**Теплый, Мирослав Иосифович.**  
**Контактные** **задачи** **теории** **упругости** **для** **тел** **с** **криволинейными** **границами** **и** **их** **приложения** : диссертация ... доктора технических наук : 01.02.04. - Львов, 1983. - 436 с. : ил.больше

[Цитаты из текста:](https://search.rsl.ru/ru/search)

* стр. 1

рукописи **ТЕПЛЫЙ** Шрослав **Иосифович** УДЕ{ 539.3 **КОНТАКТНЫЕ** **ЗАДАЧИ** ТЕОРМ УПРУГОСШ **ДЛЯ** **ТЕЛ** С 1{РЙВ0ЛШЙ1НЫШ **ГРАНИЦАМ** И ИХ ПРШЮйЕНШ 01.02.04 механика деформируемого твердого **тела** Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук Львов - 1983 ПРЕДИСЛОВИЕ "Основными направлениями эконокшческого и

* стр. 4

сделано в книгах f2.57, 2.69, 2.83 J . Целью настоящей работы является обобщение и развитие методов решения плоских **контактных** **задач** **теории** **упругости** **для** изотропных **тел**, ограниченных **криволинейными** поверхностягш, приведение различ­ ных технических **задач** к основным краевым **задачам** **теории** функций и получение

* стр. 11

щие фундаментальные результаты в области развития общих методов решения плоских и пространственных **контактных** **задач**. Ряд важных исследований по **теории** **контактного** взаимодействия и разработке методов решения смешанных **задач** **теории** **упругости** связаны с именами Б.Л.Абрамяна, А.Я.Александрова, В.М.Алексан­

## Оглавление диссертациидоктор технических наук Теплый, Мирослав Иосифович

Основными направлениями экономического и социального развития СССР на 1981-1985 годы и на период до 1990 года", утвержденными ХХУ1 съездом КПСС, предусмотрено дальнейшее развитие науки и ускорение технического прогресса, внедрение научных разработок в производство. В частности, ставится задача повысить качество, надёжность, экономичность и продуктивность машин, оборудования и других изделий машиностроения, снизить их материалоёмкость; указывается также на необходимость развивать математическую теорию, повышать эффективность её использования в прикладных целях.

Одной из первоочередных задач современного машиностроения является повышение надёжности и долговечности машин и приборов. Её решение в значительной степени обусловлено дальнейшим совершенствованием методов расчета на прочность деталей машин и элементов инженерных сооружений, применением новых материалов, прогрессивных технологий и др.

В этом плане представляется важным обеспечение высокой надёжности и долговечности подшипников, шарнирно-болтовых соединений, зубчатых передач, фрикционных и кулачковых механизмов, тормозных устройств и др., в которых конструктивно предусмотрено сопряжение деталей. Недостаточная контактная прочность последних, определяющая в большинстве случаев прочность соединения, узла, снижает эксплуатационные возможности машин, приборов и аппаратов.

Одной из основных задач при проектировании инженерных конструкций является определение полей напряжений и деформаций в их элементах заданной формы и размеров, а также создание на основе соответствующих исследований новых, более экономичных конструктивных форм.

Исходными при исследовании напряжений и деформаций в деталях машин и элементах инженерных сооружений являются решения контактных задач теории упругости, принадлежащих к числу актуальных научных проблем механики деформируемого твердого тела. Разработке методов решения контактных задач и анализу распределения напряжений в конкретных случаях сжатия твердых тел посвящено большое количество работ советских и зарубежных авторов. Советским ученым принадлежит заслуга обобщения и дальнейшего развития теории сжатия упругих тел, начало которой было положено Герцем. Обстоятельный обзор работ по контактным задачам, выполненным до 1972 года, содержится в труде "Развитие теории контактных задач в СССР" /"Наука", 1976; под ред. Л.А.Галина/.

Существенное научное и практическое значение имеет решение контактных задач теории упругости для случаев, когда область контакта соизмерима с радиусами кривизн поверхностей соприкасающихся тел. Такое явление имеет место, например, в подшипниках скольжения, шарнирно-болтовых соединениях, тормозных устройствах, соединениях с натягом и др. В этом случае известная гипотеза Герца о малости области контакта не имеет места, задачи становятся неклассическими и значительно усложняются в математическом плане.

Рассмотрение задач о сжатии упругих тел, ограниченных цилиндрическими поверхностями близких радиусов, было начато в работах И.Я.Штаермана и М.З.Народецкого. Важный вклад в разработку новых подходов к решению таких задач внесли в 50-е годы Д.В.Гри-лицкий, А.И.Каландия, В.В.Панасюк, М.П.Шереметьев. В работах упомянутых авторов на основе метода теории функций комплексного переменного изучается распределение контактных напряжений при сжатии идеально гладких односвязных тел /неограниченная пластина с круговым отверстием, круговой диск/, предложены различные способы сведения контактных задач к интегральным уравнениям, указаны методы приближённого решения этих уравнений.

Вместе с тем, развитие новой техники ставит перед наукой о прочности , в том числе перед механикой деформируемого твёрдого тела, новые проблемы и задачи, решение которых необходимо для совершенствования методов расчёта деталей машин и элементов инженерных сооружений на прочность, жёсткость, долговечность.

В связи с этим дальнейшее развитие теории контактных задач для упругих тел с криволинейными поверхностями шло в направлении их усложнения: учитывались такие факторы, как трение, шероховатость, износ. При этом получены важные для инженерной практики решения, имеющие непосредственное применение в расчётной практике и конструировании для различных отраслей техники. Обобщение и систематизация результатов теоретических и экспериментальных исследований по рассматриваемой научной проблеме сделано в книгах £2.57, 2.69, 2.83 7 •

Целью настоящей работы является обобщение и развитие методов решения плоских контактных задач теории упругости для изотропных тел, ограниченных криволинейными поверхностями, приведение различных технических задач к основным краевым задачам теории функций и получение их эффективных решений, использование результатов этих решений для разработки инженерных методик расчёта на прочность, жёсткость и долговечность характерных соединений и узлов машин.

В работе на основе метода теории функций комплексного переменного рассмотрены новые контактные задачи для упругих односвязных и двусвязных тел, в том числе составных, с учётом вида посадки сопряжённых поверхностей, шероховатости, трения, износа, реального загружения контактирующих тел. При этом используется единый подход к решению краевых задач, состоящий в сведении этих задач к сингулярным интегральным уравнениям с по следующим их приближённым решениям. Такой подход является наиболее эффективным и удобным, так как допускает использование прямых методов решения интегральных уравнений, сравнительно легко реализуемых на ЭВМ. В зависимости от характера задачи рекомендуется тот или иной метод приближённого решения разрешающих уравнений, позволяющий получить окончательные результаты в форме, удобной для использования в расчётной практике.

Наряду с разработкой и изложением общих приёмов решения контактных задач теории упругости для областей, ограниченных криволинейными поверхностями, рассмотрены конкретные и важные для практики проблемы, в частности расчёт на прочность шарнирно-бол-товых соединений и подшипниковых узлов, являющихся наиболее распространёнными соединениями и узлами машин.

Важнейшим результатом данного исследования является создание теоретических основ расчёта некоторых видов узлов трения на износ, что позволяет ещё на стадии проектирования машин прогнозировать износ или долговечность по износу их подвижных сопряжений.

Таким образом, диссертационная работа охватывает довольно широкий круг актуальных проблем, успешное решение которых имеет большое значение для дальнейшего развития прикладных аспектов механики деформируемого твёрдого тела, а также для создания методов расчёта деталей машин на прочность, жёсткость и долговечность.

Работа состоит из предисловия, введения, II глав, разделенных на три части, общих выводов и приложений.

Во введении даётся обзор существующих исследований по контактным задачам и распределению напряжений в упругих телах, ограниченных криволинейными поверхностями. В тексте диссертации указываются, как правило, лишь те работы, которые имеют непосредственное отношение к излагаемому материалу.

В первой части, содержание которой составляют главы 1-4, изложены результаты решения контактных задач для неограниченной упругой среды с круговым отверстием и упругого кругового цилиндра, контактирующего с границей отверстия. На основе методов Н.И.Мус-хелишвили эти задачи сведены к интегродифференциальным уравнениям для контактных напряжений. Предложен эффективный приём построения этих уравнений, обобщающий ранее известные подходы.

Приведены решения задач о распределении напряжений в случае контакта круговых идеально гладких цилиндрических тел. Изложен приближённый метод определения контактного давления, основанный на представлении искомой функции для давления в виде тригонометрического полинома. Показана эффективность этого метода. Определены не только контактные напряжения, но и впервые в строгой постановке дан анализ напряжённого и деформированного состояния в контактирующих телах, что важно при расчётах на прочность и жёсткость различных соединений.

Предложен метод решения задач для соединений с натягом при действии внешней нагрузки, основанный на сведении интегрального уравнения к дифференциальному уравнению, имеющему точное решение.

Рассмотрены задачи о распределении напряжений в цилиндрическом соединении при учёте сил трения. Здесь впервые даны решения задач о распределении напряжений в подвижных и неподвижных соединениях, когда на поверхности контакта силы трения заданы по Кулону или когда область контакта состоит из участков сцепления и проскальзывания. Приведены результаты расчётов для различных упругих свойств контактирующих тел и различных коэффициентов трения.

Во вторую часть входят главы 5-7. Они посвящены решению задач о распределении напряжений в круговых концентрических кольцах, испытывающих действие произвольных внешних нагрузок, а также задач о силовом контакте кольцевых областей с жёсткими или упругими телами. Методы решения, развитые в этих

главах, опираются на классический математический аппарат - теорию функций комплексного переменного. Комплексные потенциалы Колосова-Мусхелишвили для кольцевых областей ищутся в таком виде, что особенности, вызванные точками приложения сил, выделяются непосредственно и ряды в соответствующих функциях не нуждаются в дальнейшей трансформации, связанной с улучшением их сходимости.

В отличие от ранее опубликованных работ, в которых задачи решены с помощью метода рядов, здесь контактные задачи для кольцевых областей сведены к интегральным уравнениям относительно контактного давления, для которых построены эффективные приближённые решения.

Впервые в классической постановке рассмотрены контактные задачи для составных цилиндрических тел, приводящие к решению систем интегродифференциальных уравнений.

В третьей части /главы 8-11/ иллюстрируется применение методов Н.И.Мусхелишвили к решению некоторых задач машиностроения. В частности, предложены расчётные схемы шарнирно-болтовых соединений и дана методика их расчёта. Для определения контактных напряжений в этом случае получены интегральные уравнения, когда посадка сопряжённых тел осуществляется с зазором, и дифференциальные уравнения в случае посадки этих тел с натягом. Аналитические решения проверены экспериментально.

Исследовано влияние шероховатости на распределение напряжений в цилиндрическом соединении. При этом использована идея И.Я.Шта-ермана о комбинированном упругом основании. Решение задач сведено к нелинейным интегральным уравнениям. Разработан алгоритм их решения.

Рассмотрены задачи о напряжённом состоянии подшипниковых узлов) в целом. Аналогичные задачи для роликовых подшипников рассматривались Д.В.Вайнбергом и М.З.Народецким, которые полагали, что материалы контактирующих деталей одинаковы, посадка колец осутцествляется только с натягом, между кольцами подшипника, валом или корпусом имеет место жёсткое сцепление. В данном исследовании эти ограничения снимаются. Решения построены для посадок колец с натягом и зазором в предположении отсутствия трения на посадочных поверхностях. В результате получены зависимости для определения контактного давления и окружных напряжений на посадочных поверхностях сопряжённых деталей подшипника, а также установлены формулы для нахождения минимального натяга, т.е. натяга, при котором не произойдёт отрыв сопряжённых поверхностей. /

Предложен эффективный метод решения задач о контактном взаимодействии упругих тел, ограниченных криволинейными поверхностями, с учётом непрерывного изменения формы и размеров этих тел вследствие их изнашивания. На этой основе решены важные в практическом отношении задачи о распределении напряжений в некоторых видах трибосопряжений /подшипниках скольжения, барабанно-колодочных тормозах, деталях цилиндропоршневой группы/. Решение задач построено при нелинейном законе изнашивания и сведено к нелинейным интегродифференциальным уравнениям. Приближённое решение этих уравнений проводится методом коллокации; при этом искомая функция для контактного давления аппроксимируется тригонометрическим многочленом с неизвестными коэффициентами. Для определения этих коэффициентов получена система дифференциальных уравнений, решение которой осуществляется конечно-разностным методом.