*Жураковський Богдан Михайлович. Назва дисертаційної роботи: "Виявлення прихованих періодичностей в моделях регресії з локально перетвореним гаусівським стаціонарним шумом"*

*Нацiональний технiчний унiверситет України*

*"Київський полiтехнiчний iнститут"*

*На правах рукопису*

*Жураковський Богдан Михайлович*

*УДК 519.21*

*Виявлення прихованих перiодичностей*

*в моделях регресiї з локально*

*перетвореним гаусiвським стацiонарним*

*шумом*

*Дисертацiя*

*на здобуття наукового ступеня*

*кандидата фiзико-математичних наук*

*Спецiальнiсть 01.01.05 - теорiя ймовiрностей та математична статистика*

*Науковий керiвник - доктор*

*фiзико-математичних наук, професор*

*Iванов Олександр Володимирович*

*Київ - 2016*

*2*

*ЗМIСТ*

*Вступ 4*

*Роздiл 1 Огляд лiтератури за темою дисертацiї 24*

*Роздiл 2 Оцiнка найменших квадратiв параметрiв тригонометричної моделi регресiї 31*

*2.1 Постановка та хiд розв’язання задачi . . . . . . . . . . 31*

*2.2 Консистентнiсть оцiнки найменших квадратiв . . . . . 32*

*2.3 Теорема редукцiї . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 45*

*2.4 Асимптотична єдинiсть оцiнки найменших квадратiв . 57*

*2.5 Асимптотична нормальнiсть одного iнтеграла . . . . . 67*

*2.6 Асимптотична нормальнiсть оцiнки найменших квадратiв амплiтуд та кутових частот суми гармонiчних*

*коливань . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 84*

*Висновки до роздiлу 2 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 91*

*Роздiл 3 Перiодограмнi оцiнки параметрiв гармонiчного коливання 92*

*3.1 Попереднi зауваження . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 92*

*3.2 Консистентнiсть перiодограмних оцiнок . . . . . . . . . 93*

*3.3 Асимптотична нормальнiсть перiодограмних оцiнок . . 96*

*Висновки до роздiлу 3 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 108*

*Роздiл 4 Перiодограмнi оцiнки амплiтуди та параметра масштабу майже-перiодичної функцiї регресiї 109*

*4.1 Попереднi зауваження . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 109*

*3*

*4.2 Консистентнiсть перiодограмних оцiнок параметрiв майжеперiодичної функцiї регресiї . . . . . . . . . . . . . . . 109*

*4.3 Асимптотична нормальнiсть . . . . . . . . . . . . . . . 116*

*4.4 Оцiнювання коварiацiйних матриць граничних нормальних розподiлiв . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 126*

*4.5 Приклади функцiй G iз умови A1 . . . . . . . . . . . . 128*

*Висновки до роздiлу 4 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 130*

*Загальнi висновки 132*

*Список використаних джерел 133*

*4*

*ВСТУП*

*Актуальнiсть теми.*

*В статистицi випадкових процесiв поважне мiсце займає математична*

*модель "сигнал + шум". Велика кiлькiсть статистичних задач стосовно таких моделей розв’язується в рамках нелiнiйного регресiйного аналiзу, в якому розглядаються нелiнiйнi або частково нелiнiйнi вiдносно невiдомих параметрiв функцiї регресiї.*

*Лiнiйнi та нелiнiйнi моделi регресiї в статистицi випадкових процесiв розглядались в монографiях У. Гренандера, М. Розенблата [79, 80], У.*

*Гренандера [78], I.А. Iбрагiмова, Ю.А. Розанова [21], Р.Ш. Лiпцера, А.М.*

*Ширяєва [38], Е.Дж. Хеннана [46], Т. Андерсона [50], I.А. Iбрагiмова, Р.З.*

*Хасьмiнського [22], I.Ш. Iбрамхалiлова, А.В. Скорохода [23], М.Й. Ядренка [48], Ю.А. Кутоянца [35, 98], П.С. Кнопова [30], А.Я. Дороговцева [11],*

*О.В. Iванова, М.М. Леоненка [29], Б.Л.С. Пракаса Рао [111], Б.Г. Квiна,*

*Е.Дж. Хеннана [112] тощо.*

*Серед рiзномаїття проблем нелiнiйного регресiйного аналiзу слiд окремо вiдзначити задачу оцiнювання амплiтуд та кутових частот, взагалi кажучи, суми гармонiчних коливань, що маскується адитивним випадковим*

*шумом. Така модель регресiї називається тригонометричною, а описана задача – задачею про виявлення прихованих перiодичностей.*

*У детермiнiстськiй постановцi, коли треба iдентифiкувати параметри*

*суми гармонiк за спостереженнями цiєї суми (випадковий шум вiдсутнiй),*

*цю задачу почав розв’язувати ще Ж.Л. Лагранж у 18-му сторiччi. На середину 20-го сторiччя стан справ у розв’язаннi детермiнованої задачi про виявлення прихованих перiодичностей зафiксовано у книжцi М.Г. Серебреннiкова,*

*А.А. Первозванського [44].*

*5*

*Статистична постановка та розв’язання задачi про виявлення прихованих перiодичностей (перiодограмний пiдхiд) мiстяться у роботах А. Шустера [121,122], Г.У. Юла [135], Р.Фiшера [73], Є.Є. Слуцького [45,123], П.А.П.*

*Морана [103], М. Бартлета [58, 59] та розвивались у численних роботах наступних поколiнь математикiв (див., наприклад, книжку Б.Г. Квiна, Е.Дж.*

*Хеннана [112]).*

*Асимптотична поведiнка оцiнок найменших квадратiв (о.н.к) параметрiв тригонометричної регресiї вперше вивчалась П. Уiтлом [132], а починаючи з 70-х рокiв минулого столiття, А.М. Уолкером, Е.Дж.Хеннаном, А.Я.*

*Дороговцевим, О.В. Iвановим та iн. в моделях з дискретним та неперервним часом за рiзними припущеннями щодо випадкового шуму. В той же*

*час рiзнi узагальнення тригонометричної моделi регресiї розглядали А.Я.*

*Дороговцев та П.С. Кнопов.*

*Бiльш нiж 200-рiчний стiйкий iнтерес до задачi про виявлення прихованих перiодичностей пояснюється її надзвичайно широким спектром застосувань в природничих науках, таких як астрономiя, бiологiя, метеорологiя, сейсмологiя, геофiзика, а також в економiцi, в технiчних галузях знань,*

*пов’язаних iз вивченням коливальних процесiв, – акустицi, вiбрацiйнiй технiцi, автоматицi, електротехнiцi, радiотехнiцi тощо.*

*Для сучасного етапу розвитку цiєї теорiї властиве ускладнення математичних моделей випадкового шуму. В нашiй роботi розглянуто задачу про*

*виявлення прихованих перiодичностей у тригонометричних моделях з випадковим шумом, який є нелiнiйним локальним перетворенням, можливо,*

*сильно залежного гаусiвського стацiонарного процесу (див. монографiю П.*

*Духана, Г. Оппенгейма, М.С. Такку [72] та статтю В.В. Ана, В.П. Кнопової,*

*М.М. Леоненка [51]). Така постановка задачi є новою i ранiше не розглядалась. Доведено, що о.н.к. та перiодограмнi оцiнки невiдомих параметрiв*

*є консистентними та асимптотично нормальними. Таким чином, напрямок*

*6*

*дослiджень дисертацiйної роботи є актуальним та перспективним як з теоретичної точки зору, так i з точки зору можливих застосувань.*

*Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами.*

*Дисертацiйна робота виконана на кафедрi математичного аналiзу та теорiї ймовiрностей Нацiонального технiчного унiверситету України "Київський полiтехнiчний iнститут" в рамках держбюджетної науково-дослiдної*

*роботи № 2200Ф "Дослiдження актуальних проблем теорiї випадкових процесiв, математичного аналiзу та крайових задач математичної фiзики" (держреєстрацiя № 0109U001227).*

*Мета та задачi дослiдження.*

*Метою роботи є подальший розвиток теорiї оцiнювання параметрiв*

*тригонометричної функцiї регресiї в моделях iз випадковим шумом, що є*

*локальним перетворенням гаусiвського стацiонарного процесу.*

*Об’єктом дослiдження є тригонометрична модель регресiї з неперервним часом та описаним вище випадковим шумом.*

*Предметом дослiдження є асимптотичнi властивостi о.н.к. та перiодограмних оцiнок параметрiв тригонометричних моделей регресiї.*

*У роботi розглянуто такi задачi:*

*• дослiдження умов консистентностi, асимптотичної єдиностi та асимптотичної нормальностi о.н.к. невiдомих амплiтуд та кутових частот суми*

*гармонiчних коливань, що спостерiгається на фонi випадкового шуму,*

*який є локальним функцiоналом вiд гаусiвського стацiонарного процесу;*

*• дослiдження умов консистентностi та асимптотичної нормальностi перiодограмних оцiнок параметрiв гармонiчного коливання, що спостерiгається на фонi випадкового шуму, який є локальним функцiоналом вiд*

*гаусiвського стацiонарного процесу;*

*7*

*• дослiдження умов консистентностi та асимптотичної нормальностi перiодограмних оцiнок амплiтуди та параметра масштабу майже перiодичної функцiї регресiї (сигналу), що спостерiгається на фонi випадкового*

*шуму, який є локальним функцiоналом вiд гаусiвського стацiонарного*

*процесу.*

*Методика дослiдження.*

*У роботi використано розклади у ряди за полiномами Чебишова-Ермiта*

*функцiоналiв вiд гаусiвського випадкового процесу, метод моментiв доведення центральної граничної теореми (ц.г.т.) для векторних iнтегралiв вiд зважених нелiнiйних локальних перетворень гаусiвського стацiонарного процесу, дiаграмна формула, теорема Брауера про нерухому точку. Застосовано*

*також методи нелiнiйного регресiйного аналiзу, поняття спектральної мiри*

*функцiї регресiї.*

*Наукова новизна одержаних результатiв.*

*Усi отриманi у дисертацiї результати є новими. Зокрема,*

*• знайдено достатнi умови консистентностi о.н.к. параметрiв суми гармонiчних коливань;*

*• одержано достатнi умови асимптотичної єдиностi за ймовiрнiстю о.н.к.*

*параметрiв нелiнiйної моделi регресiї, що охоплює випадок тригонометричної регресiї;*

*• доведено ц.г.т. для векторного iнтегралу вiд зваженого нелiнiйного локального перетворення гаусiвського стацiонарного процесу;*

*• отримано достатнi умови асимптотичної нормальностi о.н.к. параметрiв*

*нелiнiйної моделi регресiї iз застосуванням до тригонометричної регресiї;*

*8*

*• отримано властивостi консистентностi та асимптотичної нормальностi*

*перiодограмних оцiнок параметрiв гармонiчного коливання;*

*• знайдено достатнi умови консистентностi та асимптотичної нормальностi перiодограмних оцiнок амплiтуди та параметра масштабу майжеперiодичної функцiї регресiї.*

*Практичне значення одержаних результатiв.*

*Результати, отриманi в дисертацiї, мають теоретичний характер. Вони*

*можуть бути застосованi в рiзних галузях природничих, економiчних, технiчних наук, де виникає проблема виявлення прихованих перiодичностей.*

*Особистий внесок здобувача.*

*Усi результати дисертацiйної роботи отримано здобувачем самостiйно.*

*За результатами дисертацiї автором опублiкувано п’ять робiт, з них три у*

*спiвавторствi з науковим керiвником Iвановим О.В., у яких Iванову О.В.*

*належить постановка задач та загальне керiвництво роботою. Також одну*

*роботу опублiковано у спiвавторствi з Iвановим О.В., Леоненком М.М. та*

*Руїз-Медiною М.Д. У дисертацiї з цiєї роботи наводяться лише результати*

*автора дисертацiї.*

*Апробацiя результатiв.*

*Результати дисертацiйної роботи доповiдались та обговорювались на*

*• I-IV-iй мiжунiверситетських конференцiях з математики та фiзики для*

*студентiв та молодих вчених (м. Київ, 2009 р., 2011 р., 2013 р., 2015 р.);*

*• XIII-XVI-iй мiжнародних наукових конференцiях iменi академiка М.*

*Кравчука (м. Київ, 2010 р., 2012 р., 2014 р., 2015 р.);*

*• Мiжнароднiй конференцiї "Modern Stochastic: Theory and Applications*

*II" (м. Київ, 2010 р.);*

*9*

*• Мiжнароднiй конференцiї "Modern Stochastic: Theory and Applications*

*III" (м. Київ, 2012 р.);*

*• IV-iй мiжнароднiй конференцiї студентiв, аспiрантiв та молодих вчених*

*"Theoretical and applied aspects of cybernetics"(м. Київ, 2014 р.)*

*• Мiжнароднiй конференцiї "Probability, Reliability and Stochastic Optimization"(м. Київ, 2015 р.);*

*• Мiжнароднiй конференцiї "Stochastic Processes in Abstract Spaces" (м.*

*Київ, 2015 р.).*

*• засiданнях наукового семiнару з "Статистичнi проблеми для випадкових*

*процесiв i полiв" при кафедрi математичного аналiзу i теорiї ймовiрностей НТУУ "КПI" (керiвники – д.ф.-м.н. проф. О.I. Клесов, д.ф.-м.н.*

*проф. О.В. Iванов), (м.Київ, 2013 р., 2015 р.);*

*• засiданнi наукового семiнару вiддiлу математичних методiв дослiдження операцiй Iнституту кiбернетики iм. В.М. Глушкова НАН України*

*(керiвник – член-корр. НАН України, д.ф.-м.н. проф. П.С. Кнопов) (м.*

*Київ, 2015 р.);*

*• сумiсному засiданнi наукових семiнарiв «Теорiя ймовiрностей i математична статистика» кафедри теорiї ймовiрностей, статистики i актуарної*

*математики КНУ iм. Тараса Шевченка (керiвники – д.ф.-м.н. проф. Ю.С.*

*Мiшура, д.ф.-м.н. проф. Ю.В. Козаченко) та «Асимптотичнi методи в*

*статистицi» кафедри математичного аналiзу КНУ iм. Тараса Шевченка*

*(керiвники – д.ф.-м.н. проф. О.Г. Кукуш, д.ф.-м.н. проф. Р.Є. Майборода)*

*(м. Київ, 2015 р.)*

*10*

*Публiкацiї.*

*За результатами дисертацiйної роботи опублiковано п’ять статей у фахових виданнях [12–14, 90, 94] та 13 тез доповiдей на конференцiях [15–20,*

*92, 93, 136–140]. До наукометричних баз даних входять 2 статтi.*

*Структура та обсяг дисертацiї.*

*Дисертацiя складається зi вступу, чотирьох роздiлiв, розбитих на пiдроздiли, висновкiв та списку використаних джерел, що мiстить 140 найменувань. Обсяг дисертацiї становить 146 сторiнок друкованого тексту.*

*Змiст роботи.*

*В 1-му роздiлi зроблено стислий iсторичний огляд публiкацiй за тематикою дисертацiї та описано сучасний стан вивчення проблеми виявлення*

*прихованих перiодичностей.*

*2-й роздiл присвячено дослiдженню консистентностi та асимптотичної*

*нормальностi о.н.к. параметрiв суми гармонiчних коливань, що спостерiгається на фонi випадкового шуму, який є локальним функцiоналом вiд гаусiвського стацiонарного процесу.*

ЗАГАЛЬНВИСНОВКИ

Дисертацйнуроботуприсвяченовивченнюасимптотичнихвластивостейоцнокпараметрвтригонометричнихмоделейрегресїзнеперервним

часомташумомщоєнелнйнимлокальнимперетвореннямгаусвського

стацонарногоможливосильнозалежноговипадковогопроцесуЗокрема

–звикористаннямдаграмноїформулизнайденодостатнумовиконсистентностонкпараметрвсумигармончнихколивань

–одержанодостатнумовиасимптотичноїєдиностзаймоврнстю

онкпараметрвнелнйноїмоделрегресїщоохоплюєвипадоктригонометричноїрегресї

–звикористаннямметодумоментвААМарковатадаграмноїтехнкидоведеноцгтдлявекторногонтегралувдзваженогонелнйного

локальногоперетвореннягаусвськогостацонарногопроцесу

–звикористаннямтеоремиБрауерапронерухомуточкуотриманодостатнумовиасимптотичноїнормальностонкпараметрвнелнйноїмоделрегресїтарозглянутоїхзастосуваннядотригонометричноїмоделрегресї

–отриманоконсистентнстьтазвикористаннямцгтдляописаного

вищентегралуасимптотичнунормальнстьперодограмнихоцнокпараметрвгармончногоколивання

–знайденодостатнумовиконсистентносттазвикористаннямцгт

длявекторногонтегралудостатнумовиасимптотичноїнормальностперодограмнихоцнокамплтудитапараметрамасштабумайжеперодичної

функцїрегресї

Роботаноситьтеоретичнийхарактераленанашпоглядмаєпотенцал

застосуванняурозв’язаннреальнихзадачвиявленняприхованихперодичностей