМ задаются нулевые граничные условия по перемещениям в виде:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in \Omega_{KEM} \setminus \omega_1^{MPC}, \quad (25)$$

где ω_1^{MPC} – области пространства, занимаемые вантовыми элементами из МПС. Условие (25) означает, что часть узлов КЭМ ВОК фиксирована. Далее производится расчет поля перемещений узлов КЭМ итерационным методом Ньютона-Рафсона, учитывающим геометрическую нелинейность.

После первого расчета полученное решение \mathbf{u}^1 и соответствующие значения напряжений $\boldsymbol{\sigma}_1^{vanm}$, $\boldsymbol{\sigma}_1^{ob}$ вантовых и оболочечных элементов используется как начальное приближение для последующего расчета, но уже с измененными граничными условиями по перемещениям

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in \Omega_{KEM} \setminus \omega_1^{MPC} \cup \omega_2, \quad (26)$$

где ω_2 – область пространства, принадлежащая области сходимости поставленной задачи.

Границные условия изменяются до тех пор, пока не будет получено поле перемещений узлов с изначально требуемыми граничными условиями по перемещениям:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in \Omega_{KEM} \setminus \bigcup_{i=1}^{N_e - l_e} \omega_i, \quad (27)$$

где N_e – общее количество элементов, l_e – количество отпущеных элементов.

Схематически описанная процедура показана на рисунке 3:



Рисунок 3 – Схема процедуры расчета перемещений узлов в МКЭ

Описанный метод расчета применялся в определении НДС СР ободного и зонтичного типов. Программная реализация метода осуществлялась в комплексе конечно-элементного моделирования ANSYS на языке программирования APDL (ANSYS Parametric Design Language).

В третьей главе описывается приложение метода расчета применительно к конструкциям сетчатых рефлекторов космических аппаратов диаметром от 12 до 50 метров. На рисунке 4 показаны схемы КЭМ ободного и зонтичного рефлекторов диаметром 12 м.

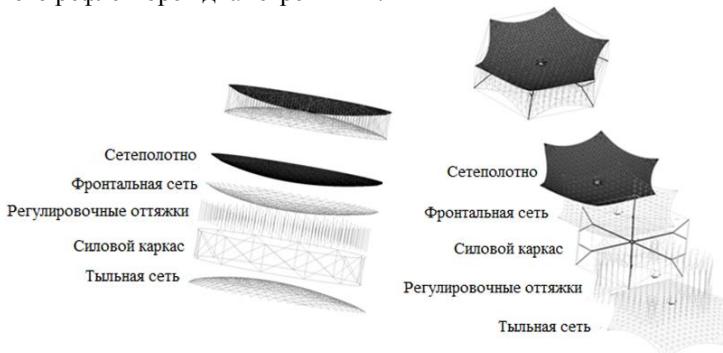


Рисунок 4 – Схемы КЭМ рефлекторов ободного и зонтичного типов

В состав конструкций входили: силовой каркас, фронтальная и тыльная сети ФС (ТС), регулировочные оттяжки, регулирующие форму ОП, сетчатая радиоотражающая поверхность (сетеполотно). На рисунке 5 показаны схемы спиц и обода конструкций рефлекторов:

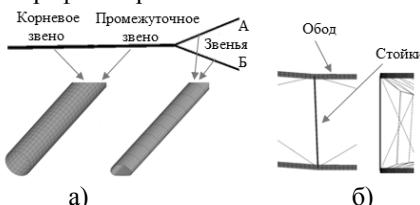


Рисунок 5 – Конструкции элементов силового каркаса:
а) зонтичного рефлектора; б) ободного рефлектора

Геометрическая форма ОП рефлектора моделировалась поверхностью вырезки из параболоида вращения круговым цилиндром (оффсетным параболоидом). Геометрические размеры ОП для зонтичной и ободной конструкции были следующие: диаметр вырезающего цилиндра $D_3=12\text{м}$, $D_0=12\text{м}$; фокусное расстояние $F_3=0,45 \cdot D_3$, $F_0=8\text{м}$; клиренс: $X_3=2,3\text{м}$, $X_0=1,125\text{м}$. Более подробные геометрические и механические характеристики материалов силового каркаса приведены в тексте диссертации.

Этап 1. Поиск начальной формообразующей структуры рефлекторов матричным нелинейным методом плотности сил.

В случае ободного рефлектора, фиксированными узлами вантовой ФОС считались узлы, лежащие на ободе. В случае зонтичной конструкции, фиксировались узлы, лежащие на концах звеньев А(Б) спиц силового каркаса.

В результате расчета нелинейным МПС получены следующие формы ФС (ТС) с соответствующими значениями перемещений узлов (рисунок 6).

Из рисунка видно, что значения перемещений узлов практически равны нулю. Это свидетельствует о корректности решений уравнений (13), так как в состоянии равновесия у вантовой системы не должно возникать перемещений.

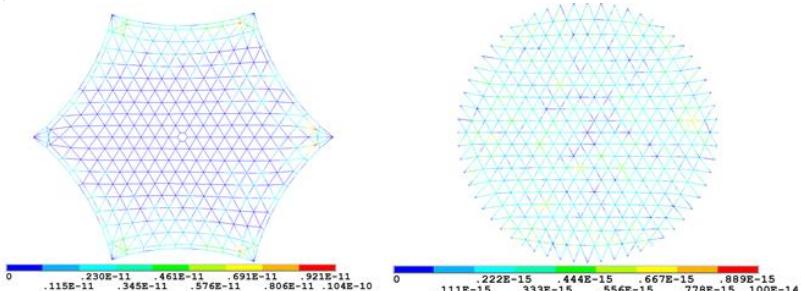


Рисунок 6 – Найденные формы ФС(ТС) рефлекторов с соответствующими значениями перемещений узлов, м

Ниже приведены рисунки распределения натяжений в элементах сетей и регулировочных оттяжках

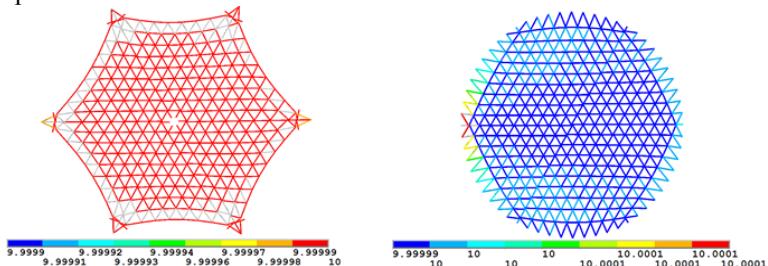


Рисунок 7 – Распределение натяжений в элементах ФС(ТС) рефлекторов, Н

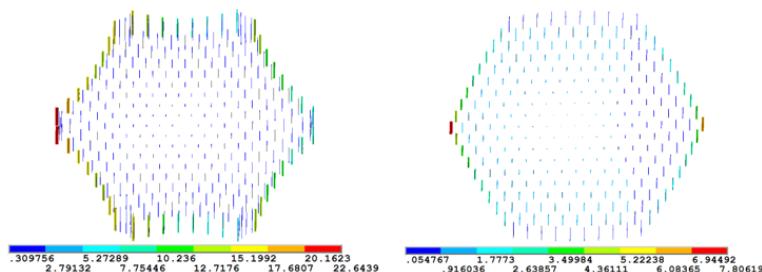


Рисунок 8 – Распределение напряжений в элементах регулировочных оттяжек рефлекторов, Н

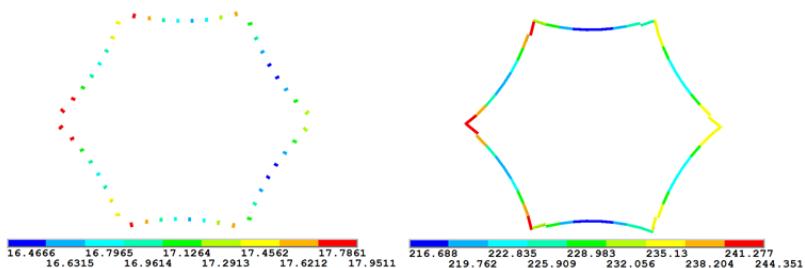


Рисунок 9 – Распределение напряжений в периферийных элементах ФС(ТС) зонтичного рефлектора, Н

Из рисунка 7 видно, что значение напряжений в элементах ФС(ТС) рефлекторов практически равно целевому значению 10 Н. Это свидетельствует о корректном решении четвертого нелинейного уравнения в (13).

Полученные координаты узлов и значения напряжений в элементах ФОС рефлекторов далее используются в граничных условиях как начальное приближение при определении НДС всей конструкции СР.

Этап 2. Определение параметров НДС конструкций рефлекторов.

Основным параметром, определяющим НДС конструкции СР, является вектор перемещений узлов КЭМ при заданных граничных условиях. На рисунке 10 показаны перемещения узлов СР при условии нулевых перемещений узлов стойки силового каркаса ободной конструкции и нулевых перемещений узлов центральной части (стуницы) зонтичной.

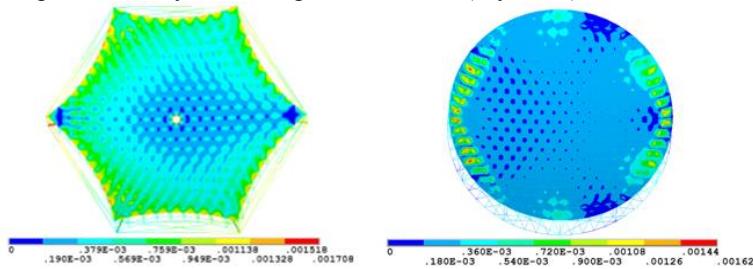


Рисунок 10 – Перемещения узлов КЭМ рефлекторов, м

Начальные натяжения в вантовых элементах, соединяющих элементы силового каркаса СР, варьировались от 20 Н до 100 Н. Начальное натяжение в элементах сетеполотна составило 2 Н/м. На рисунке 10 решение соответствуют настроенному состоянию ОП рефлекторов вантовыми оттяжками до минимального значения СКО узлов ОП от параболического профиля. СКО рассчитывалось по формуле:

$$\delta_{\text{СКО}} = \left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\Delta z_j^{\text{СКО}})^2 \right]^{1/2} \quad (28)$$

где $\Delta z_j^{\text{СКО}} = z_j^{\text{КЭМ}} + u_j^z - (z_j^{\text{нап}} + M)$, $M = \sum_{j=1}^N (z_j^{\text{КЭМ}} + u_j^x, u_j^y) / N$, N – количество узлов ОП, $z_j^{\text{нап}} = z_{\text{нап}}(x_j^{\text{КЭМ}} + u_j^x, y_j^{\text{КЭМ}} + u_j^y)$ – значения, вычисленные по формуле оффсетного параболоида (см. текст диссертации), $x_j^{\text{КЭМ}}, y_j^{\text{КЭМ}}, z_j^{\text{КЭМ}}$ – координаты узлов КЭМ ОП, u_j^x, u_j^y, u_j^z – координаты вектора перемещений узлов КЭМ ОП.

На рисунке 11 приведены графики зависимости СКО от количества итераций настройки регулировочными оттяжками

Оценка величины $\delta_{\text{СКО}}$ производилась в круге радиуса 6,1 м для зонтичного рефлектора и круге радиуса 5 м – для ободного. Из графиков видно, что в случае зонтичного СР величина $\delta_{\text{СКО}}=2,06$ мм начиная с седьмой итерации настройки, а для ободного СР $\delta_{\text{СКО}}=0,93$ мм начиная с шестой итерации настройки.

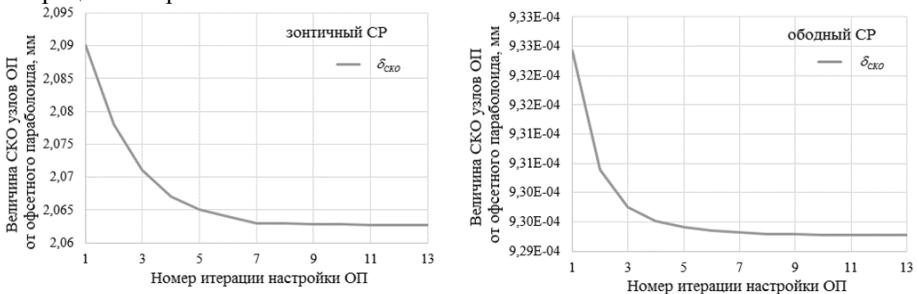


Рисунок 11 – Величина СКО узлов ОП от оффсетного параболоида в зависимости от номера итерации настройки регулировочными оттяжками СР, мм

Для оценки эффективности метода расчета была рассмотрена конструкция зонтичного СР, где форма ячеек ФС(ТС) также была треугольной, но координаты их узлов не были рассчитаны по МПС (рисунок 12).

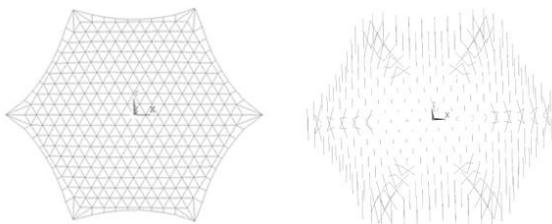


Рисунок 12 – Схема ФС(ТС) и оттяжек зонтичного СР с координатами узлов, не рассчитанных по МПС

На рисунке 13 показаны графики распределения СКО узлов ОП рефлекторов с ФС(ТС), рассчитанных и не рассчитанных по МПС, в зависимости от номера итерации настройки оттяжками, а также время расчета в зависимости от количества разбиений ячейки ФС:

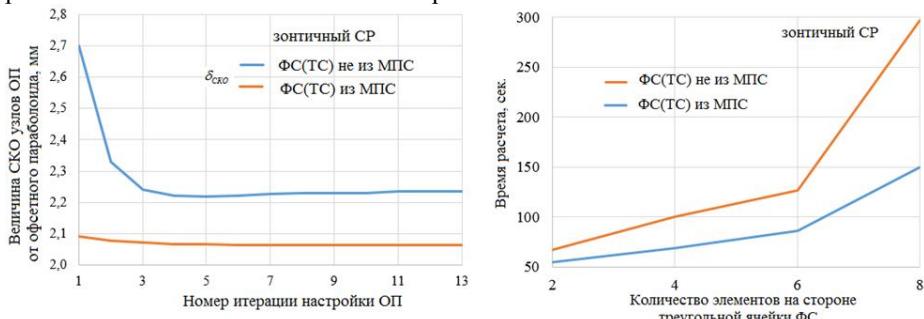


Рисунок 13 – Величина СКО узлов ОП от оффсетного параболоида в зависимости от номера итерации настройки (мм); время расчета в зависимости от количества разбиений ячейки ФС (сек.)

Видно, что в случае ФС (ТС), рассчитанных по МПС, величина $\delta_{SCO}=2,06$ мм – меньше по сравнению с величиной $\delta_{SCO}=2,23$ мм, где МПС не использовался. На втором графике рисунка 13 видно, что в случае разбиения стороны ячейки на 8 элементов расчетное время увеличилось в 1,98 раза по сравнению с конструкцией, где МПС использовался. Такой скачок по времени расчета объясняется тем, что для получения сходящегося решения пришлось увеличить количество промежуточных решений с 2 до 5, т.е. последовательно освобождать от условий закрепления несколько составных частей рефлектора: шнуры ФОС и элементы силового каркаса. Расчетное время соответствовало начальному состоянию рефлектора без настройки оттяжками.

В четвертой главе производился анализ собственных частот, форм колебаний, а также анализ устойчивости элементов силового каркаса рефлекторов. Собственные колебания определялись для напряженно-деформированного состояния, где СКО узлов ОП было минимальным.

В конечно-элементной формулировке уравнения движения имеют вид:
 $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}$ (29)

где \mathbf{M} , \mathbf{K} – матрицы масс и жесткости соответственно, $\ddot{\mathbf{u}}$ – вектор ускорений перемещений \mathbf{u} . Решение (29) представлялось в виде:

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\varphi} \cdot \cos \omega t \quad (30)$$

Подставляя (30) в (29) получаем уравнение:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (31)$$

Собственные частоты ω находились из решения характеристического уравнения:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (32)$$

По найденному спектру частот ω из уравнения (31) определяется вектор амплитуд $\boldsymbol{\varphi}$.

В анализе устойчивости МКЭ использовалось два подхода: линейный и нелинейный. В случае линейного анализа решалась задача на нахождение критической силы потери устойчивости для линейно упругих элементов силового каркаса рефлекторов. С вычислительной точки зрения, решалась задача на нахождение собственных значений для уравнений вида:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{S})\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (33)$$

где \mathbf{K} – матрица жесткости конструкции; \mathbf{S} – матрица эффективной жесткости λ – собственное значение; \mathbf{u} – собственный вектор, определяющий форму потери устойчивости.

Величина критической силы, соответствующей потере устойчивости, определялась по формуле:

$$|\vec{F}_{kp}^{lin.}| = \lambda |\vec{F}_{np}|, \quad (34)$$

где F_{np} – величина приложенной нагрузки.

Результаты линейного анализа рассматриваются как предварительные, так как значения критических сил имеют завышенное значения по сравнению с нелинейным анализом.

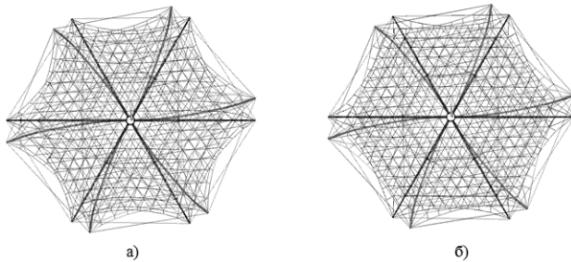
В случае нелинейного анализа итерационным методом Ньютона-Рафсона решается нелинейное уравнение равновесия, где для некоторого значения текущей итерации i выполняется соотношение:

$$\mathbf{K}_{i-1} \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{F} - \mathbf{F}_i^e, \quad (35)$$

\mathbf{K}_{i-1} – матрица жесткости, $\Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_{i-1}$ – вектор приращения перемещений узлов, \mathbf{F} , \mathbf{F}_i^e – вектора внешних сил и внутренних сил, действующих на элементы силового каркаса рефлектора. В нелинейном анализе последовательно задаются нагрузки до значения, полученного в линейном анализе.

В качестве значения критической силы принималось такое значение $\mathbf{F} = \mathbf{F}_{kp}$ при котором значение $\Delta \mathbf{u}_i$ на текущей итерации i увеличивалось в полтора и более раз по сравнению с предыдущим шагом итерации.

На рисунке 14 показаны первые формы колебаний и соответствующие значения собственных частот зонтичных СР, рассмотренных выше.



а)

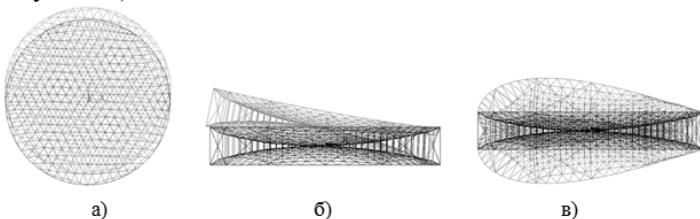
б)

Рисунок 14 – Первая форма колебаний зонтичных СР:

а) с использованием МПС, частота $f_i=3,34$ Гц; б) без использования МПС, частота $f_i=3,33$ Гц

Отметим, что собственные частоты рефлектора с ФОС, рассчитанной по МПС, незначительно выше соответствующих частот конструкции, где МПС не применялся. Это объясняется тем, что собственные частоты в первой форме колебаний определяются, прежде всего, жесткостью силового каркаса на изгиб.

При исследовании ободной конструкции получены следующие формы колебаний (рисунок 15):



а)

б)

в)

Рисунок 15 – Формы колебаний ободного рефлектора с частотами:

а) $f_1=0,21$ Гц; б) $f_2=0,4$ Гц; в) $f_3=1,37$ Гц

Установлено, что на жесткость конструкции рефлектора влияет толщина обода. Так, при увеличении его толщины в два раза с 0,009 м до 0,018 м, значение первой собственной частоты составило величину $f_1=0,34$ Гц, а значение массы выросло до 132 кг (практически в два раза), что недопустимо.

При исследовании устойчивости спицы силового каркаса зонтичного рефлектора установлено, что, при относительно одинаковых усилиях на спицы, у конструкции, с ФОС, рассчитанной по МПС, СКО натяжений элементов ФС от целевого значения 10 Н оказалось меньше более чем 5 раз, что свидетельствует о эффективности решений МПС.

На рисунке 16 показана форма потери устойчивости спицы в нелинейном анализе с соответствующим графиком зависимости перемещений от приложенных усилий:

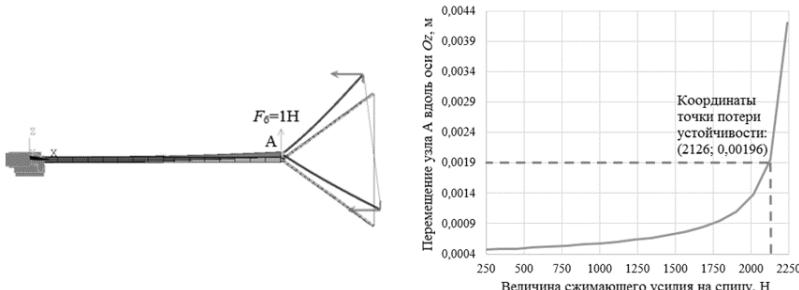


Рисунок 16 – Форма потери устойчивости спицы зонтичного рефлектора в нелинейном анализе и график зависимости «усилие-перемещение»

Из графика видно, что значение критической силы составляет величину 2126 Н, что меньше соответствующей величины 2314,6 Н, полученной в линейном анализе. Минимальный коэффициент запаса в нелинейном анализе составил величину 2,36.

В случае ободного рефлектора исследовалась устойчивость на сжатие стойки и элемента обода силового каркаса. На рисунке 17 показаны соответствующие графики и формы потери устойчивости элементов

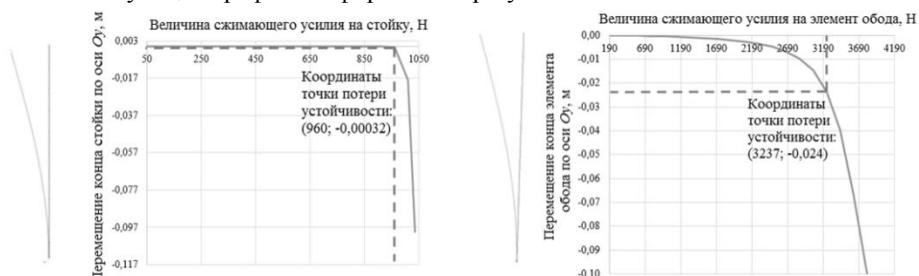


Рисунок 17 – Форма потери устойчивости стойки и элемента обода рефлектора в нелинейном анализе и графики зависимости «усилие-перемещение»

Для стойки и элемента обода значения критических сил составили значения 960 Н и 3237 Н соответственно. Коэффициенты запаса устойчивости на сжатие составили 17,4 и 14,7 для элемента обода и стойки соответственно, что дает потенциальную возможность к уменьшению массы рассмотренной конструкции. Однако этот вопрос требует дополнительного исследования (особенно для обода в целом).

В заключении приведены основные научные результаты и выводы, полученные в диссертационной работе:

- Построен двухэтапный метод расчета НДС ВОК, основанный на численном решении нелинейных уравнений равновесия механики деформируемого твердого тела с помощью методов конечных элементов и плотности сил.

2. На первом этапе метода оптимизирован шаг итерации плотности силы (на основе псевдообратной матрицы Мура-Пенроуз) для случая плохого обусловленной матрицы, равной произведению матриц Якоби, возникающих при линеаризации функции, описывающей ограничения на элементы вантовой сети.

3. На втором этапе метода (за счет использования решений МПС) оптимизирована процедура последовательного изменения граничных условий по перемещениям узлов при определении НДС ВОК методом конечных элементов.

4. Показана эффективность метода при сравнении решений для перспективных конструкций зонтичных рефлекторов с вантовой ФОС, рассчитанной по МПС и без него. В случае конструкции, использующей решения МПС, время расчета оказалось меньше в 1,98 раза, СКО узлов ОП также оказалась меньше на 10,8 %. Кроме того, СКО натяжений элементов ФС от целевого значения 10 Н оказалась в 5,4 раза меньше по сравнению с конструкцией, где МПС не использовался.

5. Определены граничные условия (на основе решений МПС) по начальным напряжениям (натяжениям) вантовых элементов, а также начальные равновесные координаты их узлов для численных моделей вантовых ФОС зонтичного и ободного рефлекторов. Показана сходимость решений МПС на соответствующих графиках нормы векторов искомых координат узлов и вектор-функций, описывающей ограничения по натяжениям элементов, в зависимости от номера итерации. Геометрия рассчитанных структур по МПС верифицирована независимыми решениями МКЭ. Такой подход может применяться к любым вантовым конструкциям.

6. Произведена оценка собственных частот конструкций рефлекторов и определены соответствующие формы колебаний. Произведен анализ устойчивости элементов силовых каркасов.

Для зонтичной конструкции, использующей решения МПС, первые собственные частоты оказались незначительно выше (не более чем на 0,3%) по сравнению со случаем где МПС не использовался. В обоих случаях значения рабочих усилий на спицы было практически одинаковым. Коэффициент запаса устойчивости спиц составил величину более 2,3.

Для ободной конструкции первая собственная частота колебаний определяется прежде всего толщиной обода силового каркаса. Увеличение толщины обода с 0,009 м до 0,018 м дало увеличение первой собственной частоты, с $f_1=0,21$ Гц до $f_1=0,34$ Гц. Однако масса при этом увеличилась практически в два раза с 67,2 кг до 132 кг, что недопустимо. Значение СКО узлов отражающей поверхности от оффсетного параболоида при этом осталось прежним – 0,93 мм. Таким образом, изначально рассмотренная ободная конструкция является оптимальной с точки зрения точности и массы. Коэффициенты запаса устойчивости на сжатие составили 17,4 и 14,7 для элемента обода и стойки соответственно, что дает потенциальную возможность к уменьшению массы рассмотренной конструкции. Однако этот вопрос требует дополнительного исследования.

СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Список работ, опубликованных в журналах, включенных Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук:

1. **Белов С. В.** Численное моделирование трансформируемых космических рефлекторных антенн / С. В. Белов, А. В. Бельков, А. С. Евдокимов, А. П. Жуков, М. С. Павлов, С. В. Пономарев, В. С. Пономарев, В. А. Солоненко, А. А. Ящук // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2012. – № 9/3. – С. 13–18. – 0,31 / 0,08 а.л.

2. Величко А. И. Космический рефлектор с тензогридным ободом / А. И. Величко, **С. В. Белов**, С. В. Пономарев // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – № 7/3. – С. 143–145. – 0,13 / 0,04 а.л.

3. **Белов С. В.** Оценка напряженно-деформированного состояния силового каркаса крупногабаритного раскрываемого космического рефлектора / С. В. Белов, А. В. Бельков, А. П. Жуков, М. С. Павлов, В. С. Пономарев, С. В. Пономарев, А. И. Величко, В. И. Халиманович // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2013. – № 7/3. – С. 131–133. – 0,19 / 0,04 а.л.

Статьи в сборниках материалов конференций, представленных в зарубежных научных изданиях, входящих в Web of Science и Scopus:

4. Ponomarev S. V. Stress-strain state simulation of large-sized cable-stayed shell structures [Electronic resource] / S. V. Ponomarev, A. P. Zhukov, A. V. Belkov, V. S. Ponomarev, **S. V. Belov**, M. S. Pavlov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2015. – Vol. 71 : International Scientific Conference of Young Scientists: Advanced Materials in construction and Engineering. Tomsk, Russia, October 15–17, 2014. – Article number 012070. – 7 p. – DOI: 10.1088/1757-899X/71/1/012070. – URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/71/1/012070/pdf> (access date: 08.10.2019). – 0,36 / 0,06 а.л. (*Web of Science*).

5. Belkov A. Stiffness estimation for large-sized umbrella space reflector [Electronic resource] / A. Belkov, **S. Belov**, M. Pavlov, V. Ponomarev, S. Ponomarev, A. Zhukov // MATEC Web of Conferences. – 2016. – Vol. 48 : IV Russian Forum for Young Scientists with International Participation «Space Engineering». Tomsk, Russia, April 12–14. Article number 02001. – 6 p. – DOI: 10.1051/matecconf/20164802001. – URL: https://www.matec-conferences.org/articles/matecconf/pdf/2016/11/matecconf_tomsk2016_02001.pdf (access date: 08.10.2019). – 0,27 / 0,04 а.л. (*Web of Science*).

6. **Belov S.** Calculation method for cable-beam shell structures [Electronic resource] / S. Belov, M. Pavlov, V. Ponomarev, S. Ponomarev, A. Zhukov // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1772 : Prospects of Fundamental Sciences Development (PFSD–2016): Proceedings of the XIII International Conference of Students and Young Scientists. Tomsk, Russia, April 26–29, 2016. – Article

number 060066. – 8 p. – DOI: 10.1063/1.4964586. – URL: <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.4964586?class=pdf> – (access date: 08.10.2019). – 0,39 / 0,08 а.л. (*Web of Science*).

7. **Belov S.** Buckling analysis of large-sized space reflector [Electronic resource] / S. Belov, A. Belkov, M. Pavlov, S. Ponomarev, A. Zhukov, D. Shendalev // AIP Conference Proceedings. – 2017. – Vol. 1899, is. 1 : Prospects of Fundamental Sciences Development (PFSDF-2017) : Proceedings of the XIV International Conference of Students and Young Scientists. Tomsk, Russia, April 25–28, 2017. – Article number 060007. – 9 p. – DOI: 10.1063/1.5009878. – URL: <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5009878?class=pdf> (access date: 08.10.2019). – 0,49 / 0,08 а.л. (*Web of Science*).

8. **Belov S. V.** Modelling large-sized mesh reflector with extended aperture [Electronic resource] / S. V. Belov, A. V. Belkov, A. P. Zhukov, S. V. Ponomarev, M. S. Pavlov // IOP Conference Series: Journal of Physics : Conference Series. – 2019. – Vol. 1145 : XV International Conference of Students and Young Scientists «Prospects of Fundamental Sciences Development». Tomsk, Russian Federation, April 24–27, 2018. – Article number 012006. – 7 p. – DOI: 10.1088/1742-6596/1145/1/012006. – URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1145/1/012006/pdf> (access date: 08.10.2019). – 0,3 / 0,06 а.л. (*Scopus*)

Публикации в прочих научных изданиях:

9. Пономарев С. В. Моделирование напряженно-деформированного состояния крупногабаритных вантово-оболочечных систем / С. В. Пономарев, А. П. Жуков, А. В. Бельков, В. С. Пономарев, **С. В. Белов**, М. С. Павлов // Перспективные материалы в строительстве и технике (ПМСТ – 2014) : материалы Международной конференции молодых ученых. Россия, Томск, 15–17 октября, 2014 г. – Томск, 2014. – С. 390–397. – 0,32 / 0,16 а.л.

10. **Белов С. В.** Метод расчета нелинейных задач стержневых вантово-оболочечных систем / С. В. Белов, А. П. Жуков // Перспективы развития фундаментальных наук : сборник научных трудов XIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 26–29 апреля 2016 г. – Томск, 2016. – С. 15–17. – 0,18 / 0,09 а.л.

11. Бельков А. В. Поиск формы отражающей поверхности в задаче напряженно-деформированного состояния зонтичного космического рефлектора / А. В. Бельков, **С. В. Белов**, А. П. Жуков, М. С. Павлов, В. С. Пономарев, С. В. Пономарев // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (ФППСМ-2016) : сборник трудов IX Всероссийской научной конференции, посвященной 55-летию полета Ю. А. Гагарина. Томск, 21–25 сентября 2016 г. – Томск, 2016. – С. 267–269. – 0,21 / 0,08 а.л.

12. **Белов С. В.** Расчет начального приближения в геометрически нелинейной задаче сетчатого антенного рефлектора / С. В. Белов, А. П. Жуков, С. В. Пономарев // Решетневские чтения : материалы XX Юбилейной международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических

систем академика М. Ф. Решетнева. Красноярск, 09–12 ноября 2016 г. – Красноярск, 2016. – Ч. 1. – С. 80–82. – 0,14 / 0,05 а.л.

13. **Белов С. В.** Расчет формообразующей структуры зонтичного сетчатого рефлектора / А. В. Бельков, С. В. Белов, А. П. Жуков, М. С. Павлов, С. В. Пономарев // Решетневские чтения : материалы XXI Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева. Красноярск, 08–11 ноября 2017 г. – Красноярск, 2017. – Ч. 1. – С. 82–83. – 0,21 / 0,1 а.л.

14. **Белов С. В.** Разработка метода расчета геометрически нелинейных задач вантово-оболочечных конструкций с поиском начальной формы / С. В. Белов, М. С. Бухтяк, С. В. Пономарев // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (ФППСМ–216) : сборник трудов X Всероссийской научной конференции, посвященной 140-летию ТГУ и 50-летию Научно-исследовательского института прикладной математики и механики ТГУ. Томск, 03–05 сентября 2018 г. – Томск, 2018. – С. 88–90. – 0,24 / 0,08 а.л.

Издание подготовлено в авторской редакции.

Отпечатано на участке цифровой печати

Издательского Дома Томского государственного университета

Заказ № 6045 от «24» октября 2019 г. Тираж 100 экз.

г. Томск Московский пр.8 тел. 53-15-28