На правах рукописи

Коптелов Ярослав Юрьевич

Об асимптотике собственных функций абсолютно непрерывного спектра задачи рассеяния нескольких заряженных квантовых частиц

01.01.03 – математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико–математических наук

Санкт-Петербург – 2019

Работа выполнена на кафедре высшей математики и математической физики ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный университет.

Научный руководитель:	**Левин Сергей Борисович,** кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики и математической физики ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный университет.
Официальные оппоненты:	**Попов Игорь Юрьевич,** доктор физико-математических наук, профессор, профессор факультета систем управления и робототехники ФГАОУ ВО Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики,
	Валентин Анатольевич Загребнов, доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Institute of Mathematics, Marseille, France.
Ведущая организация:	ФГБУН Институт проблем машиноведения РАН.

Защита состоится «____» ____________ 2019 г. в __.__ на заседании диссертационного совета Д 002.202.01 в ПОМИ по адресу: 191023, Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки, д. 27, к. 311.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ПОМИ http://www.pdmi.ras.ru/pdmi/diss-council/.

Автореферат разослан «____» ____________ 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н. Зайцев А. Ю.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Многие принципиальные вопросы теории рассеяния нескольких (трех и более) квантовых частиц, взаимодействующих посредство кулоновских парных потенциалов, рассматриваемые в терминах собственных функций, до сих пор остаются не исследованными.

Квантовая задача рассеяния трех многомерных ($d \geq 3$) частиц для случая быстро убывающих потенциалов была решена на строгом математическом уровне еще в начале 60х годов прошлого века Л. Д. Фаддеевым [8, 9].

Позднее были предприняты значительные усилия по распространению результатов на случай дальнодействующих потенциалов (потенциалы кулоновского типа). Однако, до настоящего времени эта физическая система оставляет открытые вопросы как с точки зрения корректной математической трактовки, так и с точки зрения разработки вычислительных схем, которые могли бы быть использованы, например, для вычисления параметров атомных, молекулярных или ядерных реакций с удовлетворительной точностью.

Различные подходы к задаче рассеяния нескольких квантовых частиц, такие как уравнение Шрёдингера, дифференциальные или интегральные уравнения Фаддеева [8, 9], уравнения Альта–Грассбергера–Сандхаса (АГС) [10], сталкиваются с характерными трудностями, когда речь идет о заряженных частицах. Эти трудности связаны с дальнодействующим характером кулоновских парных потенциалов, порождающих сложные асимптотические граничные условия для волновой функции в конфигурационном представлении или соответствующую сложную структуру сингулярностей в импульсном представлении. Но поскольку в задаче рассеяния заряженных частиц кулоновские взаимодействия в общем случае не могут быть проигнорированы, их эффекты должны быть учтены соответствующим образом.

Конечно, по крайней мере для чисто отталкивательных кулоновских взаимодействий, многие теоретические проблемы были решены. Один из первых точных результатов в этой области, имеющий ограниченную в асимптотической части конфигурационного пространства область корректности, был получен Р. К. Петеркопом [18]. В работах С. П. Меркурьева были предложены методы нахождения координатных асимптотик волновых функций для системы трех трехмерных заряженных частиц (эйканальные приближения) и найдены в явном виде асимптотики волновых функций для конфигураций, в которых расстояние между всеми частицами стремится к бесконечности. Большинство этих результатов упоминается в книге [7]. Группа Е. О. Альта и А. М. Мухамеджанова в работах [12], [13] и [14] смогла дополнить явные результаты, добавив к ним рассмотрение асимптотических конфигураций, в которых пара частиц могла сближаться на конечные расстояния (однако сумма всех парных расстояний в системе должна стремиться к бесконечности).

Отдельно стоит уделить внимание работам группы Е. О. Альта, С. Б. Левина и С. Л. Яковлева [11], посвященным кулоновскому Фурье-преобразованию и позволяющим в некотором смысле упростить структуру многочастичного гамильтониана в "кулоновском" импульсном представлении, и работам группы Н. Эландера, С. Л. Яковлева и Е. А. Яревского, например [19], посвященным "комплексному скейлингу" в задаче рассеяния. Заметим, однако, что переход к несамосопряженному оператору не позволяет проследить за поведением собственных функций абсолютно непрерывного спектра на бесконечности в конфигурационном пространстве, что, в свою очередь, необходимо для описания механизмов физических процессов, связанных с рассеянием нескольких заряженных частиц.

Однако, некоторые вопросы, по-прежнему, остаются открытыми. В частности, поведение асимптотики решения в окрестности ряда специальных направлений (направлений рассеяния вперед) до сих пор не выяснено, также как не выяснено поведение равномерной по всему конфигурационному пространству асимптотики решения задачи рассеяния n заряженных частиц ($n > 3$). Приложение существующей теории к ряду практических задач вычисления физических наблюдаемых в задаче рассеяния было успешно реализовано как в импульсном (см. [14, 15] и ссылки внутри работ) так и в координатном представлении (см. [17] и ссылки внутри работы). Тем не менее, поскольку практическое приложение любого из этих подходов очень сложно и частично все еще включает приближения, последствия которых не всегда легко могут быть оценены, определенно имеет смысл искать новые, независимые методы описания многочастичного кулоновского рассеяния.

Один из методов описания асимптотики решения задачи рассеяния трех одномерных и трехмерных заряженных квантовых частиц с кулоновскими парными потенциалами (для одноименно заряженных частиц) был развит в последние годы в рамках подхода, основанного на аналогии задачи рассеяния и задачи дифракции волны на системе бесконечных полупрозрачных "экранов" с окрестностями (см. [1, 2] и ссылки внутри работ). Сам метод восходит к работам В. С. Буслаева, С. П. Меркурьева и С. П. Саликова [3], [4].

В его рамках в случае трехмерных частиц была построена равномерная по всему конфигурационному пространству асимптотика собственной функции абсолютно непрерывного спектра [2, 6].

Целью диссертационной работы является изучение асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра трехчастичного оператора Шрёдингера для систем с кулоновскими парными потенциалами с точки зрения дифракционного подхода к задачам рассеяния и развитие методов решения подобных задач. В работе рассматриваются две различные задачи рассеяния нескольких заряженных квантовых частиц.

Первая задача посвящена вопросу обобщения результатов работ группы В. С. Буслаева и С. Б. Левина об асимптотике собственных функций абсолютно непрерывного спектра оператора Шрёдингера системы трех одноименно заряженных кулоновских частиц на системы с произвольным числом одноименно заряженных частиц.

Вторая задача посвящена рассмотрению системы трех трехмерных квантовых частиц при наличии кулоновского дискретного спектра в парных подсистемах, включающих частицы с зарядами разных знаков. Рассматриваются собственные функции абсолютно непрерывного спектра трехчастичного оператора Шрёдингера, в частности исследуется вопрос о влиянии спектральной окрестности точки накопления дискретного спектра парного оператора на структуру собственных функций абсолютно непрерывного спектра трехчастичного оператора.

Методы исследований. Работа основана на применении так называемого дифракционного подхода к задачам рассеяния. Также в работе применяются результаты спектральной теории, асимптотические методы и некоторые результаты теории специальных функций.

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются новыми.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Полученные результаты демонстрируют ключевые приемы дифракционного подхода к задачам рассеяния. Эти приемы могут быть использованы при решении многочастичных кулоновских задач и для развития самого метода. Результат работы, описывающий вклад спектральной окрестности точки накопления дискретного спектра парного оператора в структуру асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра трехчастичного оператора, будет интересен, например, для решения проблем, связанных с описанием реакций молекулярной рекомбинации. Где на данный момент не существует законченного и математически строго обоснованного метода, согласующегося с экспериментальными данными (однако, существуют различные феноменологические концепции).

Результаты и положения, выносимые на защиту:

1) Для системы четырех одноименно заряженных частиц построена равномерная по угловой переменной в конфигурационном пространстве на бесконечности асимптотика собственных функций абсолютно непрерывного спектра.

2) Для системы с произвольным числом одноименно заряженных частиц сформулирована теорема о структуре анзатца для старшего члена асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра, обеспечивающего быстрое убывание невязки в уравнении Шрёдингера непрерывно по всем угловым переменным в конфигурационном пространстве.

3) Для системы трех трехмерных заряженных квантовых частиц с притяжением в парных подсистемах выделена асимптотика совокупного вклада высоковозбужденных (ридберговских) парных состояний в структуру асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра трехчастичного оператора Шрёдингера.

Апробация работы. Достоверность результатов обеспечивается строгими математическими доказательствами. Основные результаты работы были представлены на международных конференциях и семинарах:

1. Международная конференция "Дни дифракции 2016", Санкт-Петербург, Россия, июнь 2016 г. (устный доклад).

2. Международная конференция "Mathematical Challenge of Quantum Transport in Nanosystems", Санкт-Петербург, Россия, 25-26 сентября 2018 г. (устный доклад).

3. Семинар сектора малочастичных систем Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, Россия, 3 декабря 2013 г.

4. Семинар сектора малочастичных систем Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна, Россия, 3 октября 2017 г.

5. Городской семинар по вопросам теории распространения волн, рук. В. М. Бабич, ПОМИ, Санкт-Петербург, 15 мая 2018 г.

6. Петербургский семинар по квантовой теории поля, рук. М. А. Семенов-Тян-Шанский, ПОМИ, Санкт-Петербург, 27 декабря 2018 г.

Публикации. Содержание диссертации полно изложено в 4 публикациях. Работы [20, 22, 23] являются статьями в рецензируемых научных журналах, рекомендуемых ВАК РФ ([22, 23] опубликованы в журналах из списка Web of Science, [20] опубликована в журнале из списка Scopus), работа [21] опубликована в рецензируемом сборнике трудов конференции (входит в список Scopus). Также диссертант является соавтором в публикации [24] по теме, близкой к теме диссертации. Список работ приведен в конце автореферата.

Личный вклад. Диссертация основана на совместных с С. Б. Левиным и А. М. Будылиным работах. В работах [22] и [23] С. Б. Левину принадлежит постановка задачи и построение общего плана исследований. Диссертанту принадлежит реализация и развитие предложенного плана исследований. В работах [21] и [20] С. Б. Левину принадлежит постановка задачи, С. Б. Левину и А. М. Будылину принадлежит построение общего плана исследований, диссертанту принадлежит реализация и развитие предложенного плана исследований.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 104 страницы. Список литературы содержит 37 наименований.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований. Также приведен исторический обзор литературы по теме диссертации.

В первой главе рассматривается система нескольких одноименно заряженных квантовых частиц с кулоновскими парными потенциалами. Сначала изучается система четырех одноименно заряженных частиц, далее строится обобщение на систему с произвольным числом частиц.

Предположим, что система n частиц содержит l асимптотических "кластеров", каждый из которых состоит из m_j частиц, $j = 1, 2, \ldots, l$.

Введем в рассмотрение базис Якоби, руководствуясь следующей схемой: сначала внутри каждого из l кластеров мы вводим базис Якоби $\mathbf{y}_i^{(j)}$, состоящий из m_j-1 вектора, j нумерует кластер. Составной базис Якоби мы формируем после этой процедуры для системы из $n-\sum\limits_{j=1}^{l} m_j$ частиц, находящихся далеко друг от друга и от любого из упомянутых "кластеров", и для l "квазичастиц", отвечающих "кластерам". Обозначим эти вектора за $\mathbf{z}_i$, всего таких базисных векторов будет $n-\sum\limits_{j=1}^{l} m_j+l-1$. Набор $\big\{\{\mathbf{y}^{(\mathbf{1})}\},\{\mathbf{y}^{(\mathbf{2})}\},\ldots,\{\mathbf{y}^{(\mathbf{l})}\},\{\mathbf{z}\}\big\}$ формирует базис координат для всей системы из n частиц.

Рассмотрим функции, описывающие решение свободного уравнения Шрёдингера для "кластеров":

$$\chi_j(\mathbf{X}_j,\mathbf{Q}_j),\ \mathbf{X}_j=\begin{pmatrix}\mathbf{y}_1^{(j)}\\ \mathbf{y}_2^{(j)}\\ \cdots\\ \mathbf{y}_{m_j-1}^{(j)}\end{pmatrix},\ \mathbf{Q}_j=\begin{pmatrix}\mathbf{p}_1^{(j)}\\ \mathbf{p}_2^{(j)}\\ \cdots\\ \mathbf{p}_{m_j-1}^{(j)}\end{pmatrix},\ j=1,2,\ldots,l. \tag{1}$$

Они удовлетворяют уравнению Шрёдингера:

$$-\sum_{\beta=1}^{m_j-1}\Delta_{\mathbf{y}_\beta^{(j)}}\chi_j+\sum_{\alpha=1}^{\frac{m_j(m_j-1)}{2}}\frac{a_0}{|\mathbf{x}_\alpha^{(j)}|}\chi_j=\sum_{\beta=1}^{m_j-1}|\mathbf{p}_\beta^{(j)}|^2\chi_j. \tag{2}$$

Тогда анзатц, описывающий асимптотику собственной функции абсолютно непрерывного спектра в такой конфигурации, дается следующими формулами:

$$\Psi_{\mathrm{mod}}\sim e^{i\langle\mathbf{Q}_0,\mathbf{X}_0\rangle}\prod_{j=1}^{l}\chi_i(\mathbf{X}_i,\mathbf{Q}_i)\prod_{i=M+1}^{\frac{n(n-1)}{2}}\tilde{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i,\mathbf{k}_i),$$
$$\mathbf{X}_0=\begin{pmatrix}\mathbf{z}_{N+1}\\ \mathbf{z}_{N+2}\\ \cdots\\ \mathbf{z}_{n-1}\end{pmatrix},\ \mathbf{Q}_0=\begin{pmatrix}\mathbf{q}_{N+1}\\ \mathbf{q}_{N+2}\\ \cdots\\ \mathbf{q}_{n-1}\end{pmatrix},\ N=\sum_{j=1}^{l}(m_j-1),\ M=\sum_{j=1}^{l}\frac{m_j(m_j-1)}{2}. \tag{3}$$

Здесь N – количество векторов базиса Якоби, описывающих "внутреннюю стуктуру" "квазичастиц", M – суммарное количество межчастичных векторов в каждой из "квазичастиц". Также введено обозначение:

$$\tilde{\Phi}_j(\tilde{\mathbf{x}}_j, \mathbf{k}_j) \equiv \Phi(-i\eta_j, 1, i(|\mathbf{k}_j||\tilde{\mathbf{x}}_j| - \langle \mathbf{k}_j, \tilde{\mathbf{x}}_j \rangle)). \tag{4}$$

В терминах введенного нами базиса Якоби для $\mathbf{x}_i$ можно записать разложение по этому базису:

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^{l} \sum_{\nu=1}^{m_j-1} \zeta_{i\nu}^{(j)} \mathbf{y}_\nu^{(j)} + \sum_{\nu=N+1}^{n-1} \zeta_{i\nu}^{(0)} \mathbf{z}_\nu. \tag{5}$$

В таком случае, модификация будет состоять в следующей замене:

$$\mathbf{y}_\nu^{(j)} \to \mathbf{u}_\nu^{(j)} = -i \frac{\nabla_{\mathbf{p}_\nu^{(j)}} \chi_j(\mathbf{X}_j, \mathbf{Q}_j)}{\chi_j(\mathbf{X}_j, \mathbf{Q}_j)},\ j = 1, 2, \ldots, l;\ \nu = 1, 2, \ldots, m_j - 1. \tag{6}$$

Тогда выражение для $\tilde{\mathbf{x}}_i,\ i = M+1, M+2, \ldots, \frac{n(n-1)}{2}$, задается следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \sum_{j=1}^{l} \sum_{\nu=1}^{m_j-1} \zeta_{i\nu}^{(j)} \mathbf{u}_\nu^{(j)} + \sum_{\nu=N+1}^{n-1} \zeta_{i\nu}^{(0)} \mathbf{z}_\nu. \tag{7}$$

Теорема 1. *Анзатц для асимптотики собственных функций абсолютно непрерывного спектра системы n одинаково заряженных квантовых частиц, описываемый формулами* (1)–(7)*, порождает в уравнении Шрёдингера невязку, убывающую на бесконечности в конфигурационном пространстве быстрее кулоновского потенциала.*

Во второй главе мы изучаем систему трех трехмерных квантовых частиц при наличии кулоновских потенциалов притяжения в некоторых из парных подсистем. Базис Якоби вводится таким образом, чтобы координата $\mathbf{x}$ соответствовала разноименно заряженным частицам (сумма зарядов этой пары полагается отличной от нуля).

В области конфигурационного пространства, где в старшем порядке в уравнении Шрёдингера допускается разделение переменных, мы ищем приближенное решение Ψ^{sep} в виде спектрального разложения по решениям парной задачи с некоторой неизвестной плотностью:

$$\Psi^{\mathrm{sep}}(\mathbf{z},\mathbf{q}) = \int_{\mathbf{R}^3} d\mathbf{k}' \int_{\mathbf{R}^3} d\mathbf{p}' \psi_{\mathrm{c}}(\mathbf{x},\mathbf{k}')\psi_{\mathrm{c}}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{y},\mathbf{p}')\delta(k'^2+p'^2-E)R(\mathbf{q},\mathbf{q}')+ \tag{8}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\int_{\mathbf{S}^2} d\hat{\mathbf{k}}' \int_{\mathbf{R}^3} d\mathbf{p}' \psi_{\mathrm{n}}^{\mathrm{d}}(\mathbf{x},\hat{\mathbf{k}}')\psi_{\mathrm{c}}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{y},\mathbf{p}')\delta(p'^2-\frac{\alpha_1^2}{4n^2}-E)R_n(\mathbf{q},\mathbf{p}',\hat{\mathbf{k}}').$$

Здесь используются обозначения: $\mathbf{q}=\begin{pmatrix}\mathbf{k}\\ \mathbf{p}\end{pmatrix}$, $\mathbf{q}'=\begin{pmatrix}\mathbf{k}'\\ \mathbf{p}'\end{pmatrix}$, $q^2=E$, а $\psi_{\mathrm{c}}(\mathbf{x},\mathbf{k})$ и $\psi_{\mathrm{c}}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{y},\mathbf{p})$ удовлетворяют уравнениям Шрёдингера:

$$\left(-\Delta_{\mathbf{x}}+v_1(x)\right)\psi_{\mathrm{c}}(\mathbf{x},\mathbf{k}) = k^2\psi_{\mathrm{c}}(\mathbf{x},\mathbf{k}),$$

$$\left(-\Delta_{\mathbf{y}}+v^{\mathrm{eff}}(y)\right)\psi_{\mathrm{c}}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{y},\mathbf{p}) = p^2\psi_{\mathrm{c}}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{y},\mathbf{p}).$$

Также использованы обозначения:

$$\psi_n^d(\mathbf{x},\hat{\mathbf{k}}) = e^{-\frac{|\alpha_1|}{2n}x}L_{n-1}\left(\frac{|\alpha_1|}{n}x\sin^2\frac{\theta}{2}\right),\ \sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1-\langle\hat{\mathbf{k}},\hat{\mathbf{x}}\rangle}{2}. \tag{9}$$

Здесь $L_n(x)$ – полином Лагерра.

Нас в данной работе интересует асимптотика слагаемого, отвечающего дискретному спектру. Для этого нам нужно было найти неизвестное ядро $R_n(\mathbf{q},\mathbf{p}',\hat{\mathbf{k}}')$, что получается путем согласования решения $\Psi^{sep}(\mathbf{z},\mathbf{q})$ с известным приближением $\Psi^{\mathrm{BBK}}(\mathbf{z},\mathbf{q})$.

Теорема 2. *Ядро $R_n(\mathbf{q},\mathbf{p}'_n,\hat{\mathbf{k}}')$ имеет следующий вид при $n\gg 1$:*

$$\tilde{R}_n(\mathbf{q},t,\varphi,\hat{\mathbf{k}}') = \frac{\varpi_0^{(\mathrm{in})(\mathbf{q})}}{n^3(B_2\ln n+B_1)}\left(t-\frac{p}{\sqrt{E}}\right)_+^{ib} ce_{2l}(\varphi,s)Z^{\mathrm{in}}(\mathbf{q},\hat{\mathbf{k}}')+ \tag{10}$$

$$+\frac{\varpi_0^{(\mathrm{out})}(\mathbf{q})}{n^3(B_2\ln n+B_1)}\left(t-\frac{p}{\sqrt{E}}\right)_+^{ib} ce_{2l}(\varphi,s)Z^{\mathrm{out}}(\mathbf{q},\hat{\mathbf{k}}').$$

Здесь использовано обозначение $t = \langle \hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{p}}'_n \rangle$, переменная φ – угол между векторами $[\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{k}}]$ и $[\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}'_n]$, отсчитываемый в положительном направлении при условии, что тройка векторов $[\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{k}}]$, $[\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}'_n]$ и $\hat{\mathbf{p}}$ является положительно ориентированной, а также использованы следующие обозначения:

$$\varpi_0^{(\mathrm{in,out})}(\mathbf{q}) = B_0^{\mathrm{in,out}}(\mathbf{q}) \frac{|\alpha_1|^3 E^{1+i\frac{b}{2}} e^{\frac{\pi b}{2}}}{2^5 \pi^2 A_0^{(2l)} \Gamma(1+ib)}.$$

E – энергия, $\omega = \eta_2 + \eta_3$, $b = \eta^{\mathrm{eff}} - \omega$, α_1 – параметр кулоновского потенциала, $\eta_j = \frac{|\alpha|}{2|\mathbf{k}_j|}$ – параметр Зоммерфельда. Обозначение $\left(t - \frac{p}{\sqrt{E}}\right)_+^{ib}$ введено для обобщенной функции χ_+^λ [5]. Функция $ce_{2l}(\varphi, s)$ – функция Матье. Функции $B_0^{\mathrm{in,out}}(\mathbf{q})$ и $Z^{\mathrm{in,out}}(\mathbf{q}, \hat{\mathbf{k}}')$ подробно определены в работе и являются результатом интегрирования $\Psi^{\mathrm{BBK}}(\mathbf{z}, \mathbf{q})$ с $\Psi_n^d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{k}})$. Постоянные B_1 и B_2 – некоторые известные числа, отличные от нуля.

В соответствии с найденным ядром можно записать интересующее нас слагаемое в спектральном разложении как сумму следующего вида:

$$\Psi_{\mathrm{c}}^{\mathrm{acc}}(\mathbf{z}, \mathbf{q}) \sim \sum_{n'=M}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{E + \frac{|\alpha_1^2|}{4n'^2}}} \int\limits_{\mathbb{S}^2} d\hat{\mathbf{k}}' \int\limits_{\mathbb{S}^2} d\hat{\mathbf{p}}'_n \psi_{n'}^d(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{k}}') \psi_{\mathrm{c}}^{\mathrm{eff}}(\mathbf{y}, \mathbf{p}'_n) R_{n'}(\mathbf{q}, \mathbf{p}'_n, \hat{\mathbf{k}}'), \tag{11}$$

где M – некоторое большое число, определяемое из условий задачи.

Замечание 3. *В данной работе мы построили асимптотику вклада по парной переменной x. Поэтому эффективно это выражение может быть сведено к следующему виду:*

$$\Psi_{\mathrm{c}}^{acc}(\mathbf{z}, \mathbf{q}) \sim \sum_{n=M}^{\infty} \frac{1}{n^3(B_2 \ln n + B_1)} e^{-\frac{|\alpha_1|}{2n}x} \int\limits_{\mathbb{S}^2} d\hat{\mathbf{k}}' L_{n-1}\left(\frac{|\alpha_1|}{2n} x(1 - \langle \hat{\mathbf{k}}', \hat{\mathbf{x}} \rangle)\right) U(\mathbf{y}, \mathbf{q}, \hat{\mathbf{k}}'), \tag{12}$$

где $U(\mathbf{y}, \mathbf{q}, \hat{\mathbf{k}}')$ – некоторая известная гладкая функция переменной $\hat{\mathbf{k}}'$, а параметр x принимает произвольные значения на положительной полуоси ($x \in [0, \infty)$).

Исследуя эту сумму методом Пуассона, мы приходим к окончательному результату. Рассмотрим вспомогательную функцию:

$$\hat{\Upsilon}(R) \equiv -ie^{2iR} \int\limits_0^\infty \frac{dt\, e^{-\frac{t}{3}}}{C(R) - D\ln t} \left(1 + O\left(\frac{1}{R}\right)\right). \tag{13}$$

Здесь использованы обозначения:

$$C(R) = B_1 + \frac{3}{2}B_2 \ln R - B_2 \ln 2 + iB_2\frac{\pi}{4},\ D = \frac{1}{2}B_2. \tag{14}$$

Теорема 4. *Совокупный вклад парных кулоновских возбужденных состояний в асимптотику состояния рассеяния в задаче трех заряженных квантовых частиц имеет следующий вид при больших значениях* $|\mathbf{x}|$*:*

$$\Psi_{\mathrm{c}}(\mathbf{z},\mathbf{q}) \sim U(\mathbf{y},\mathbf{q},-\hat{\mathbf{x}}) \frac{1}{4\sqrt{\pi}R^{\frac{5}{2}}} \left(\hat{\Upsilon}(R) + \hat{\Upsilon}^*(R)\right),\ R = \sqrt{|\alpha_1|x}, \tag{15}$$

где функция $\hat{\Upsilon}(R)$ *описана в уравнении* (13)*. Старший член этого выражения может быть записан в следующем виде:*

$$\Psi_{\mathrm{c}}(\mathbf{z},\mathbf{q}) \sim \frac{3}{2\sqrt{\pi}} U(\mathbf{y},\mathbf{q},-\hat{\mathbf{x}}) \frac{\sin(2R)}{C(R)R^{\frac{5}{2}}}. \tag{16}$$

В Заключении кратко изложены основные результаты диссертации.

Список литературы

[1] Буслаев В. С., Левин С. Б., *Асимптотическое поведение собственных функций трехчастичного оператора Шрёдингера. II. Одномерные заряженные частицы*, Алгебра и анализ, 2010 – Т. 22(3) – С. 60–79.

[2] Буслаев В. С., Левин С. Б., *Система трех трехмерных заряженных квантовых частиц: асимптотическое поведение собственных функций непрерывного спектра на бесконечности*, Функциональный анализ и его приложения, 2012 – Т. 46(2) – С. 83–88.

[3] Буслаев В. С., Меркурьев С. П., Саликов С. П., *Описание парных потенциалов, для которых рассеяние в квантовой системе трех одномерных частиц свободно от дифракционных эффектов*, Записки научных семинаров ЛОМИ, 1979 – Т. 84 – С. 16–22.

[4] Буслаев В. С., Меркурьев С. П., Саликов С. П., *О дифракционном характере рассеяния в квантовой системе трех одномерных частиц*, Проблемы математической физики, 1979 – Т. 9 – С. 14–30.

[5] Гельфанд И. М., Шилов Г. Е., *Обобщенные функции и действия над ними*, Гос. изд-во физико-мат. лит-ры, 1959. – 470с.

[6] Левин С. Б., *Об асимптотическом поведении собственных функций непрерывного спектра на бесконечности для системы трех трехмерных одноименно заряженных квантовых частиц*, Записки научных семинаров ПОМИ, 2016 – Т. 451 – С. 79–115.

[7] Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д., *Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц*, Москва, Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит., 1985 – 400с.

[8] Фаддеев Л. Д., *Теория рассеяния для системы из трех частиц*, Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1960 – Т. 39(5) – С. 1459–1467.

[9] Фаддеев Л. Д., *Математические аспекты задачи трех тел в квантовой теории рассеяния*, Труды математического института АН СССР, 1963 – Т. 69 – С. 3–122.

[10] Alt E. O., Graßberger P., Sandhas W., *Reduction of the three-particle collision problem to multi-channel two-particle Lippmann–Schwinger equations*, Nuclear Physics B, 1967 – V. 2(2) – P. 167–180.

[11] Alt E. O., Levin S. B., Yakovlev S. L., *Coulomb Fourier transformation: A novel approach to three-body scattering with charged particles*, Physical Review C, 2004 – V. 69(3) – P. 034002.

[12] Alt E. O., Mukhamedzhanov A. M., *Asymptotic solution of the Schrödinger equation for three charged particles*, JETP Lett., 1992 – V. 56(9) – P. 435–439.

[13] Alt E. O., Mukhamedzhanov A. M., *Asymptotic solution of the Schrödinger equation for three charged particles*, Physical Review A, 1993 – V. 47(3) – P. 2004–2022.

[14] Alt E. O., Mukhamedzhanov A. M., Nishonov M. M., Sattarov A. I., *Proton-deuteron elastic scattering from 2.5 to 22.7 MeV*, Physical Review C, 2002 – V. 65(6) – P. 064613.

[15] Alt E. O., Sandhas W., in *Coulomb Interactions in Nuclear and Atomic Few-Body Collisions,* edited by F. S. Levin and D. Micha, Plenum, New York, 1996, P. 1.

[16] Buslaev V. S., Levin S. B., *Asymptoti behavior of the eigenfunctions of the many-particle Shrödinger operator. I. One-dimentional particles*, Amer. Math. So. Transl., 2008 – V. 225 – P. 55–71.

[17] Kievsky A., Viviani M., Rosati S., *Polarization observables in p-d scattering below 30 Me*, Physical Review C, 2001 – V. 64 – P. 024002.

[18] Peterkop R. K. *Interference effects in the ionization of hydrogen atoms by electron impact*, JETP, 1962 – V. 14(6) – P. 1377–1378.

[19] Yarevsky E., Yakovlev S. L., Larson E., Elander N. *Potential-splitting approach applied to the Temkin–Poet model for electron scattering off the hydrogen atom and the helium ion*, Journal of Physics B, 2015 – V. 48(11) – P. 115002.

Публикации диссертанта по теме диссертации

[20] Будылин А. М., Коптелов Я. Ю., Левин С. Б., *Некоторые аспекты задачи рассеяния для системы трех заряженных частиц*, Записки научных семинаров ПОМИ, 2017 – Т. 461 – С. 65–93.

[21] Budylin A. M., Koptelov Ya. Yu., Levin S. B., Days on Diffraction, *On continuous spectrum eigenfunctions asymptotics of three three-dimensional unlike-charged quantum particles scattering problem*, Proceedings of the International Conference, 2016 – P. 89–94.

[22] Koptelov Ya. Yu., Levin S. B. *On the asymptotic behavior in the scattering problem for several charged quantum particles interacting via repulsive pair potentials*, Physics of Atomic Nuclei, 2014 – V. 77(4) – P. 528–536.

[23] Levin S. B., Koptelov Y. Y. *On asymptotics of the scattering problem solution of n like-charged quantum particles*, Few-Body Systems, 2014 – V. 55(8–10) – P. 809–812.

Прочие публикации диссертанта

[24] Buslaev V. S., Koptelov Ya. Yu., Levin S. B., Strygina D. A., *Numerical construction of the continuous spectrum eigenfunctions of the three body Schrödinger operator: Three particles on the axis with short-range pair potentials*, Physics of Atomic Nuclei, 2013 – V. 76(2) – P. 208–218.