На правах рукописи

Рябов Григорий Константинович

ШУРОВОСТЬ И ОТДЕЛИМОСТЬ КОЛЕЦ ШУРА НАД КОНЕЧНЫМИ p-ГРУППАМИ

01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Новосибирск — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет».

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Васильев Андрей Викторович.

Официальные оппоненты:
Лыткина Дарья Викторовна,
доктор физико-математических наук, профессор,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики»,
профессор кафедры высшей математики факультета информатики и вычислительной техники.

Махнев Александр Алексеевич,
член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук, профессор,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук»,
главный научный сотрудник отдела алгебры и топологии.

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова».

Защита диссертации состоится 24 августа 2019 г. в 15:30 на заседании диссертационного совета Д 003.015.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения Российской академии наук» по адресу: пр. Акад. Коптюга 4, Новосибирск, 630090.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения Российской академии наук и на сайте `http://math.nsc.ru`.

Автореферат разослан «___» ______ 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент Стукачёв А. И.

Общая характеристика работы

Постановка задачи и цели исследования. В 1933 г. Шур доказал, что каждая примитивная группа подстановок, содержащая регулярную циклическую подгруппу составного порядка, является дважды транзитивной. В отличие от Бернсайда, использовавшего при доказательстве аналогичного утверждения для p-групп теорию характеров, Шур свел задачу к изучению специальных подколец целочисленного группового кольца. Пусть G — конечная группа и $G_{right} = \{x \mapsto xg,\ x \in G : g \in G\}$ — подгруппа правых сдвигов группы подстановок множества G. В [20] Шур показал, что для любой группы подстановок K на множестве G, содержащей G_{right}, подмодуль целочисленного группового кольца группы G, натянутый на орбиты стабилизатора единицы группы G в K, является подкольцом последнего. Это подкольцо очевидным образом замкнуто относительно покомпонентного умножения и инволюции, индуцированной взятием обратного элемента в G, а также содержит единицы по обоим умножениям. Позднее каждое подкольцо целочисленного группового кольца, обладающее этими свойствами, стали называть *кольцом Шура* или *S-кольцом* над заданной группой.

В [23] Виланд писал: «Шур длительное время полагал, что каждое S-кольцо определяется подходящей группой подстановок». Однако, предположение Шура оказалось неверным, и первые контрпримеры к его предположению были найдены Виландом [22]. Позднее Пёшель предложил называть S-кольца, происходящие из групп подстановок, *шуровыми* [19].

В работе [19] Пёшель предложил следующее определение: конечная группа называется *шуровой*, если каждое S-кольцо над ней шурово. В этой же работе он доказал, что циклические p-группы нечетного порядка шуровы, а если p — простое число, большее 3, то p-группа шурова тогда и только тогда, когда она циклическая. Стоит отметить, что описание S-колец над циклическими p-группами нечетного порядка, полученное Пёшелем при доказательстве упомянутого выше результата, было использовано Клином и Пёшелем в дальнейшем для решения проблемы изоморфизма графов Кэли над циклическими p-группами нечетного порядка [13].

Следующая проблема, исследованию которой посвящена диссертация, также была предложена Пёшелем в [19].

Проблема 1. Определить все шуровы группы.

Изоморфизмом (комбинаторным) S-колец $\mathcal{A}$ и $\mathcal{A}'$ над группами G и G' соответственно называется биекция $f : G \to G'$, являющаяся изоморфизмом соотвествующих схем Кэли. *Алгебраический изоморфизм* S-колец $\mathcal{A}$ и $\mathcal{A}'$ — это кольцевой изоморфизм между ними. Несложно проверить, что любой комбинаторный изоморфизм индуцирует алгебраический. Однако, обратное утверждение неверно. Соответствующие примеры были найдены Евдокимовым и Пономаренко в [2]. Пусть $\mathcal{K}$ — класс групп. Следуя работе [7] Евдокимова и Пономаренко, назовем S-кольцо $\mathcal{A}$ *отделимым* относительно $\mathcal{K}$, если каждый алгебраический изоморфизм из $\mathcal{A}$ в S-кольцо над группой из $\mathcal{K}$ индуцируется комбинаторным изоморфизмом. Заметим, что если $\mathcal{A}$ отделимо относительно $\mathcal{K}$, то $\mathcal{A}$ определяется с точностью до изоморфизма в классе S-колец над группами из $\mathcal{K}$ лишь тензором своих структурных констант относительно базиса, соответствующего разбиению группы. Таким образом, вопрос об отделимости S-колец является частным случаем общего вопроса о том, когда комбинаторная структура определяется с точностью до изоморфизма своими параметрами.

Назовем конечную группу *отделимой* относительно класса групп $\mathcal{K}$, если каждое S-кольцо над ней отделимо относительно $\mathcal{K}$. Если группа G является отделимой относительно некоторого класса групп, то изоморфизм двух графов Кэли над G может быть проверен за полиномиальное время от порядка G с помощью алгоритма Вейсфейлера-Лемана [1, 21].

Ещё одна проблема, которая исследуется в диссертации, может быть сформулирована следующим образом.

Проблема 2. Определить все абелевы группы, отделимые относительно класса абелевых групп.

Степень проработанности темы исследования. Заметим, что для доказательства шуровости данной группы необходимо доказать, что все S-кольца над ней шуровы. Однако, задача описания всех S-колец над заданной группой зачастую является трудной. К примеру, эта задача не решена даже для элементарной абелевой группы порядка p^2, где p — произвольное простое число. В свою очередь, для доказательства того, что группа не является шуровой, достаточно найти хотя бы одно нешурово S-кольцо над этой группой.

Обозначим циклическую группу порядка n через C_n, а элементарную абелеву группу порядка n — через E_n. Пёшель и Клин доказали, что группы C_{pq}, где p и q —различные простые числа, шуровы [14]. Шуровость циклических 2-групп была доказана Гольфандом, Наймарком и Пёшелем в [12]. Позднее Клином была высказана гипотеза о том, что все циклические группы шуровы. Однако, эта гипотеза была опровергнута в работе [2] Евдокимова и Пономаренко, где были найдены первые примеры нешуровых циклических групп. Все циклические и элементарные абелевы шуровы группы были классифицированы Евдокимовым, Ковачем и Пономаренко в [10] и [11] соответственно. В [11] ими также были получены сильные необходимые условия шуровости для абелевых нециклических групп, не являющихся элементарными абелевыми. Более точно, ими была доказана следующая теорема.

Теорема А. *Пусть G — абелева нециклическая шурова группа, не являющаяся элементарной абелевой. Тогда G принадлежит одному из следующих семейств групп:*

1) $C_2 \times C_{2^k}$, $C_{2p} \times C_{2^k}$, $E_4 \times C_{p^k}$, $E_4 \times C_{pq}$, $E_{16} \times C_p$,

2) $C_3 \times C_{3^k}$, $C_6 \times C_{3^k}$, $E_9 \times C_q$, $E_9 \times C_{2q}$,

где p и q — различные простые числа, $p \neq 2$ и $k \geq 1$.

Шуровость групп $E_4 \times C_p$, где p — простое число, была доказана Евдокимовым, Ковачем и Пономаренко в [11]. Музычук и Пономаренко доказали, что группы $C_2 \times C_{2^k}$, где $k \geq 1$, шуровы [6]. Вопрос о шуровости остальных групп из теоремы А к началу диссертационного исследования оставался открытым.

С помощью компьютерных вычислений с использованием пакета COCO2P [15] были получены примеры шуровых неабелевых групп небольших порядков. Вопрос о шуровости неабелевых групп изучался в статье Васильева и Пономаренко [18]. В ней было доказано, что каждая шурова группа является метабелевой и множество простых делителей порядка шуровой группы содержит не более семи элементов.

Обозначим группу диэдра порядка $2n$ и группу кватернионов через D_{2n} и Q_8 соответственно. Положим $G_{16} = \langle a, b, c : a^4 = b^2 = c^2 = [a, b] = [a, c] = e,\ [b, c] = a^2 \rangle$ и $M_{p^k} = \langle a, b : a^{p^{k-1}} = b^p = e, a^b = a^{p^{k-2}+1} \rangle$, где p — простое число. Одним из ключевых шагов на пути к определению всех шуровых групп является определение всех шуровых p-групп. В работе [18] Васильев и Пономаренко доказали следующую теорему о неабелевых шуровых p-группах.

Теорема Б. *Если неабелева p-группа G шурова, то $p \in \{2, 3\}$ и G изоморфна одной из следующих групп:*

1) Q_8, G_{16}, M_{2^k}, $k > 5$, D_{2^k}, $k > 2$, если $p = 2$,

2) M_{3^k}, $k > 2$, если $p = 3$.

Более того, группы Q_8, G_{16}, D_{2^k}, где $2 < k < 6$, шуровы.

Музычук и Пономаренко доказали, что группы M_{2^k}, $k > 5$, нешуровы [6]. Вопрос о шуровости групп D_{2^k} при $k > 5$ и M_{3^k} при $k > 2$ к началу диссертационного исследования оставался открытым.

В [2] Евдокимовым и Пономаренко было показано существование циклических групп, не отделимых относительно класса всех конечных циклических групп. С другой стороны, в [8] они доказали, что циклические p-группы отделимы относительно класса всех конечных циклических групп. До начала диссертационного исследования циклические p-группы были единственным известным примером бесконечной серии групп, отделимых относительно некоторого класса. Оставался открытым вопрос о том, существуют ли бесконечные серии нециклических групп, отделимых относительно некоторого класса.

Как уже говорилось ранее, если группа G отделима относительно некоторого класса групп, то проблема изоморфизма в классе графов Кэли над G может быть решена за полиномиальное время от порядка G. Таким образом, любой результат об отделимости конечных групп влечет за собой результат о решении проблемы изоморфизма для графов Кэли над этими группами. Проблема изоморфизма для графов Кэли над циклическими группами была решена независимо Евдокимовым и Пономаренко в [4] и Музычуком в [16]. В 2018 г. Недела и Пономаренко решили проблему изоморфизма для графов Кэли над группами $E_4 \times C_p$, где p — простое число [17].

Основные результаты диссертации.

1. Доказано, что группы $M_{3^k} = \langle a, b : a^{3^{k-1}} = b^3 = e, a^b = a^{3^{k-2}+1} \rangle$, где $k \geq 3$, не являются шуровыми (теорема 1). Как следствие установлено, что шурова p-группа нечетного порядка должна быть абелевой (следствие 1). Опубликовано в статье [24].

2. Получено описание всех S-колец над группами $C_3 \times C_{3^k}$, где $k \geq 1$ (теорема 2). Доказано, что эти группы шуровы (теорема 3). Как следствие получено полное описание всех шуровых p-групп нечетного порядка (теорема 4). Опубликовано в статье [25].

3. Доказано, что группы $C_p \times C_{p^k}$, где $p \in \{2, 3\}$ и $k \geq 1$, и $E_4 \times C_p$, где p — простое число, отделимы относительно класса абелевых групп (теоремы 5,6). Тем самым получены первые примеры бесконечных серий нециклических групп, отделимых относительно класса абелевых групп. Как следствие решена проблема изоморфизма для графов Кэли над этими группами (следствия 2,3). Опубликовано в статьях [26, 27].

Научная новизна и значимость работы. В диссертации сделан существенный шаг в изучении проблем шуровости и отделимости для S-колец и конечных групп, а также в изучении проблемы изоморфизма для графов Кэли. Теоремы 1, 3, 4 завершают классификацию шуровых p-групп нечетного порядка. Теоремы 5 и 6 дают первые примеры бесконечных серий нециклических групп, отделимых относительно класса абелевых групп. Кроме того, в диссертации были предложены новые методы работы с S-кольцами. В частности, было получено достаточное условие отделимости обобщенного сплетения S-колец над абелевыми группами (предложение 1.6.9).

Работа носит теоретический характер. Все полученные результаты являются новыми. Результаты работы могут быть использованы в дальнейших исследованиях по алгебраической комбинаторике и теории групп, связанных с S-кольцами и проблемой изоморфизма графов, а также могут быть включены в спецкурсы для студентов и аспирантов, специализирующихся в области алгебры и комбинаторики.

Методы исследования. Для работы с S-кольцами над абелевыми группами применяются классические результаты Шура и Виланда об S-кольцах и группах подстановок (см. [20, 22]), а также результаты о структуре S-колец над абелевыми группами, полученные в работах Евдокимова, Музычука, Пономаренко (см. [5, 6, 9]). При работе с S-кольцами над группами малых порядков используются компьютерные вычисления в GAP с использованием пакета COCO2P [15]. Получение описания всех S-колец над группами $C_3 \times C_{3^k}$, $k \geq 1$, основано на подходе, предложенном Музычуком и Пономаренко в [6]. Ключевым инструментом доказательства шуровости этих групп является достаточное условие шуровости обобщенного сплетения S-колец над абелевыми группами, полученное в работе [5] Евдокимова и Пономаренко. Доказательство отделимости групп относительно класса абелевых групп базируется на описании всех S-колец над исследуемыми группами, которое было получено для различных групп в диссертации, работе [6] Музычука и Пономаренко и работе [11] Евдокимова, Ковача и Пономаренко. Также одним из основных инструментов доказательства отделимости является достаточное условие отделимости обобщенного сплетения S-колец над абелевыми группами, полученное в диссертации (предложение 1.6.9). Результаты о решении проблемы изоморфизма для графов Кэли над исследуемыми группами являются следствием теорем об отделимости этих групп и предложения 1.9.2 диссертации. В свою очередь, предложение 1.9.2 является прямым следствием идей, предложенных Вейсфейлером и Леманом в [1, 21] и развитых Евдокимовым и Пономаренко в [7].

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на Международной молодёжной школе-конференции «Алгоритмические вопросы теории групп и смежных областей» (Новосибирск, 2014, 2016), Международной школе-конференции «Coherent Configurations, Permutation Groups and Applications in Algebraic Graph Theory» (Новый Смоковец, Словакия, 2014), Международной конференции «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 2015, 2016, 2018), Международной конференции «8th Slovenian Conference on Graph Theory» (Краньска Гора, Словения, 2015), Международной конференции «Дискретная математика, алгебра и их приложения» (Минск, Беларусь, 2015), Международной конференции «Graphs and Groups, Spectra and Symmetries» (Новосибирск, 2016), Международной конференции «Workshop on Group Theory and Algebraic Combinatorics» (Новосибирск, 2017), Международной конференции «Groups and Graphs, Metrics and Manifolds» (Екатеринбург, 2017), XII школе-конференции по теории групп, посвященной 65-летию А.А. Махнева (Геленджик, 2018), Международной конференции «Symmetry vs. Regularity» (Пльзень, Чехия, 2018), Международной конференции «Graphs and Groups, Representations and Relations» (Новосибирск, 2018), а также обсуждались на семинарах «Теория групп» и «Алгебра и логика» Института математики СО РАН и Новосибирского государственного университета, «Algebraic combinatorics», Central China Normal University, Ухань, Китай, «Discrete mathematics», University of Primorska, Копер, Словения. Кроме того, результаты диссертации были представлены на финальном туре конкурса Мёбиуса-2018, МЦНМО, Москва.

Публикации. Результаты работы опубликованы в [24–38]. Основные результаты диссертации опубликованы в [24–27] в изданиях, входящих в перечень ВАК рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и списка литературы. Она изложена на 86 страницах, включает 3 таблицы. Главы диссертации подразделяются на параграфы. Основные результаты глав сформулированы в виде теорем и следствий и имеют сквозную нумерацию. Вспомогательные утверждения (леммы, предложения) имеют тройную нумерацию: номер главы, номер параграфа в главе и номер утверждения в текущем параграфе. Формулы имеют двойную нумерацию: номер главы и номер формулы внутри главы. Список литературы содержит 44 наименования. Работы автора по теме диссертации приведены отдельным списком.

Основное содержание диссертации

Во **введении** приводятся постановка и описание задачи, аргументируется актуальность темы исследования и описывается степень ее проработанности. Излагаются цели и задачи исследования, приводятся основные результаты диссертации и методы, применяемые в исследовании. Также здесь отражается теоретическая значимость и новизна полученных результатов. В конце приводятся данные об апробации и публикации полученных результатов, а также краткое содержание диссертации.

Глава 1 содержит необходимые предварительные сведения. В параграфе 1.1 данной главы перечисляются обозначения, используемые в диссертации. Параграфы 1.2-1.6 содержат основные сведения об S-кольцах, схемах Кэли и группах подстановок. В параграфе 1.6 определяются кострукции тензорного произведения и обобщенного сплетения S-колец, приводятся результаты об их шуровости и отделимости. На основании идей, предложенных в [9], доказывается достаточное условие отделимости обобщенного сплетения S-колец над абелевыми группами.

Предложение 1.6.9. *Пусть $\mathcal{A}$ — U/L-сплетение над абелевой группой G. Предположим, что S-кольца $\mathcal{A}_U$ и $\mathcal{A}_{G/L}$ отделимы от-*

носительно класса всех конечных абелевых групп и $\mathrm{Aut}(\mathcal{A}_U)^{U/L} = \mathrm{Aut}(\mathcal{A}_{U/L})$. *Тогда* $\mathcal{A}$ *отделимо относительно класса всех конечных абелевых групп.*

Параграф 1.7 содержит результаты об S-кольцах над циклическими p-группами, полученные в [3, 5]. Кроме того, в этом параграфе доказывается, что циклические 2- и 3-группы отделимы относительно класса всех конечных абелевых групп (лемма 1.7.9). В параграфе 1.8 приведено описание S-колец над группами $C_2 \times C_{2^k}$, $k \geq 1$, полученное в [6]. Параграф 1.9 посвящен проблеме изоморфизма для графов Кэли и ее связи с проблемой отделимости для S-колец. В этом параграфе формулируется и доказывается следующее предложение, являющееся прямым следствием идей, предложенных в [1, 21] и развитых в [7].

Предложение 1.9.2. *Пусть группа* G *порядка* n *отделима относительно класса групп* $\mathcal{K}$. *Предположим, что* G *задана своей таблицей Кэли. Тогда для графа Кэли* Γ *над* G *и графа Кэли* Γ' *над произвольной группой из* $\mathcal{K}$ *изоморфизм между* Γ *и* Γ' *может быть проверен за полиномиальное время от* n.

Основным результатом **главы 2** является следующая теорема.

Теорема 1. *Группы* $M_{3^k} = \langle a, b : a^{3^{k-1}} = b^3 = e, a^b = a^{3^{k-2}+1} \rangle$, *где* $k \geq 3$, *нешуровы.*

Для доказательства теоремы 1 достаточно найти хотя бы одно нешурово S-кольцо над M_{3^k}. Пример нешурового S-кольца над M_{27} был найден с помощью компьютерных вычислений, проведенных в GAP с использованием пакета COCO2P [15]. В параграфе 2.1 описывается конструкция S-кольца над M_{3^k}, где $k \geq 4$, а в параграфе 2.2 доказывается, что это S-кольцо нешурово. Ключевым этапом доказательства является вычисление порядка группы автоморфизмов построенного S-кольца. Напрямую из теоремы 1 и теоремы Б вытекает

Следствие 1. *Если* p *— нечетное простое число, то шурова* p-*группа абелева.*

Глава 3 посвящена описанию S-колец над группой $D = C_3 \times C_{3^k}$, где $k \geq 1$. В параграфе 3.1 описывается структура базисных множеств S-колец над D. В параграфе 3.2 доказывается, что каждое нерегулярное S-кольцо с тривиальным радикалом над D либо имеет ранг 2, либо является тензорным произведением двух S-колец над циклическими группами. Параграф 3.3 посвящен доказательству того, что каждое регулярное S-кольцо с тривиальным радикалом над D является циклотомическим, то есть определяется подходящей подгруппой группы $\mathrm{Aut}(D)$. В параграфе 3.4 показывается, что каждое S-кольцо с нетривиальным радикалом над D является обобщенным сплетением S-колец над меньшими группами. Полное описание всех S-колец над D приводится в теореме 2. В параграфе 3.5 проверяется шуровость всех S-колец из теоремы 2. Тем самым доказывается

Теорема 3. *Группы $C_3 \times C_{3^k}$, где $k \geq 1$, шуровы.*

Отметим, что наибольшую сложность представляет проверка шуровости обобщенных сплетений над D, для которой используются леммы 1.6.4 и 1.6.5, доказанные в [6].

Из следствия 1, теоремы 3 и [11, теоремы 1.1-1.3] вытекает полное описание шуровых p-групп нечетного порядка, приведенное в следующей теореме.

Теорема 4. *Конечная p-группа G, где p — нечетное простое число, шурова тогда и только тогда, когда G циклическая или $p = 3$ и G изоморфна одной из следующих групп:*

1) E_{27};

2) $C_3 \times C_{3^k}$, $k \geq 1$.

В **главе 4** исследуется отделимость S-колец над группами $C_p \times C_{p^k}$, где $p \in \{2, 3\}$ и $k \geq 1$. Основным результатом главы 4 является

Теорема 5. *Группы $D = C_p \times C_{p^k}$, где $p \in \{2, 3\}$ и $k \geq 1$, отделимы относительно класса всех конечных абелевых групп.*

В параграфе 4.1 доказываются вспомогательные утверждения, необходимые для доказательства теоремы 5. В частности, проверяется, что для обобщенного сплетения S-колец над D выполнены условия предложения 1.6.9. Само доказательство теоремы 5 приведено в параграфе 4.2. Оно основано на описании всех S-колец над D, приведенном в лемме 1.8.1 (доказана в [6]) для $p = 2$ и в теореме 2 для $p = 3$. Каждое нетривиальное S-кольцо над D либо строится из S-колец над группами меньшего порядка при помощи операций тензорного произведения и обобщенного сплетения, либо является циклотомическим. Вопрос об отделимости тензорных произведений и обобщенных сплетений сводится к вопросу об отделимости операндов с помощью леммы 1.6.3 и предложения 1.6.9. Наиболее трудоемкой является проверка отделимости циклотомических S-колец над D (леммы 4.2.1-4.2.4).

Из теоремы 5 и предложения 1.9.2 вытекает

Следствие 2. *Пусть группа $D \cong C_p \times C_{p^k}$ порядка n, где $p \in \{2, 3\}$ и $k \geq 1$, задана своей таблицей Кэли. Тогда для графа Кэли Γ над D и графа Кэли Γ' над произвольной абелевой группой изоморфизм между Γ и Γ' может быть проверен за полиномиальное время от n.*

Глава 5 посвящена исследованию вопроса об отделимости S-колец над абелевыми группами порядка $4p$, где p — простое число. В параграфе 5.1 доказываются утверждения о строении S-колец над абелевыми группами порядка $4p$. Материал этого параграфа основан на результатах, полученных в [11]. Основным результатом главы 5 является

Теорема 6. *Абелева группа порядка $4p$ отделима относительно класса всех конечных абелевых групп для каждого простого числа p.*

Доказательство теоремы 6 приведено в параграфе 5.2. Основной сложностью при доказательстве теоремы 6, как и в случае теоремы 5, является проверка отделимости циклотомических S-колец (леммы 5.2.2-5.2.3). Из теоремы 6 и предложения 1.9.2 вытекает

Следствие 3. *Пусть абелева группа G порядка $n = 4p$, где p — простое число, задана своей таблицей Кэли. Тогда для графа Кэли Γ над G и графа Кэли Γ' над произвольной абелевой группой изоморфизм между Γ и Γ' может быть проверен за полиномиальное время от n.*

В **заключении** приводятся основные результаты диссертации. Изложение работы завершается **списком литературы**.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю А.В. Васильеву за поставленные задачи и всестороннюю помощь в работе. Автор глубоко признателен И. Н. Пономаренко за плодотворные дискуссии, неизменную поддержку и научное сотрудничество. Автор благодарен коллективам лаборатории теории групп ИМ СО РАН и кафедры алгебры и математической логики ММФ НГУ за сотрудничество и атмосферу, в которой выполнялась диссертационная работа.

Список литературы

[1] Б. Вейсфейлер, А. Леман, Приведение графа к каноническому виду и возникающая при этом алгебра // Научно-техн. информ. Сб. ВИНИТИ. — 1968. — Т. 2, № 9. — С. 12–16.

[2] С. Евдокимов, И. Пономаренко, Об одном семействе колец Шура над конечной циклической группой // Алгебра и анализ. — 2001. — Т. 13, № 3. — С. 139–154.

[3] С. Евдокимов, И. Пономаренко, Характеризация циклотомических схем и нормальные кольца Шура над циклической группой // Алгебра и анализ. — 2002. — Т. 14, № 2. — С. 11–55.

[4] С. Евдокимов, И. Пономаренко, Распознавание и проверка изоморфизма циркулянтных графов за полиномиальное время // Алгебра и анализ. — 2003. — Т. 15, № 6. — С. 1–34.

[5] С. Евдокимов, И. Пономаренко, Шуровость S-колец над циклической группой и обобщенное сплетение групп перестановок // Алгебра и анализ. — 2012. — Т. 24, № 3. — С. 84–127.

[6] М. Музычук, И. Пономаренко, О 2-группах Шура // Зап. научн. сем. ПОМИ. — 2015. — Т. 435. — С. 113–162.

[7] S. Evdokimov, I. Ponomarenko, Permutation group approach to association schemes // European J. Combin. — 2009. — Vol. 30, no. 6. — P. 1456–1476.

[8] S. Evdokimov, I. Ponomarenko, On separability problem for circulant S-rings // Алгебра и анализ. — 2016. — Т. 28, № 1. — С. 32–51.

[9] S. Evdokimov, I. Ponomarenko, Coset closure of a circulant S-ring and schurity problem // J. Algebra Appl. — 2016. — Vol. 15, no. 4. — Article ID 1650068, 49 pp.

[10] S. Evdokimov, I. Kovács, I. Ponomarenko, Characterization of cyclic Schur groups // Алгебра и анализ. — 2013. — Т. 25, № 1. — С. 61–85.

[11] S. Evdokimov, I. Kovács, I. Ponomarenko, On schurity of finite abelian groups // Commun. Algebra. — 2016. — Vol. 44, no. 1. — P. 101–117.

[12] Ja. Golfand, N. Najmark, R. Pöschel, The structure of S-rings over $\mathbb{Z}_{2^m}$ // Preprint P-01/85 Akad. der Wiss. der DDR, ZIMM, Berlin. — 1985.

[13] M. Klin, R. Pöschel, The isomorphism problem for circulant digraphs with p^n vertices // Preprint P-34/80 Akad. der Wiss. der DDR, ZIMM, Berlin. — 1980.

[14] M. Klin, R. Pöschel, The König problem, the isomorphism problem for cyclic graphs and the method of Schur rings // Colloq. Math. Soc. Janos Bolyai. — 1981. — Vol. 25. — P. 405–434.

[15] M. Klin, C. Pech, S. Reichard, COCO2P — a GAP package, 0.14 // http://www.math.tu-dresden.de/ pech/COCO2P. — 2015.

[16] M. Muzychuk, A solution of the isomorphism problem for circulant graphs // Proc. Lond. Math. Soc. — 2004. — Vol. 88, no. 1. — P. 1–41.

[17] R. Nedela, I. Ponomarenko, Recognizing and testing isomorphism of Cayley graphs over an abelian group of order $4p$ in polynomial time // to appear in: J. Širaň et al (eds). Isomorphisms, Symmetry and Computations in Algebraic Graph Theory, Springer. — 2019.

[18] I. Ponomarenko, A. Vasil'ev, On non-abelian Schur groups // J. Algebra Appl. — 2014. — Vol. 13, no. 8. — Article ID 1450055, 22 pp.

[19] R. Pöschel, Untersuchungen von S-Ringen insbesondere im Gruppenring von p-Gruppen // Math. Nachr. — 1974. — Vol. 60. — P. 1–27.

[20] I. Schur, Zur theorie der einfach transitiven Permutationgruppen // S.-B. Preus Akad. Wiss. Phys.-Math. Kl. — 1933. — Vol. 18, no. 20. — P. 598–623.

[21] B. Yu. Weisfeiler, On the construction and identification of graphs // Lecture Notes in Math. — 1976. — Vol. 558.

[22] H. Wielandt, Finite permutation groups // Academic Press, New York - London. — 1964.

[23] H. Wielandt, Permutation groups through invariant relations and invariant functions // Lecture Notes Dept. Math., Ohio State Univ., Colombus, Ohio. — 1969.

Работы автора по теме диссертации

[24] G. Ryabov, On Schur 3-groups // Сиб. электрон. матем. изв. — 2015. — Т. 12. — С. 223–231.

[25] G. Ryabov, On Schur p-groups of odd order // J. Algebra Appl. — 2017. — Vol. 16, no. 3. — Article ID 1750045, 29 pp.

[26] Г. Рябов, Об отделимости колец Шура над абелевыми p-группами // Алгебра и логика. — 2018. — Т. 57, № 1. — С. 73–101.

[27] Г. Рябов, Отделимость колец Шура над абелевой группой порядка $4p$ // Зап. научн. сем. ПОМИ. — 2018. — Т. 470. — С. 179–193.

[28] Г. Рябов, Об абелевых 3-группах Шура // Материалы международной конференции «Мальцевские чтения». — 2015. — Новосибирск: ИМ СО РАН, Новосиб. гос. ун-т. — С. 118.

[29] G. Ryabov, On abelian Schur 3-groups // Abstracts of the 8th Slovenian Conference on Graph Theory. — 2015. — Ljubljana, Slovenia: Institute of Mathematics, Physics and Mechanics. — P. 46.

[30] G. Ryabov, On Schur 3-groups // Материалы международной конференции «Дискретная математика, алгебра и их приложения». — 2015. — Минск: ИМ НАН Беларуси, Белорус. гос. ун-т. — С. 75.

[31] G. Ryabov, On the isomorphism problem for Cayley graphs over abelian p-groups // Материалы международной конференции «Graphs and Groups, Spectra and Symmetries». — 2016. — Новосибирск: ИМ СО РАН, Новосиб. гос. ун-т. — С. 98.

[32] G. Ryabov, On separability problem for S-rings over abelian p-groups // Материалы международной конференции «Мальцевские чтения». — 2016. — Новосибирск: ИМ СО РАН, Новосиб. гос. ун-т. — С. 130.

[33] G. Ryabov, Separability of Cayley schemes over abelian p-groups // Материалы международной конференции «Workshop on Group Theory and Algebraic Combinatorics». — 2017. — Новосибирск: ИМ СО РАН, Новосиб. гос. ун-т. — С. 31.

[34] G. Ryabov, On abelian Schur groups of odd order // Материалы международной конференции «Groups and Graphs, Metrics and Manifolds». — 2017. — Екатеринбург: ИММ УРО РАН, Урал. фед. ун-т. — С. 89.

[35] G. Ryabov, Separability and schurity of p-Schur rings over an elementary abelian group // Материалы международной конференции «Теория групп и ее приложения». — 2018. — Краснодар: Куб. гос. ун-т., ИММ УРО РАН. — С. 177.

[36] G. Ryabov, Separability and schurity of Cayley schemes over abelian groups // Abstracts of International Conference «Symmetry vs. Regularity». — 2018. — Plzen, Czech Republic: University of West Bohemia. — P. 36.

[37] G. Ryabov, CI-property for decomposable Schur rings over an elementary abelian group // Материалы международной конференции «Graphs and Groups, Representations and Relations». — 2018. — Новосибирск: ИМ СО РАН, Новосиб. гос. ун-т. — С. 79.

[38] G. Ryabov, Infinite family of non-schurian separable association schemes // Материалы международной конференции «Мальцевские чтения». — 2018. — Новосибирск: ИМ СО РАН, Новосиб. гос. ун-т. — С. 136.

Рябов Григорий Константинович

Шуровость и отделимость колец Шура над конечными p-группами

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук