**Пушкарь, Петр Евгеньевич.**  
Периодические траектории бильярдных динамических систем : диссертация ... кандидата физико-математических наук : 01.01.02. - Москва, 1998. - 58 с.

## Введение диссертации (часть автореферата)на тему «Периодические траектории бильярдных динамических систем»

Рассмотрим компактную гладкуюго выпуклую гиперповерхность (без края) в евклидовом пространстве. Рассмотрим лучи, движущиеся внутри поверхности по закону «угол падения равен углу отражения». Такой закон отражения определяет бильярдную динамическую систему, определенную на следэд^щм пространстве. Точ-кои пространства является пара, состоящая., .из точки гиперповерхности и не принадлежащего касательному пространству к гиперповерхности в этой точке направления. Динамическая система (отображение) определяв тся следующим образом: через точку проводим прямую вдоль направления, заданного в этой точке. Прямая пересечет нашу гиперповерхность еще в одной точке. Направление в полученной точке определяем как отраженное относительно касательного пространства (в полученной точке) к гиперповерхности направление прямой. Классический результат Люстерника и Шнирельмана утверждает, что у такой динамической системы, построенной по компактной гладкой выпуклой гиперповерхности в п-мерном евклидовом пространстве, не меньше п дважды периодических траекторий. Эта оценка точна и достигается на эллипсоиде с разными осями.

Рассмотрим многозначную бильярдную динамическую систему Б, определенную подобным образом для не обязательно выпуклой гладкой гиперповерхности. В работе исследуется вопрос о числе дважды периодических траекторий такой динамической системы. Каждой дважды периодической траектории ((х,а)(у,Ь))(В(х,а) = (у, 6), В(у, Ь) = (х,а)) (х,у - точки гиперповерхности, а, b - направления в этих точках) сопоставим отрезок [х,у] с концами на гиперповерхности. Условие дважды периодичности состоит в точности в том, что отрезок [х.у] перпендикулярен в концах к гиперповерхности. Пусть / — иммерсия многообразия Мп в Ип+к. Диаметром иммерсированного многообразия f(Mn) назовем отрезок, соединяющий две различные точки f(x) и f(y) иммерсии и перпендикулярный к касательным плоскостям f\*(TxM) и /\*(ТуМ) к иммерсированному многообразию в этих точках. Один из основных результатов работы состоит в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть Мп замкнутое многообразие размерности п и В = Z dim Н,(М, Z2). Тогда, для иммерсии общего положения многообразия М в евклидово пространство Rn+fc; число диаметров Мп в ~Rn+k не меньше \{В2 + (п - 1 )В).