**Комеч, Александр Ильич.**

## Долговременная асимптотика и аттракторы нелинейных гамильтоновых волновых уравнений : диссертация ... доктора физико-математических наук : 01.01.02. - Санкт-Петербург, 1998. - 149 с. : ил.

## Оглавление диссертациидоктор физико-математических наук Комеч, Александр Ильич

Оглавление

0.1. Введение

0.1.1. Мотивировка исследования

0.1.2. Обозначения и определения

0.1.3. Основные результаты

0.1.4. О методах исследования

0.1.5. Комментарии

0.1.6. Об известных результатах

0.1.7. Открытые проблемы

I Одномерные уравнения

1. Струна с нелинейным осциллятором

1.1. Введение

1.2. Основные результаты

1.3. Существование динамики и априорные оценки

1.3.1. Существование динамики

1.3.2. Непрерывность динамики

1.3.3. Сохранение энергии

1.4. Релаксация для приведенного уравнения

1.4.1. Примеры

1.4.2. Доказательство релаксации для приведенного уравнения

1.5. Долговременная асимптотика

1.5.1. Переходы к стационарным состояниям

1.5.2. Затухающие блуждания

1.5.3. Транзитивность

2. Струна с конечным числом нелинейных осцилляторов

2.1. Введение

2.2. Основные результаты

2.3. Существование динамики и априорные оценки

2.4. Стационарные состояния

2.5. Долговременная асимптотика

2.6. Притяжение к компактному множеству

2.6.1. Релаксация на бесконечности

2.6.2. Рассеяние энергии в бесконечность" 7\

2.6.3. Лемма о релаксации

3. Нелинейная струна с пространственно-локализованной нелинейностью

3.1. Введение и основные результаты

3.2. Существование динамики и априорные оцейки : . V"

3.3. Стационарные состояния

3.4. Долговременная асимптотика

3.4.1. Компактное притягивающее множество

3.4.2. Доказательство теоремы 1.3

3.5. Притяжение к компактному множеству

3.6. Притяжение в среднем

3.6.1. Рассеяние энергии в бесконечность

3.6.2. Нелинейная задача Гурса

3.6.3. Доказательство притяжения в среднем

II Трехмерные системы

4. Скалярное поле с частицей

4.1. Введение

4.2. Основные результаты

4.3. Существование динамики и априорные оценки

4.4. Рассеяние энергии в бесконечность

4.5. Асимптотики типа Льенара-Вихерта в волновой зоне

4.6. Релаксация ускорения и скорости частицы

4.7. Долговременная асимптотика

4.7.1. Притяжение к множеству солитонов

4.7.2. Притяжение к множеству стационарных состояний

4.7.3. Сходимость к стационарным состояниям

4.8. Линеаризация в стационарной точке

4.9. Убывание для линеаризованной системы

4.10. Асимптотическая устойчивость стационарных состояний

4.11. Скорость сходимости к стационарным состояниям

4.12. Строгий принцип Гюйгенса

4.13. Дополнение: Плотности винеровского типа

5. Система Максвелла-Лоренца

5.1. Введение

5.2. Основные результаты

5.3. Рассеяние энергии в бесконечность

5.4. Асимптотики типа Льенара-Вихерта в волновой зоне

"V

5.5. Релаксация ускорения и скорости частицы

5.6. Долговременная асимптотика

5.6.1. Притяжение к множеству солитонов

5.6.2. Притяжение к множеству стационарных состояний

5.6.3. Сходимость к стационарным состояниям

5.7. Дополнение. Существование динамики

5.7.1. Линейная динамика Максвелла

5.7.2. Представления Льенара-Вихерта

5.7.3. Гладкие аппроксимации поперечных полей

5.7.4. Нелинейная динамика Максвелла-Лоренца

6. Добавление

6.1. С-инвариантные уравнения

6.1.1. Группа [/(1). Периодические асимптотики

6.1.2. Группа II(к). Квазипериодические асимптотики

6.1.3. Группа Пуанкаре. Солитоно-подобные асимптотики

6.2. О связях с задачами математической физики

6.2.1. Квантовые стационарные состояния

6.2.2. Боровские переходы между стационарными состояниями

6.2.3. Корпускулярно-волновая двойственность Л. де Бройля

6.2.4. Элементарные частицы и алгебры Ли

Литература

Резюме 0.0.1. Рассматривается долговременная .асимптотика всех решений конечной энергии некоторых классов нелинейных волновых уравнений, являющихся бесконечномерными гамилътоновыми системами. Устанавливается долговременная сходимость рассматриваемых решений к стационарным состояниям в топологии Фреше, определяемой локальными энергетическими полунормами. Это означает, что множество стационарных состояний является точечным аттрактором в данной топологии. Сходимость доказывается в части I для одномерных нелинейных волновых уравнений с нелинейными членами, сосредоточенными в одной точке, в нескольких точках и на конечном отрезке, и в части II - для трехмерного скалярного волнового уравнения, связанного с частицей, и для системы Максвелла-Лоренца с зарядом. Эта сходимость представляется парадоксальной ввиду обратимости и консервативности гамильтоновых уравнений. Исследование мотивировано выделенной ролью стационарных состояний во многих явлениях, описываемых нелинейными гамилътоновыми волновыми уравнениями.