Київський нацiональний унiверситет iменi Тараса Шевченка Мiнiстерство освiти i науки України Київський нацiональний унiверситет iменi Тараса Шевченка Мiнiстерство освiти i науки України Квалiфiкацiйна наукова праця на правах рукопису Бучак Христина Василiвна УДК 519.21 ДИСЕРТАЦIЯ Аналiтичнi властивостi процесiв Пуассона та Скеллама з випадковою замiною часу 01.01.05 – Теорiя ймовiрностей i математична статистика 11 – Математика та статистика Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фiзико–математичних наук Дисертацiя мiстить результати власних дослiджень. Використання iдей, результатiв i текстiв iнших авторiв мають посилання на вiдповiдне джерело Х. В. Бучак Науковий керiвник Сахно Людмила Михайлiвна доктор фiзико-математичних наук Київ – 2018

ЗМIСТ ВСТУП 10 Роздiл 1. Огляд лiтератури 37 Роздiл 2. Процеси Пуассона з замiною часу 47 2.1. Означення i попереднi вiдомостi . . . . . . . . . . . . . . . . . . 47 2.2. Складний Пуассон–гамма процес . . . . . . . . . . . . . . . . . . 53 2.3. Складний Пуассон–гамма процес у ролi випадкового часу . . . . 56 2.4. Обернений складний Пуассон–гамма процес у ролi випадкового часу . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 63 2.4.1. Обернений складний Пуассон–експоненцiальний процес . 64 2.4.2. Обернений складний процес Пуассон–Ерланга . . . . . . 71 2.5. Моменти досягнення рiвня для процесу Пуассона N1(GN (s)) . . 77 2.6. Моменти виходу за рiвень для процесу Пуассона N1(GN (s)) . . 83 2.7. Висновки до роздiлу 2 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 85 Роздiл 3. Процеси Пуассона з iтерованою замiною часу 87 3.1. Гамма–процес, керований процесом Пуассона зi зсувом . . . . . 87 3.2. Iтерованi перетворення Бесселя . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 92 3.2.1. Процеси Пуассона з iтерованою замiною часу Nµ(Xn(t)) . 98 3.3. Висновки до роздiлу 3 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 101 Роздiл 4. Процеси Скеллама з замiною часу 102 4.1. Означення та попереднi вiдомостi . . . . . . . . . . . . . . . . . 103 4.2. Процеси Скеллама, керованi гамма–процесами . . . . . . . . . . 104 4.3. Складний Пуассон–гамма процес у ролi випадкового часу . . . . 110 4.4. Обернений складний Пуассон–гамма процес у ролi випадкового часу . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 113 9 4.4.1. Обернений складний Пуассон–експоненцiальний процес . 114 4.4.2. Обернений складний процес Пуассон–Ерланга . . . . . . 116 4.5. Висновки до роздiлу 4 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 118 Роздiл 5. Керуючi рiвняння для розподiлiв процесiв Пуассона та Скеллама з оберненим субординатором 119 5.1. Означення та попереднi вiдомостi . . . . . . . . . . . . . . . . . 119 5.2. Процеси Пуассона з замiною часу оберненим субординатором . 123 5.3. Процеси Скеллама з замiною часу оберненим субординатором . 133 5.4. Висновки до роздiлу 5 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 136 Висновки 137 Список використаних джерел 139 ДОДАТОК 152 Список опублiкованих праць . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 152 Апробацiя результатiв дисертацiї . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 152

ВИСНОВКИ

ДисертацйнароботаприсвяченадослдженнювластивостейпроцесвПуассонатаСкелламазвипадковимчасомдевролчасувикористовуються

складнийПуассон–гаммасубординатортаоберненийдоньогопроцесУрезультатдослдженнявстановленоявнийвиглядодновимрнихфункцйрозподлутасистемидиферцальнихрвняньякимзадовольняютьрозподли

ДлянеоднордногопроцесуПуассонатапроцесуСкелламаззамноючасу

оберненимсубординаторомвстановленокеруючрвняннядляїхрозподлв

утермнахузагальненоїпохдноїтипузгорткиусенсКапуто–Джрбашяна

Удисертацйнйробототриманонаступнновнауковрезультати

—дослдженорзнмоделпроцесвПуассоназвипадковоюзамноючасутаїхрозподлиВролчасувикористовуютьсяскладнийПуассон–

гаммасубординатортаоберненийдоньогопроцесВстановленоформулидляодновимрнихфункцйрозподлумоментвковарацйних

функцйдиференцальнрвнянняякимзадовольняютьрозподли

ОтриманоновкласирозподлвщозадаютьсяспецальнимифункцямитакимиякузагальненафункцяРайтатаузагальненатрипараметричнафункцяМттаг–Леффлера

—дослдженомоментидосягненняфксованогорвнятамоментивиходу

зарвеньдляпроцесвПуассоназзамноючасу

—дослдженорозподлипроцесвПуасоназтерованоюзамноючасу

Встановленоформулидляодновимрнихфункцйрозподлутадиференцальнрвнянняякимзадовольняютьрозподли

—дослдженовластивостпроцесвСкелламаззамноючасудеврол

часувиступаєскладнийПуассон–гаммасубординатортаоберненийдо

ньогопроцесВстановленоформулидляодновимрнихфункцйрозподлумоментвковарацйнихфункцй



—отриманокеруючрвняннявтермнахдиференцально–згорткових

операторвдлярозподлвнеоднорднихпроцесвПуассоназзамною

часудевролчасувиступаєоберненийсубординатортаобчислено

моментиковарацйнуфункцюфункцюрозподлумоментвдосягненнярвня

—отриманокеруючрвняннявтермнахдиференцально–згорткових

операторвдлярозподлвпроцесвСкелламаззамноючасудеврол

часувиступаютьоберненсубординатори