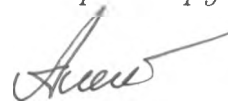


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи



АЛЕШИН
Сергей Сергеевич

КВАНТОВЫЕ ПОПРАВКИ В СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ
ТЕОРИЯХ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ
РЕГУЛЯРИЗАЦИЙ

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва
2017

Работа выполнена на кафедре теоретической физики физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель: **Лобанов Андрей Евгеньевич**
д.ф.-м.н., в.н.с., ФГБОУ ВО МГУ им.
М. В. Ломоносова

Официальные оппоненты: **Бедняков Александр Вадимович**
к.ф.-м.н., с.н.с., ОИЯИ, отдел теории
фундаментальных взаимодействий, сек-
тор № 1 квантовой теории поля ЛТФ им.
Н. Н. Боголюбова

Вернов Сергей Юрьевич
д.ф.-м.н., в.н.с. МГУ им. М. В. Ло-
моносова, НИИ ядерной физики им.
Д. В. Скобельцина

Горбунов Дмитрий Сергеевич
чл.-корр. РАН, профессор РАН, д.ф.-
м.н., г.н.с., ФГБУН ИЯИ РАН, отдел тео-
ретической физики

Защита диссертации состоится "28" декабря 2017 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета МГУ.01.06 Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова 119992, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, Физический факультет МГУ, аудитория ЦФА.

E-mail: ff.dissovet@gmail.com

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д.27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: https://istina.msu.ru/dissertation_councils/councils/38006951/

Автореферат разослан «__» _____ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
МГУ.01.06, д.ф.-м.н., профессор

Поляков П.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Математические аспекты глобальной суперсимметрии впервые были исследованы Гольфандом и Лихтманом. В их работе было построено обобщение группы Ли, содержащее в себе группу Пуанкаре и группу внутренней симметрии, допускающее нетривиальную S -матрицу. Выяснилось, что такая группа может быть связана с группой суперсимметрии с помощью теоремы Коулмена–Мандулы. Дальнейшее развитие суперсимметричных теорий связано с построением лагранжианов, инвариантных относительно глобальной суперсимметрии и локальной фермионной калибровочной симметрии — супергравитация.

Одним из следствий введения группы суперсимметрии, действующей на элементы S -матрицы, является улучшение квантовых свойств теорий в ультрафиолетовой области, а именно: подавление расходимостей в суперсимметричных теориях приводит к отсутствию некоторых контрчленов, необходимых в несуперсимметричных теориях. Такие свойства суперсимметричных теорий известны не только для теорий, обладающих глобальной суперсимметрией, речь о которых пойдет ниже, но и для теорий с локальной суперсимметрией. Утверждения такого рода известны как теоремы о неперенормировке, позволяющие, в частности, обнаружить взаимозависимость квантовых поправок к массе и взаимодействию $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теорий, возникающую из-за неперенормировки суперпотенциала. Отметим, при этом, что ввиду перенормировки волновых функций суперполей материи, перенормируются массы и взаимодействия ϕ^3 . Кроме того, теоремы о неперенормировке позволяют установить интересные ренормализационные свойства теорий, регуляризованных размерной редукцией и обладающих расширенной глобальной суперсимметрией. В частности, было показано, что $\mathcal{N} = 2$ теория Янга–Миллса с глобальной суперсимметрией конечна во всех порядках выше однопетлевого. А в четырехмерии, на основе трехпетлевого вычисления было установлено, что теория Янга–Миллса с $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией является конечной и, следовательно, конформно-инвариантной на квантовом уровне.

Ещё один, не менее эффективный подход к изучению ультрафиолетовых расходимостей суперсимметричных теорий связан с изучением супермультиплетов аномалий. Известно, что киральная аномалия и аномалия следа тензора энергии-импульса должны принадлежать одному супермультиплету. Так как в $\mathcal{N} = 4$ теории Янга–Миллса киральная аномалия отсутствует,

то оказывается, что и весь супермультиплет должен быть равен нулю ввиду его неприводимости. Таким образом, из-за пропорциональности следа тензора энергии-импульса бета-функции его тривиальность обеспечивает конечность теории Янга–Миллса с $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией. Аналогичные рассуждения можно применить к $\mathcal{N} = 2$ теории Янга–Миллса, а именно, из-за тривиальности вкладов высших петель в киральную аномалию удастся установить, что β -функция вышеуказанной теории полностью определяется однопетлевым приближением.

Ряд интересных результатов был получен в области динамики $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теорий. Одним из таких результатов является обнаружение точной β -функции для $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теорий без полей материи. Если же в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории присутствуют киральные суперполя материи, то точная β -функция такой теории может быть выражена через аномальную размерность суперполей материи:

$$\beta(\alpha, \lambda) = -\frac{\alpha^2 \left(3C_2 - T(R) + C(R)_i^j \gamma_j^i(\alpha, \lambda)/r \right)}{2\pi(1 - C_2\alpha/2\pi)}, \quad (1)$$

где γ_j^i – аномальная размерность киральных суперполей материи, при этом используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \text{tr}(T^A T^B) &\equiv T(R) \delta^{AB}; & (T^A)_i^k (T^A)_k^j &\equiv C(R)_i^j; \\ f^{ACD} f^{BCD} &\equiv C_2 \delta^{AB}; & r &\equiv \delta_{AA}, \end{aligned} \quad (2)$$

генераторы фундаментального представления t^A нормированы следующим образом:

$$\text{tr}(t^A t^B) = \delta^{AB}/2;$$

где

$$\begin{aligned} C_2 \quad \text{и} \quad C(R)_i^j & \quad \text{— операторы Казимира;} \\ 2T(R) & \quad \text{— индекс Дынкина представления R;} \\ r & \quad \text{— размерность калибровочной группы.} \end{aligned}$$

β -функция (1) получила название точной β -функции Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова (NSVZ). Изначально точная NSVZ

β -функция была получена для ренормгрупповых функций, определенных через голую константу связи.

Точная NSVZ β -функция может быть получена различными способами: исследованием инстантонного вклада в эффективное действие, аномалий или неперенормировки топологического члена. Кроме того, были проведены проверки с помощью теории возмущений, основанные на вычислениях β -функций $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной с помощью размерной редукции в $\overline{DR}$ -схеме, в однопетлевом, двухпетлевом¹, трехпетлевом и четырехпетлевом приближениях. Выяснилось, что вычисленные β -функции в однопетлевом и двухпетлевом приближении совпадают с точной NSVZ β -функцией, так как 2-х петлевая β -функция и однопетлевая аномальная размерность схемно независимы в теориях с одной константой связи, но, начиная уже с трехпетлевого приближения, равенство нарушается. Однако, рассогласованность результатов может быть устранена с помощью конечной перенормировки, существование которой само по себе является весьма нетривиальным фактом.

Выяснилось, что вопрос о пертурбативной природе точной NSVZ β -функции существенным образом может быть прояснен с помощью регуляризации высшими ковариантными производными. Регуляризация высшими ковариантными производными может быть обобщена на суперсимметричный случай и сформулирована в терминах $\mathcal{N} = 1$ суперполей, а для $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных калибровочных теорий соответствующая регуляризация может быть построена в $\mathcal{N} = 2$ гармоническом суперпространстве. Такое обобщение регуляризации высшими ковариантными производными, в отличие от размерной редукции, позволяет явно сохранять $\mathcal{N} = 1$ или $\mathcal{N} = 2$ суперсимметрии на всех этапах квантовых вычислений. Вычисление трехпетлевой β -функции $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики (СКЭД) с использованием суперсимметричной версии регуляризации высшими ковариантными производными выявило интересную особенность квантовых поправок, а именно, оказалось, что петлевые интегралы, определяющие β -функцию могут быть представлены в виде интегралов от полных производных в импульсном пространстве. Дальнейшее исследование структуры интегралов с использованием ковариантных правил Фейнмана в формализме фонового поля обнаружило факторизацию в двойные полные производные (в пределе нулевого внешнего импульса).

Благодаря такой характерной структуре, один из петлевых интегралов может быть вычислен явно, что позволяет получить NSVZ соотношение. Так, в случае $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной

¹В этих работах однопетлевое и двухпетлевое вычисление были выполнены с использованием размерной регуляризации.

с помощью высших производных, интегралы, определяющие β -функцию в k -петлях, преобразуются в интегралы, образующие аномальную размерность в $(k-1)$ -ой петле. Обнаруженная связь петлевых интегралов позволила явным суммированием ряда теории возмущений получить точную NSVZ β -функцию $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованную с помощью высших производных, выраженную в терминах голой константы связи.

Найденный пертурбативный механизм образования точной NSVZ β -функции использовал ренормгрупповые функции, выраженные в терминах голых констант связи. Оказалось, что такие ренормгрупповые функции зависят от регуляризации, но не зависят от схемы вычитаний при фиксированной регуляризации. Если же эти функции определять через перенорммированную константу связи, то NSVZ соотношение может быть получено только для специальной схемы перенорммировок (NSVZ-схема). Так, например, было построено предписание, приводящее к NSVZ соотношению $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной с помощью высших производных, при условии, что ренормгрупповые функции выражены в терминах перенорммированных констант связи. Оказалось, что NSVZ-схема, построенная для такой теории, может быть определена через граничные условия для констант перенорммировок:

$$Z_3(\alpha, x_0) = 1; \quad Z(\alpha, x_0) = 1, \quad (3)$$

где x_0 фиксированное значение $x = \ln \Lambda/\mu$. Заметим, что конечные перенорммировки не затрагивают ряд схемно независимых членов. В частности, оказалось, что в $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами члены, пропорциональные первой степени N_f , схемно независимы и удовлетворяют точной NSVZ β -функции во всех порядках теории возмущений.

Несмотря на несомненные достоинства регуляризации с помощью высших производных, большее распространение при квантовых вычислениях в суперсимметричных теориях получила регуляризация с помощью размерной редукции. Размерная редукция широко используется для вычислений в высших порядках теории возмущений и, в том числе, суперсимметричной квантовой хромодинамике. Известно, что размерная регуляризация нарушает суперсимметрию, так как числа бозонных и фермионных степеней свободы по-разному зависят от размерности пространства-времени. Поэтому была предложена модификация этой регуляризации, основанная на методе размерной редукции. Регуляризация с помощью размерной редукции сохраняет калибровочную инвариантность, унитарность и глобальную суперсимметрию, но является математически противоречивой теорией.

Существуют модификации регуляризации размерной редукцией, позво-

ляющие сделать теорию согласованной в терминах компонентных полей, тем не менее, квантовые поправки высших петель в таких теориях могут нарушать суперсимметрию. Так, например, в $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной теории Янга–Миллса был обнаружен вклад в трехпетлевую β -функцию, вычисленную с использованием фермион-фермион-скалярной вершины при тривиальном вкладе в β -функцию, вычисляемой с использованием фермион-фермион-векторной вершины в том же порядке теории возмущений. Данный результат означает нарушение суперсимметрии $\overline{\text{DR}}$ -схемой.

Научная новизна

В диссертации впервые была исследована структура петлевых интегралов в $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной электродинамике с N_f ароматами, регуляризованной размерной редукцией, которая приводит к появлению связи между двухточечными функциями Грина калибровочного суперполя и суперполей материи. В частности, для данной регуляризации эта связь была прослежена в низших порядках теории возмущений. Также для двухпетлевого вклада и схемно зависимой части трехпетлевого вклада в поляризационный оператор были найдены аналоги интегралов от δ -сингулярностей, которые возникают в случае использования регуляризации высшими производными. На основе этого результата впервые было установлено, что при использовании размерной редукции ренормгрупповые функции, определенные в терминах голой константы связи, не удовлетворяют NSVZ соотношению. Построены граничные условия, которые определяют NSVZ схему для ренормгрупповых функций, определенных в терминах перенормированной константы связи, в рассматриваемом порядке теории возмущений для теории регуляризованной размерной редукцией. Также впервые был вычислен вклад духов Нильсена–Каллош в β -функцию (определенную в терминах голой константы связи) $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными с сохранением БРСТ-инвариантности, и продемонстрировано, что он может быть записан в виде интеграла от двойных полных производных по петлевому импульсу для произвольного выбора слагаемого с высшими производными.

Объект исследования

В диссертационной работе исследуются:

1. $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричная теория Янга–Миллса, регуляризованная высшими ковариантными производными с сохранением БРСТ-инвариантности.

2. $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричная квантовая электродинамика с N_f ароматами, регуляризованная с помощью размерной редукции.

Методология и методы исследования

В диссертации были использованы методы суперсимметричной квантовой теории поля, включающие в себя метод построения суперсимметричных инвариантов в $\mathcal{N} = 1$ суперпространстве, метод фонового поля в $\mathcal{N} = 1$ суперпространстве, методы регуляризаций высшими ковариантными производными, Паули–Вилларса и размерной редукцией в $\mathcal{N} = 1$ суперпространстве, формализм квантования суперсимметричных теорий континуальным интегралом, метод построения правил Фейнмана для суперграфов, метод перенормировок и ренормгрупповой подход в суперсимметричных теориях.

Цели и задачи диссертации

1. Вычисление и исследование вклада духов Нильсена–Каллош в β -функцию (определенную в терминах голой константы связи) $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными с сохранением БРСТ-инвариантности.
2. Поиск пертурбативного механизма возникновения связи ренормгрупповых функций в $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной размерной редукцией, в трехпетлевом приближении для β -функции и двухпетлевом приближении для аномальной размерности суперполей материи.
3. Изучение причин не выполнения NSVZ-соотношения $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной размерной редукцией, для ренормгрупповых функций, определенных в терминах голой константы связи.
4. Построение граничных условий для констант перенормировки, определяющих NSVZ-схему при использовании регуляризации размерной редукцией в трехпетлевом приближении.

Степень разработанности темы исследования

Поставленные в диссертационной работе цели и задачи полностью выполнены.

Степень достоверности результатов

Достоверность выносимых на защиту диссертационной работы результатов обеспечивается использованием строгих математических методов суперсимметричной квантовой теории поля, а также проверкой воспроизведения некоторых ранее известных результатов.

Научные положения, выносимые на защиту

1. В двухточечной функции Грина калибровочного суперполя $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики с N_f ароматами, регуляризованной с помощью размерной редукции, были найдены структуры, обеспечивающие связь трехпетлевой β -функции с двухпетлевой аномальной размерностью суперполей материи.
2. Обнаруженная связь двухточечных функций Грина калибровочного суперполя и суперполей материи в $\mathcal{N} = 1$ СКЭД, регуляризованной с помощью размерной редукции, приводит к нарушению NSVZ-соотношения для ренормгрупповых функций, выраженных в терминах голой константы связи.
3. Для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной размерной редукцией, были найдены граничные условия для констант перенормировки, обеспечивающие NSVZ-схему в третьем порядке теории возмущений.
4. Для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной размерной редукцией, была установлена связь между ренормгрупповыми функциями, определенными в терминах голой константы связи, и ренормгрупповыми функциями, определенными в терминах перенормированной константы связи в $\overline{DR}$ -схеме.
5. Вычислен вклад духов Нильсена–Каллош в β -функцию (определенную в терминах голой константы связи) $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными с сохранением БРСТ-инвариантности.
6. Обнаружено, что петлевые интегралы, дающие вклад в 2-х точечную функцию Грина калибровочного суперполя $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными с сохранением БРСТ-инвариантности, соответствующие вкладу духов Нильсена–Каллош, факторизуются в интегра-

лы от двойных полных производных. Показано, что такая факторизация не зависит от регуляризующего члена с высшими производными.

Практическая ценность работы

Практическая ценность диссертации определяется тем, что обнаруженные аналоги δ -сингулярностей предположительно могут быть использованы при построении общего перенормировочного предписания, определяющего NSVZ-схему для ренормгрупповых функций, определенных в терминах перенормированной константы связи, для суперсимметричных теорий, регуляризованных размерной редукцией. Кроме того, результаты диссертации могут быть использованы для изучения поведения бегущих констант связи в Минимальной Суперсимметричной Стандартной Модели (МССМ). Обнаруженные структуры в петлевых интегралах, определяющих β -функции исследуемых (с использованием различных регуляризаций) суперсимметричных теорий, определяют взаимосвязь перенормировок калибровочных полей и суперполей материи. Такая связь может быть использована для изучения квантовых поправок в высших порядках теории возмущений.

Апробация результатов

Материалы диссертационной работы были доложены на конференциях:

1. С. С. Алешин, А. Л. Катаев, К. В. Степаньянц. Структура 3-х петлевых интегралов для β -функции $N=1$ СКЭД, регуляризованной размерной редукцией // VI Всероссийская молодежная конференция по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики, ФИАН, Москва, Россия, 15-20 ноября 2015 (стендовый доклад)
2. С. С. Алешин. Структура квантовых поправок $N=1$ СКЭД, регуляризованной с помощью размерной редукции // Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2016», МГУ им. М.В. Ломоносова, Россия, 11-15 апреля 2016
3. S. S. Aleshin. Structure of loop integrals, regularized by the dimensional reduction, in $N=1$ SQED // Quantum Field Theory and Gravity (QFTG'2016), Tomsk State Pedagogical University, Russia, August 1-7, 2016
4. S. S. Aleshin. NSVZ relation and the dimensional reduction in $N=1$ SQED // Supersymmetries & Quantum Symmetries - SQS'2017, Joint

Institute for Nuclear Research, Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Russia, July 31 – August 5, 2017

Также полученные результаты были доложены на семинаре кафедры теоретической физики физического факультета МГУ, 21 декабря 2016 и на семинаре ИТФ им. Ландау, 7 апреля 2017.

Структура и объем диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, четырех основных глав, заключения и списка используемой литературы. Общий объем диссертации 116 страниц. Список литературы включает 103 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В Главе 1 производится квантование $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной калибровочной теории Янга–Миллса методом фонового поля с использованием регуляризации высшими ковариантными производными. Приводится общий формализм перенормировки $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, а также формулируются определения и обозначения для ренорм-групповых функций.

В Параграфе 1.1 формулируется $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричная калибровочная теория Янга–Миллса, приводится калибровочная симметрия теории.

В Параграфе 1.2 описывается формализм фонового поля в $\mathcal{N} = 1$ суперпространстве. Определяются квантовые и фоновые калибровочные преобразования, калибровочные суперсимметричные фоново ковариантные производные, а также приводится выражение для тензора напряженности калибровочного суперполя в терминах фонового и квантового суперполей.

В Параграфе 1.3 рассматривается регуляризация высшими ковариантными производными в $\mathcal{N} = 1$ суперпространстве с сохранением БРСТ-инвариантности теории. Затем выбирается фоново калибровочно инвариантный член, фиксирующий калибровку, и выписываются соответствующие ему действия для духовых полей Фаддеева–Попова и Нильсена–Каллош. Далее записываются БРСТ-преобразования и проверяется БРСТ инвариантность рассматриваемой теории. Для устранения однопетлевых расходимостей вводится дополнительная регуляризация Паули–Вилларса. Затем строится производящий функционал для связанных функций Грина.

В Параграфе 1.4 приводится общий формализм перенормировки $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, а также выписываются соотношения, которым удовлетворяют константы перенормировки. Далее описывается метод вычисления констант перенормировок.

В Параграфе 1.5 определяются ренормгрупповые функции, выраженные в терминах голой константы связи, а также ренормгрупповые функции, выраженные в терминах перенормированной константы связи. Приводятся основные их свойства.

Глава 2 посвящена вычислению и анализу вклада духов Нильсена–Каллош в β -функцию $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными с сохранением БРСТ-инвариантности.

В Параграфе 2.1 объясняются причины введения духов Нильсена–Каллош.

В Параграфе 2.2 строится вклад в функциональный интеграл от духов Нильсена–Каллош. Для его вычисления производится дополнительная регуляризация Паули–Вилларса однопетлевых расходимостей.

Параграф 2.3 посвящен вычислению двухточечных связных функций Грина свободной теории.

В Параграфе 2.4 формулируются фейнмановские правила для вершин духовых диаграмм Нильсена–Каллош, дающих вклад в β -функцию.

В Параграфе 2.5 для духов Нильсена–Каллош производится вычисление двухточечной функции Грина фонового калибровочного суперполя, определяющей вклад в β -функцию. В ходе вычислений проверяется сокращение неинвариантных вкладов в эту функцию Грина. Затем петлевые интегралы, определяющие β -функцию, представляются в виде интегралов от двойной полной производной, что позволяет редуцировать петлевые интегралы к интегралу от δ -функции.

В Параграфе 2.6 вычисляется вклад полей Паули–Вилларса для духов Нильсена–Каллош в β -функцию. В ходе вычислений также проверяется сокращение неинвариантных вкладов. Затем петлевые интегралы, определяющие β -функцию, представляются в виде интегралов от двойной полной производной, что позволяет редуцировать петлевые интегралы к интегралу от δ -функции.

В Параграфе 2.7 получен вклад в β -функцию, определяемый вкладом духов Нильсена–Каллош и соответствующих им полей Паули–Вилларса для случая общей формы регуляризации высшими ковариантными производными.

Глава 3 посвящена изучению структуры трехпетлевых вкладов в β -функцию $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики (СКЭД) с N_f ароматами, регуляризованной с помощью размерной редукции.

В Параграфе 3.1 описывается $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляри-

зованная с помощью размерной редукции.

В Параграфе 3.2 продемонстрирован механизм генерации NSVZ β -функции в трехпетлевом приближении $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной высшими ковариантными производными. Далее строится трехпетлевой схемнозависимый вклад в двухточечную функцию Грина калибровочного суперполя $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной с помощью размерной редукции. Показано, что факторизация интегралов, определяющих β -функцию $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, в интегралы от δ -функций имеет свой аналог для трехпетлевых схемнозависимых вкладов в β -функцию в случае, когда теория регуляризована с помощью размерной редукции. Для найденного аналога приведено явное выражение до третьего порядка теории возмущений включительно. Показано, что найденная структура связывает двухточечные функции Грина калибровочного и материальных суперполей, как это делают интегралы от δ -функции в теории, регуляризованной с помощью высших ковариантных производных.

В Параграфе 3.3 произведена проверка результата для трехпетлевой β -функции $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной с помощью размерной редукции, в $\overline{\text{DR}}$ -схеме.

В Главе 4 на основе найденных аналогов интегралов от δ -функции, для теории, регуляризованной с помощью размерной редукции, была найдена связь ренормгрупповых функций, выраженных в терминах голой константы связи. Показано, что если ренормгрупповые функции выражены в терминах голой константы связи, то для $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами NSVZ-соотношение не выполнено, если же ренормгрупповые функции выражены в терминах перенормированной константы связи, то NSVZ-соотношение также не выполнено в $\overline{\text{DR}}$ -схеме, однако, были найдены граничные условия, накладываемые на константы перенормировки, с помощью которых была получена NSVZ-схема до третьего порядка теории возмущений включительно.

В Параграфе 4.1 вычисляется аномальная размерность суперполей материи, выраженная в терминах голой константы связи. С помощью найденной связи двухточечных функций Грина калибровочного и материальных суперполей, устанавливающейся благодаря найденному аналогу интеграла от δ -функции, в теории, регуляризованной с помощью размерной редукции, было получено аналитическое выражение для аддитивной поправки к NSVZ-соотношению рассматриваемой теории. Показано, что для ренормгрупповых функций, выраженных в терминах голой константы связи, NSVZ-соотношение не выполняется, а β -функция явно зависит от ε .

В Параграфе 4.2 формулируются граничные условия для констант пе-

ренормировки в случае, когда теория регуляризована с помощью высших ковариантных производных, определяющие NSVZ-схему. Интегрированием ренормгрупповых уравнений получены выражения для констант перенормировки теории, регуляризованной с помощью размерной редукции в рассматриваемом порядке теории возмущений. Далее строятся граничные условия для констант перенормировки в случае, когда теория регуляризована с помощью размерной редукции в $\overline{\text{DR}}$ -схеме, определяющие условия совпадения соответствующих ренормгрупповых функций, выраженных в терминах перенормированной и голой констант связи. Затем данный результат проверяется для трехпетлевой β -функции и двухпетлевой аномальной размерности суперполей материи.

В Параграфе 4.3 строится конечная перенормировка констант связи, связывающая $\overline{\text{DR}}$ и NSVZ схемы, которая позволяет получить граничные условия, накладываемые на голую константу связи и константу перенормировки суперполей материи. Далее, с помощью найденных граничных условий были найдены конечные константы, определяющие NSVZ-схему.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты, полученные в диссертации.

- В трехпетлевых схемно зависимых интегралах, дающих вклад в β -функцию (определенную в терминах голой константы связи) $\mathcal{N} = 1$ СКЭД с N_f ароматами, регуляризованной с помощью размерной редукции, были найдены структуры, которые выполняют ту же роль, что и интегралы от δ -функции, возникающие при использовании регуляризации высшими производными.

- С помощью найденных аналогов интегралов от δ -функции для теории, регуляризованной с помощью размерной редукции, была построена связь 3-х петлевой β -функции с 2-х петлевой аномальной размерностью суперполей материи.

- Показано, что в отличие от регуляризации высшими производными, NSVZ-соотношение не справедливо для ренормгрупповых функций, определенных в терминах голой константы связи для теории, регуляризованной размерной редукцией.

- Для ренормгрупповых функций, определенных в терминах перенормированной константы связи, были построены граничные условия для кон-

стант перенормировки, дающие NSVZ-схему в случае теории, регуляризованной с помощью размерной редукции.

- Для неабелевой $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, регуляризованной высшими ковариантными производными с сохранением БРСТ-инвариантности, был вычислен вклад в β -функцию от духов Нильсена–Каллош.

- Было показано, что вклад в β -функцию (определенную в терминах голой константы связи) от духов Нильсена–Каллош может быть представлен в виде интеграла от двойной полной производной.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

Основные результаты, приведенные в диссертации, опубликованы в рецензируемых научных изданиях из списка ВАК:

1. Aleshin S. S., Kataev A. L., Stepanyantz K. V. Structure of three-loop contributions to the β -function of $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric QED with N_f flavors regularized by the dimensional reduction. // JETP Lett. – 2016. – 103. – no.2 – p. 77 – 81. / ArXiv.org e-print archive. 2015. arXiv: hep-th/1511.05675
2. Aleshin S. S., Kazantsev A. E., Skoptsov M. B., Stepanyantz K. V. One-loop divergences in non-Abelian supersymmetric theories regularized by BRST-invariant version of the higher derivative regularization. // JHEP – 2016. – 1605. – 014. / ArXiv.org e-print archive. 2016. arXiv: hep-th/1603.04347
3. Aleshin S. S., Goriachuk I. O., Kataev A. L., Stepanyantz K. V. The NSVZ scheme for $\mathcal{N} = 1$ SQED with N_f flavors, regularized by the dimensional reduction, in the three-loop approximation. // Phys.Lett. B – 2017. – 764. – p. 222 – 227. / ArXiv.org e-print archive. 2016. arXiv: hep-th/1610.08034

а также в сборнике тезисов

4. Алешин С. С. Структура квантовых поправок $\mathcal{N} = 1$ СКЭД, регуляризованной с помощью размерной редукции // Сборник тезисов XXIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов-2016», секция «Физика» – том 2 – с. 173 – 174.

и трудов

5. Алешин С. С., Катаев А. Л., Степаньянц К. В. Структура 3-х петлевых интегралов для β -функции $\mathcal{N} = 1$ СКЭД, регуляризованной размерной редукцией // Сборник трудов VI Всероссийской молодежной конференции по фундаментальным и инновационным вопросам современной физики, ФИАН, Москва, Россия. – 2015. – с. 77