

Селим Рами Салах Сабер

**Спектр пульсаций развитого турбулентного пограничного слоя на
пластине в несжимаемой жидкости**

Специальность: 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук**

Жуковский – 2022

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: Жаров Владимир Алексеевич – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник

Ведущая организация: Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области Московской государственной областной университет

Защита состоится **29 июля 2022 года в 15 часов 00 минут** на заседании диссертационного совета **ФАКТ.01.02.05.005**, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (МФТИ, Физтех)

по адресу: 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МФТИ, Физтех и на сайте организации <https://mipt.ru>

Автореферат разослан «__» _____ 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Быков Александр Андреевич

Актуальность темы исследования:

Диссертационная работа посвящена турбулентным течениям, которые встречаются во многих практических ситуациях. Один из наиболее важных случаев турбулентных течений – это течение газа и жидкости в пограничном слое (ПС). Изучению течения в турбулентном ПС до настоящего времени было посвящено огромное количество теоретических и экспериментальных работ [1–3]. В виду такой востребованности в технике возникает необходимость в достаточно простых и в тоже время содержательных моделях описания подобных течений. Поэтому в технике используются многочисленные так называемые инженерные модели [4]. Однако эти модели не содержат явлений, которые к настоящему времени были открыты экспериментальным путем [5, 6]. Когерентные структуры в турбулентном пограничном слое на плоской пластине являются наиболее актуальными экспериментальными явлениями турбулентности, как показано в работе [7, 8]. В то же время общий прогресс в области динамики жидкости и теплообмена оказывает влияние на численное моделирование турбулентности. Отметим здесь DNS и LES модели, которые требуют значительного машинного ресурса [9]. В связи с этим возникает необходимость построения таких моделей турбулентного пограничного слоя, которые содержат новые явления. существует многочисленная литература [10] по конструированию моделей турбулентности. Однако эти методы весьма формальны и не дают физических представлений о процессах, происходящих в развитом турбулентном пограничном слое. В связи с этим отметим волноводную модель [11, 12]. Оказалось, возможным применить эту модель к ТПС [13], и она отражает многие современные достижения в турбулентном ТПС.

Степень разработанности проблемы:

Прогресс в изучении однородных и изотропных турбулентных течений известен [14], чего нельзя сказать о течениях типа пограничного слоя. В последние десятилетия был опубликован ряд работ по изучению турбулентности в

турбулентных пограничных слоях. В работах [5] убедительно доказано существование когерентной динамической составляющей в турбулентных пограничных слоях (ТПС).

В монографии [15] приведены современные методы построения инженерных моделей турбулентности, основанных на ренормгрупповых подходах решения стохастических задач или так называемых подсеточных моделей. В работе [16] построена модель развитого ТПС с явным выделением когерентной составляющей потока.

Целью исследования:

Основной целью диссертационной работы является изучение физических (спектральных) характеристик волноводной модели развитого турбулентного пограничного слоя для несжимаемой жидкости, обтекающей пластину с нулевым продольным градиентом давления. При этом решались следующие задачи:

1. Сравнительная оценка методов корректного решения спектральной задачи.
2. Получение собственных значений спектральной задачи для уравнения Орра-Зоммерфельда на профиле средней продольной скорости ТПС, дисперсионных соотношений для мод и свойств множественного трехволнового резонанса.
3. Исследование когерентной структуры с точки зрения множественного 3-волнового резонанса и изучение ее динамической системы путем применения теоремы Биркгофа–Хинчина к системе уравнений динамики амплитуд мод множественного 3-волнового резонанса.
4. Построение характеристик ТПС на основе волноводной модели и сравнение с экспериментом.

Научная новизна:

1. Определены с высокой точностью моды уравнения Орра–Зоммерфельда на профиле средней продольной скорости в ТПС.
2. Сформулирована и решена система обыкновенных дифференциальных уравнений для совокупности волн в состоянии множественного трехволнового резонанса, описывающая когерентную структуру.
3. Полученная система автономных уравнений для амплитуд гармоник и субгармоник сопоставлена с теоремой Биркгофа–Хинчина (в формулировке А. Н. Колмогорова) и проверено численно свойство эргодичности этой системы.
4. Определены среднеквадратичные значения пульсаций скорости, напряжения сдвига Рейнольдса. Показано, что поведение касательного напряжения имеет качественное и количественное согласие с экспериментальными данными Клебанова.
5. Установлено, что полученные статистические характеристики ТПС определяются только когерентной частью полного решения задачи.

Теоретическая и практическая значимость работы:

1. Использована волноводная модель, которая сводит определение пульсаций скорости к динамике волн Т–Ш в развитом ТПС.
2. Явное выделение особенности течения (когерентной части турбулентного пограничного слоя) и определение статистических характеристик пульсаций.
3. Построена модель ТПС, которая не требует переопределения констант этой модели.
4. Математическая структура решения исходной задачи может быть полезна для построения инженерных моделей турбулентности в пограничном слое.

Методология и метод исследований:

В работе использовались ТФКП, Фурье-преобразование, метод сингулярной теории возмущений. Машинная аналитика (пакет прикладных программ MATHEMATICA Wolfram Research v.5.0) используется для более сложных аналитических и численных расчетов.

на защиту выносятся:

1. Решение существенных задач турбулентного движения в пограничном слое на плоской пластине при нулевом угле атаки в отсутствие продольного градиента давления.
2. Метод коллокаций для решения спектральной задачи уравнения Орр-Зоммерфельда на турбулентном профиле.
3. Определена динамическая система обыкновенных дифференциальных уравнений в состоянии множественного 3-волнового резонанса, представляющая следствие решения уравнений Навье-Стокса, моделирующая динамику турбулентных пульсаций.
4. Динамика волн Толлмина-Шлихтинга в состоянии множественного 3-волнового резонанса, удовлетворяет условиям теоремы Биркгофа-Хинчина, поэтому можно предположить, что система уравнений для амплитуд гармоники и субгармоник обладает свойством эргодичности.
5. Построена волноводная модель для изучения, развитого ТПС, позволяющая определять статистические характеристики развитого ТПС.

Достоверность полученных результатов:

Достоверность изложенных численных результатов в данной диссертации представляется достаточно высокой. В работе проведено сравнение численных результатов с результатами других авторов. Проведено сопоставление численных результатов, полученных различными методами. Численные результаты в данной

работе хорошо согласуются с численными и экспериментальными результатами в ТПС.

Апробация работы:

1. 61-я Всероссийская научная конференция МФТИ, Жуковский, МФТИ, 19 - 25 ноября 2018 г.
2. Международная многопрофильная конференция «Физические свойства материалов и дисперсных сред для элементов информационных систем, нанoeлектронных устройств и экологических технологий», Москва, МГОУ, 17-18 апреля 2019 г.
3. 62-я Всероссийская научная конференция МФТИ, Жуковский, МФТИ, 19-25 ноября 2019 г.
4. Международная конференция «Перспективная элементная база микро-и нанoeлектроники с использованием современных достижений теоретической физики», Москва, МГОУ, 16 сентября 2020 г.
5. 63-я Всероссийская научная конференция МФТИ, Жуковский, МФТИ, 23–29 ноября 2020 г.
6. Международная конференция «Перспективная элементная база микро- и нанoeлектроники с использованием современных достижений теоретической физики», Москва, МГОУ, 20–23 апреля 2021 г.

Личный вклад автора:

Все приведенные результаты исследований в данной диссертации, выполнены самим автором и под непосредственным руководством научного руководителя. Автором проведено сопоставление численных результатов, полученных различными методами. Автор неоднократно докладывал результаты диссертационной работы на научных конференциях.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности:

Содержание данной работы соответствует паспорту специальности 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы, в частности пунктам:

п. 1 – Реологические законы поведения текучих однородных и многофазных сред при механических и других воздействиях.

п. 3 – Ламинарные и турбулентные течения.

п. 13 – Гидродинамическая устойчивость.

п.14 – линейные нелинейные волны в жидкостях и газах.

Объём и структура диссертации:

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и четырех приложений. Работа содержит в общей объем (116) страниц. В работе включены (45) рисунка, 17 таблиц и 140 источник информации.

КРАТКОЕ ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждаются инженерные модели турбулентности, широко используемые в практической деятельности аэродинамиков-вычислителей. Акцентируется внимание на их недостатках. Делается обзор современных методов построения инженерных моделей и рассматривается физическая модель турбулентности на основе волноводной модели развитого ТПС.

В первой главе представлена формулировка спектральной задачи во временной постановке для уравнения Орра-Зоммерфельда для несжимаемой жидкости, обтекающей пластину с нулевым продольным градиентом давления.

В п. 1.1. Приведены уравнения для определения когерентной части амплитуды волны Толлмина–Шлихтинга в одномодовом приближении. Представлена динамическая система уравнений для амплитуд волн в множественного 3–волнового резонанса волн Толлмина–Шлихтинга. Собственные функции и дисперсионные характеристики спектральной задачи уравнения Орра-Зоммерфельда определены в широком диапазоне волновых чисел.

Система уравнения Орра-Зоммерфельда и Сквайра для Фурье-компонент вертикальной скорости v_k и вертикальной завихренности η_k :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i \omega_{os}\right) \left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2\right) v_k + \hat{L}_{o-s} v_k = \varepsilon \hat{D}_{osi} T_i - \varepsilon^2 \hat{D}_{osi} Q_{ki}, \quad (1)$$

$$\hat{L}_{o-s} = i(\alpha \bar{u} - \omega_{os}) \left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2\right) - i \alpha \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} - \frac{1}{Re_\delta} \left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2\right)^2.$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i \omega_{sq}\right) \left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2\right) \eta_k + \hat{L}_{s-q} \eta_k = \varepsilon \hat{D}_{sqi} T_i - \varepsilon^2 \hat{D}_{sqi} Q_{ki}, \quad (2)$$

$$\hat{L}_{s-q} = i(\alpha \bar{u} - \omega_{sq}) + i \beta \frac{d\bar{u}}{dy} v_k - \frac{1}{Re_\delta} \left(\frac{d^2}{dy^2} - k^2\right).$$

$$T_i = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j} - u'_i u'_j), \hat{D}_{osi} = -\left(i \alpha \frac{\partial}{\partial y}, k^2, i \beta \frac{\partial}{\partial y}\right); \hat{D}_{si} = (i \beta, 0, -i \alpha),$$

$$Q_x = u' \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad Q_y = v' \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{v} \frac{\partial v'}{\partial y}, \quad Q_z = \bar{v} \frac{\partial w'}{\partial y}.$$

Далее будет рассмотрено одномодовое приближение [11]

$$v_k = A_k(t) \varphi_k(y) e^{-i\omega(k)t_0 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_0}, A_k = \bar{A}_k^c + \bar{A}'_k, \quad (3)$$

где $A_k(t)$ – представлена в виде суммы когерентной $\bar{A}_k^c$ и некогерентной $\bar{A}'_k$. Затем когерентная часть амплитудной волны Толлмина Шлихтинга определяется следующим образом

$$\frac{\partial \bar{A}_k^c}{\partial t} = -\varepsilon \int \bar{H}_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} \bar{A}_{\mathbf{k}_1}^c \bar{A}_{\mathbf{k}_2}^c d\mathbf{k}_1 + O(\varepsilon^2), \quad (4)$$

$$\bar{H}_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} = H_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2} e^{i(\omega_r(\mathbf{k}) - \omega_r(\mathbf{k}_1) - \omega_r(\mathbf{k}_2))t}, \quad \mathbf{k}_2 = \mathbf{k} - \mathbf{k}_1.$$

Где $H_{\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{k}_3}$ [12] определяется интегралами от комбинаций собственных функций уравнения Орра-Зоммерфельда (1). Для амплитуды $\bar{A}_k^{c(0)}$ вертикальной составляющей скорости в Фурье–представлении в следующем виде решение уравнения (4) дает

$$\begin{aligned} \bar{A}_k^{c(0)}(t_1) = & a_1(t_1) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1^{(0)}) + a_1^*(t_1) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1^{(0)}) \\ & + \sum_s \left(a_2^s(t_1) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_2^{s(0)}) + a_2^{s*}(t_1) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_2^{s(0)}) \right) \\ & + \sum_s \left(a_3^s(t_1) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_3^{s(0)}) + a_3^{s*}(t_1) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_3^{s(0)}) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{k}_1^{(0)} = \mathbf{k}_2^{s(0)} + \mathbf{k}_3^{s(0)}$, и $\mathbf{k}_1^{(0)}$ – волновое число основной гармоники, $\mathbf{k}_l^{s(0)}$, $l = 2, 3$; $s = 1, 2, \dots, m$, – волновые числа субгармоник, $\delta(\mathbf{x})$ – дельта-функция Дирака, $(*)$ операция комплексного сопряжения. В результате получаем динамическую систему уравнений для амплитуд волн в состоянии множественного 3–волнового резонанса волн Толлмина-Шлихтинга:

$$\frac{da_1}{dt_1} = \sum_{s=1}^m \Lambda_1^s a_2^s a_3^s, \quad \frac{da_2^s}{dt_1} = \Lambda_2^s a_1 a_3^{s*}, \quad \frac{da_3^s}{dt_1} = \Lambda_3^s a_1 a_2^{s*}, \quad (6)$$

где $\Lambda_l^s, l = 1, 2, 3, s = 1, 2, \dots, m$ являются комплексными числами, которые могут быть вычислены из интегралов характеристик собственных функций уравнения Орра-Зоммерфельда $H_{k_1 k_2 k_3}$ [12].

В п. 1.2 и п. 1.3 обсуждается дискретный спектр собственных значений и собственных функций спектральной задачи для уравнения Орра-Зоммерфельда (1). Основная цель состоит в том, чтобы получить характеристики этого спектра: дисперсионные соотношения, резонансы и т.д.

В п. 1.4. Обсуждается профиль продольной скорости в ламинарных и турбулентных пограничных слоях [17, 18]. Тестируется аналитическая модель профиля средней продольной скорости ТПС, предложенная в [18]. Показано, что этот профиль средней продольной скорости в ТПС достаточно хорошо отображает свойства турбулентного пограничного слоя.

Во второй главе Представлены результаты решения спектральной задачи для уравнения Орра-Зоммерфельда (1) при использовании профиля Блазиуса [17] и профиля ТПС [18] с использованием конечно-разностных и коллокаций методов.

В п. 2.1 и 2.2 Сформулированы два численных подхода решения спектральной задачи: конечно-разностный и коллокаций методы и проведено сравнение между ними.

В п. 2.3 Рассмотрена постановка и представлено решение спектральной задачи для Орра-Зоммерфельда (1) на профиле Блазиуса [17] с целью сравнения используемых методов с известными высокоточными решениями.

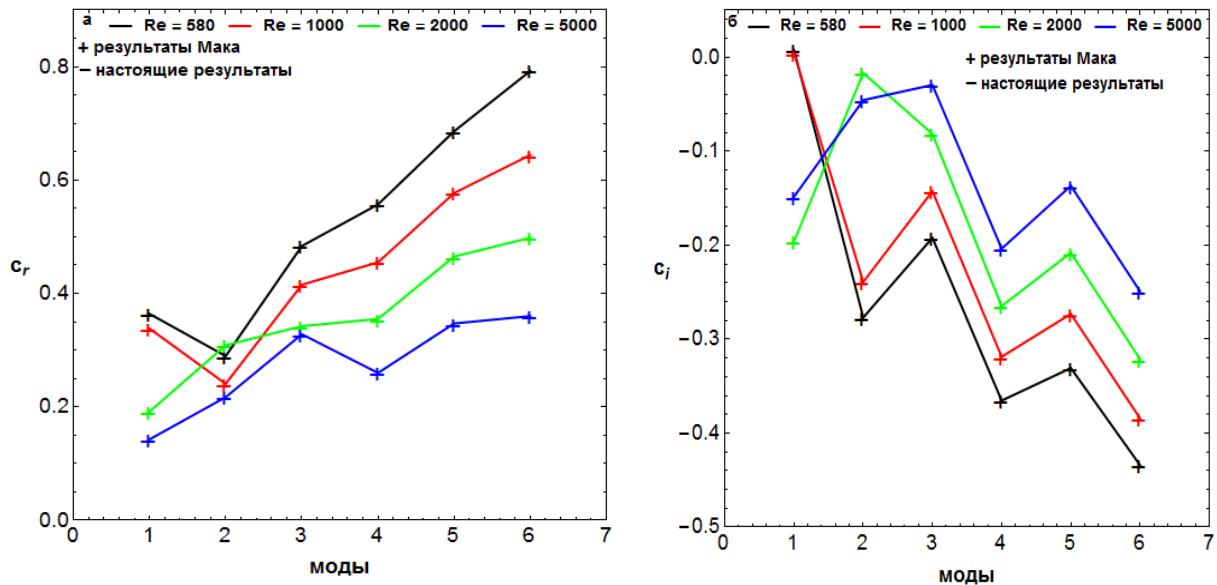


Рис.1. Сравнение дисперсионного соотношения (а, б) для шести мод с результатами работы [19] при разных значениях числа Рейнольдса.

Получено хорошее совпадение на рис. 1 с результатами работы [19] при разных значениях числа Рейнольдса. Количество точек коллокации важно в этом исследовании, поскольку оно обеспечивает высокую точность (см. рис.2).

В п. 2.4 Получены спектральные характеристики уравнения Орра-Зоммерфельда (1) на профиле средней продольной скорости ТПС [18].

На рис. 3 показано сравнение первых двух мод между двумя различными методами (CCM, FDM) сформулировано в верхней части рисунка, а мнимая часть - внизу. Все результаты сформулированы в цветовой кривой, чтобы их было легко отличить. Первая мода обозначается символом (1-мод), а вторая т.е - (2-мод).

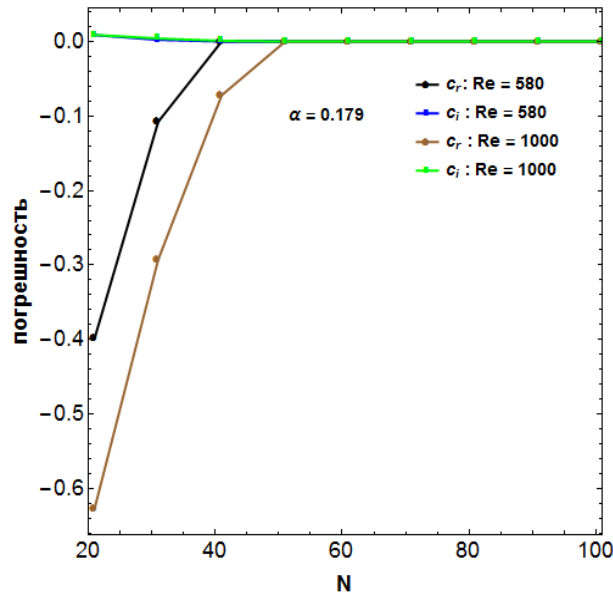


Рис.2. Сходимость первого собственного значения, относительная погрешность как функция числа полиномов Чебышева N .

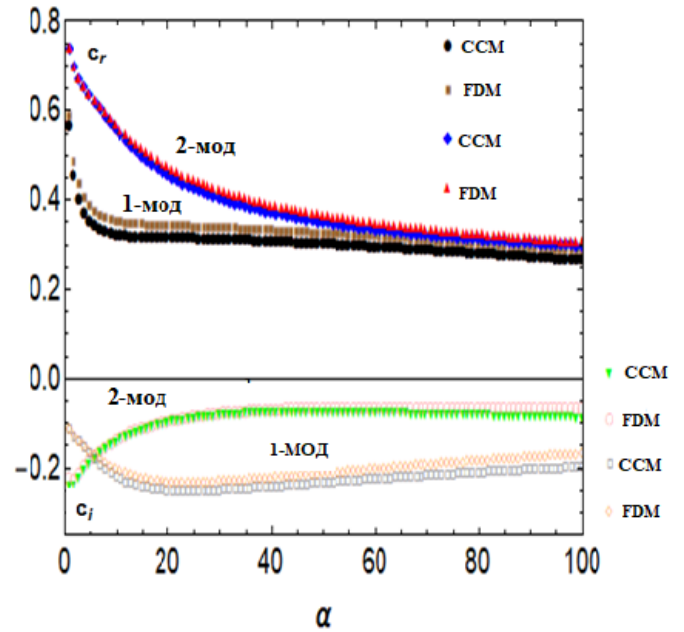


Рис.3. Сравнение дисперсионного соотношения для первой и второй моды двумя различными методами: конечно-разностным (FDM), методом коллокаций (CCM), где первый обозначается (1-мод), второй – (2-мод).

Конечно, точное решение неизвестно, но точность приближенного решения можно проверить, повторив вычисления с более высокой, как показано на рис. 4.

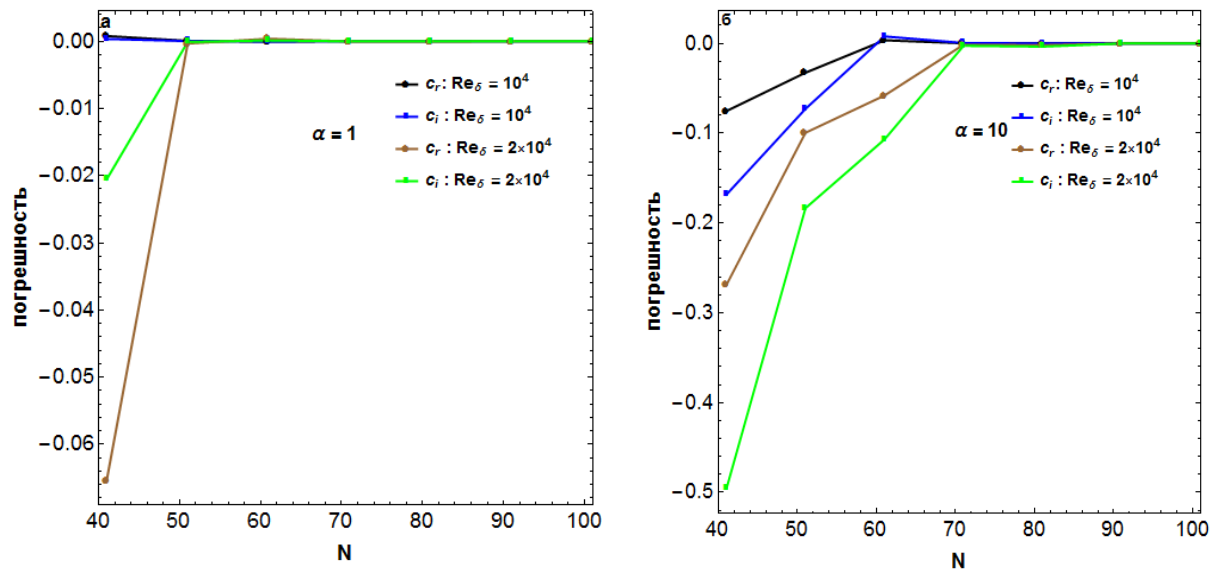


Рис.4. Сходимость первого собственного значения. Относительная погрешность как функция числа полиномов Чебышева, N . (а) при $\alpha = 1$, (б) $\alpha = 10$.

В третьей главе показано, что уравнение (6) в простейшем случае имеет нетривиальные реальные решения, если имеют решение уравнения (так называемый распадный спектр):

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \quad \omega(\mathbf{k}_0) = \omega(\mathbf{k}_1) + \omega(\mathbf{k}_2). \quad (7)$$

Как показано на рисунке (5, 6) кривая 3-волнового резонанса (7) представляет собой совокупность действительных собственных значений для наименее затухающей моды и структура гармоник и субгармоник в состоянии трехволнового резонанса.

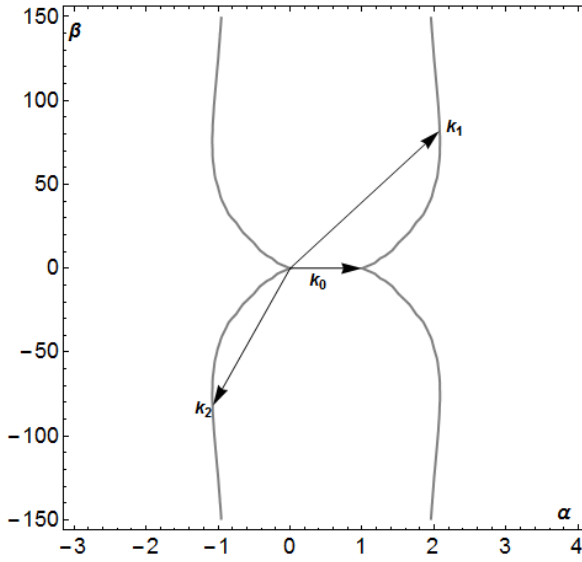


Рис.5. Кривая 3-х волнового резонанса для наименее затухающей моды волн Т-Ш, при $Re_\delta = 10^4$, $\mathbf{k}_0 = (1,0)$.

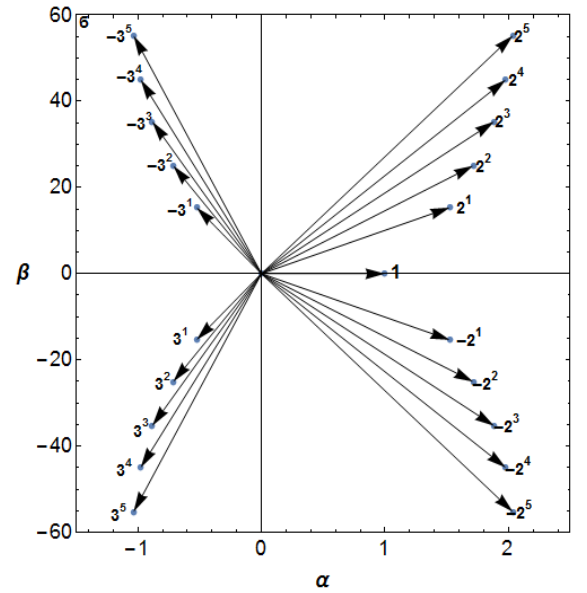


Рис.6. Структура гармоник и субгармоник в состоянии трехволнового резонанса

На рис. 7 показана зависимость значений множителей $q_{12}(\beta)$, и $q_{13}(\beta)$ для множественного 3-х волнового резонанса от β .

Первый интеграл (динамический инвариант) системы дифференциального уравнения (6), вследствие инвариантности исходного уравнения относительно преобразования подобия,

$$a_l(t_1, t_2) = \phi(t_2) \tilde{a}_l(\phi(t_2) \tilde{t}_1, t_2), l = 1, 2, 3, \quad (8)$$

можно нормировать на 1.

$$I^{(n)}(t_1) = |\tilde{a}_1|^2 + \sum_s (q_{12}^s |\tilde{a}_2^s|^2 + q_{13}^s |\tilde{a}_3^s|^2) = 1, \quad (9)$$

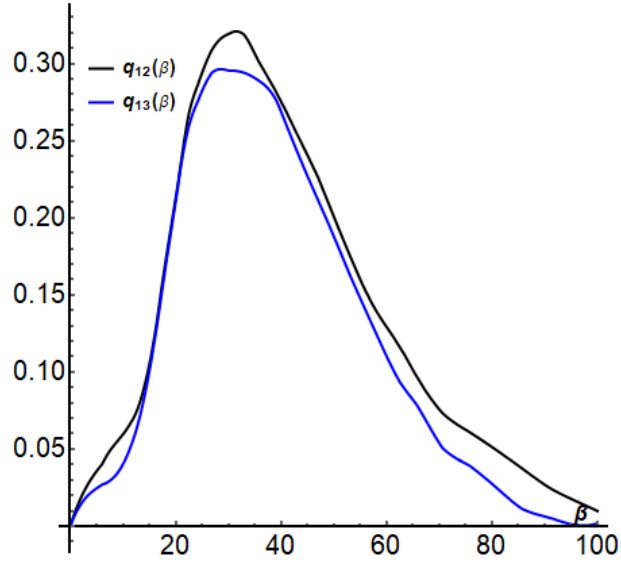


Рис.7. Зависимость значений множителей $q_{12}(\beta)$, и $q_{13}(\beta)$ для множественного 3-х волнового резонанса от поперечного волнового числа.

где q_{12}^s и q_{13}^s определяются через коэффициенты системы уравнений (6). В случае, когда $q_{12}^{(s)}(\beta) > 0, q_{13}^{(s)}(\beta) > 0$, инвариант $I^{(n)}(t_1)$ с помощью линейного преобразования

$$\tilde{a}_l^s = \sqrt{q_{1l}^s} a_l^s, l = 2, 3. s = 1, 2, \dots m. \quad (10)$$

можно преобразовать к уравнению n -мерной единичной сферы.

В четвертой главе С позиций волноводной модели турбулентного пограничного слоя определены среднеквадратичные значения пульсаций скорости в турбулентном пограничном слое на пластине при нулевом угле атаки с нулевым продольным градиентом давления.

В п. 4.1 используется определение осреднения [12], которое необходимо для получения формул средних компонент тензора напряжений на основе волноводной модели для развитого ТПС.

$$\overline{u'_i u'_j} = \langle \lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left(\lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} u'_i u'_j dt_0 \right) dt_1 \rangle. \quad (11)$$

Используя уравнение непрерывности и выражение нормальной составляющей завихренности, можем получить компоненты Фурье продольной и поперечный скорости можно выразить средний квадрат пульсации продольной скорости, который после усреднения по (t_0, t_1) имеет вид:

$$\overline{u^2} = \frac{\phi^2}{(2\pi)^3} \left(a(\mathbf{k}_1, y) + 2 b(\mathbf{k}_l^s, y) \frac{dU}{dy} + 2 c(\mathbf{k}_l^s, y) \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 \right), \quad (12)$$

$$\tau = \frac{\phi^2}{(2\pi)^3} \left(d(\mathbf{k}_1, y) + 2 \sum_{s=1}^m \sum_{l=2}^3 \frac{(|a_l^s|^2)_{t_1}}{|\mathbf{k}_l^s|^2 q_{1,l}^s} (e(\mathbf{k}_l^s, y) + f(\mathbf{k}_l^s, y)) \frac{dU}{dy} \right), \quad (13)$$

где $\phi = \sqrt{\lambda/\Phi}$ коэффициент пропорциональности в законе подобия определен в работе [12].

На рисунке 8 (а, б) представлены сравнения величины $\overline{u^2}/\overline{u_\tau^2}$ с DNS и LES [20, 21] и величины u_{rms}^+ с DNS и с экспериментальными данными [1, 22] при длине волнового вектора основной гармоники равной 1. Видно, что во внешней области пограничного слоя результат, полученный по рассматриваемой модели, отличается от поведения этих величин, полученный с DNS и LES. Однако, если заменить длину волнового вектора гармоники на 0.5, то сравнение улучшается. Повидимому, это связано с асимптотической неопределенностью определения полной толщины пограничного слоя.

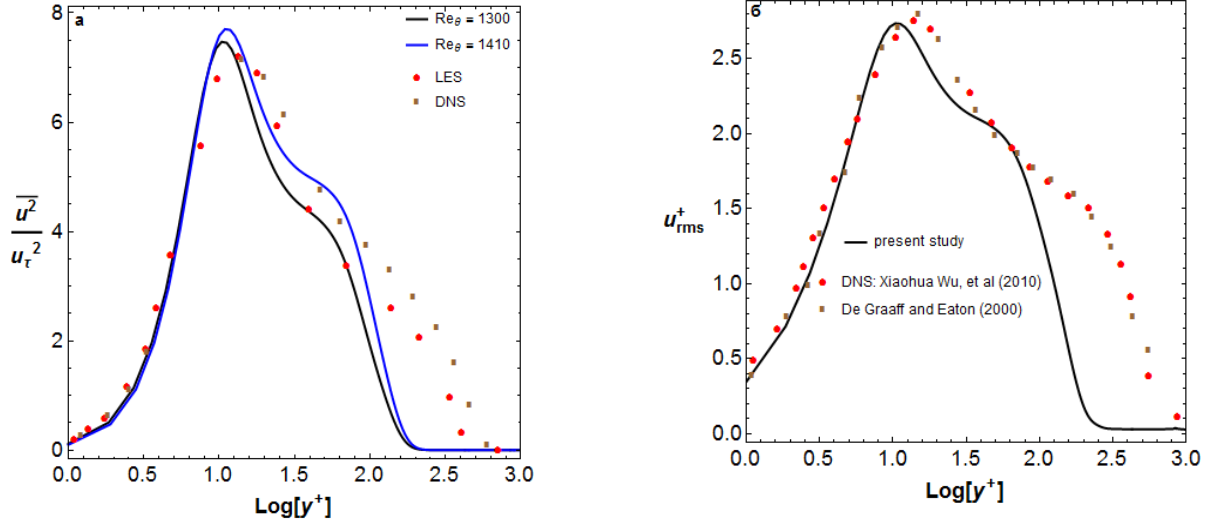


Рисунок 8. (а) Сравнение $\overline{u^2} / u_\tau^2$: черная, синяя линия — настоящее исследование при $\mathbf{k}_1 = (1, 0)$. (“●”) — LES [20], при $Re_\theta = 1300$; (“■”) — DNS [21], $Re_\theta = 1410$. (б) Сравнение u_{rms}^+ : черная линия — настоящее исследование, (“●”) — DNS [1], (“■”) — экспериментальные данные [22], при $Re_\theta = 1300$.

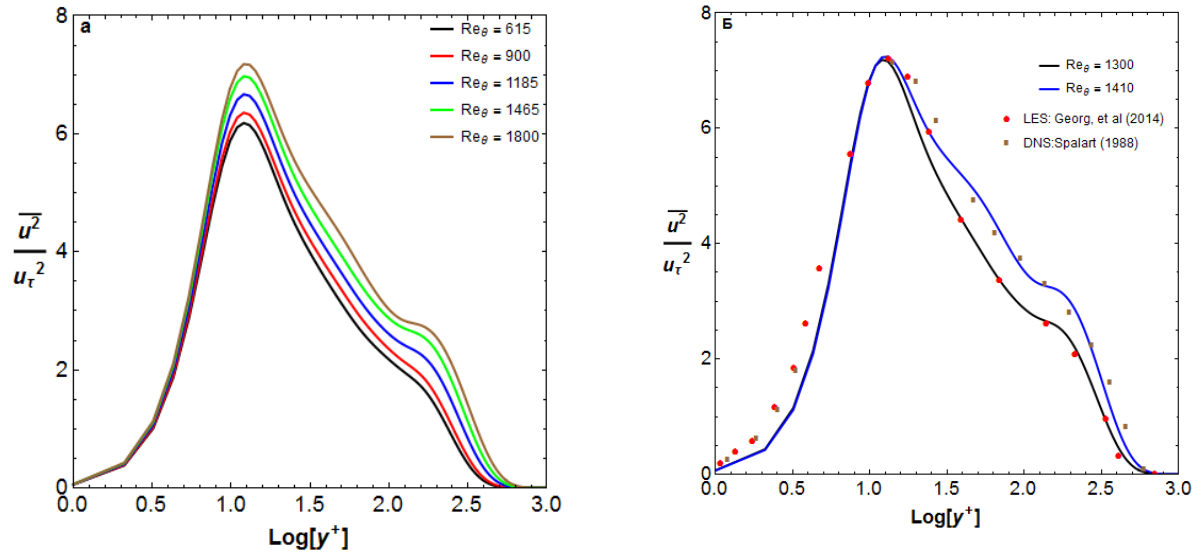


Рис.9. (а) — профили величины $\overline{u^2} / u_\tau^2$ при $\mathbf{k}_1 = (0.5, 0)$, $Re_\theta = 615 - 1800$. (б) — Сравнение $\overline{u^2} / u_\tau^2$: черная, синяя линия — настоящее исследование; (“●”) — LES [20], при $Re_\theta = 1300$; (“■”) — DNS [21], $Re_\theta = 1410$.

В п. 4.2 приведено поведение среднего квадрата пульсации продольной скорости (12) при длине волнового вектора основной гармоники равной 0.5 в

пристеночной области при различных числах Рейнольдса от $Re_\theta = 615$ до $Re_\theta = 1800$.

На рис. 9 (а) полученные результаты относительно $\overline{u^2}/u_\tau^2$ хорошо согласуются как с численными результатами LES [20] так и с данными прямого численного моделирования [21] по всей толщине пограничного слоя как показано на рис. 9 (б). На рис. 10 показаны среднеквадратичные пульсации продольной скорости $u_{rms}^+ = \sqrt{\overline{(u^+)^2}}$ в ТПС при $Re_\theta = 1410, 1840$ соответственно. Можно видеть, что результаты, полученные на основе волновой модели, имеют количественное и качественное соответствие с численными [1, 21] и экспериментальными результатами [22].

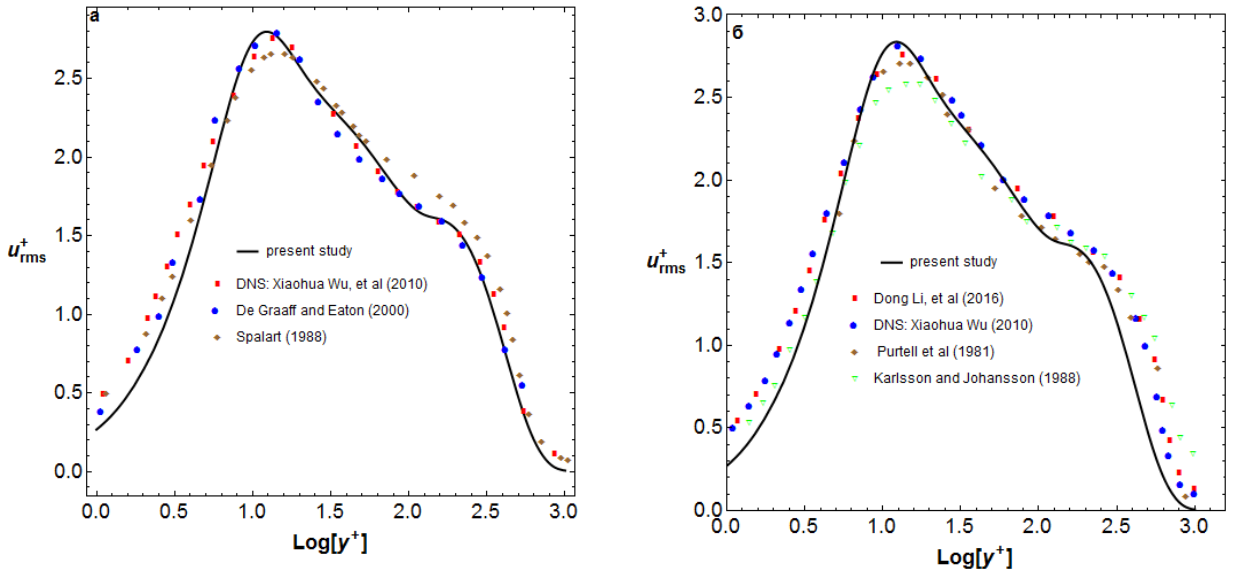


Рис.10. (а) – u_{rms}^+ как функция y^+ , при $Re_\theta = 1410, \mathbf{k}_1 = (0.5, 0)$:
Сплошные линии (—) — настоящее исследование; (“■”) — DNS [1]; (“◆”) — DNS — [21]; (“●”) — [22].

(б) – u_{rms}^+ как функция y^+ , при $Re_\theta = 1840, \mathbf{k}_1 = (0.5, 0)$: Сплошные линии (—) — настоящее исследование; (“●”) — [1]; (“■”) — DNS [23]; экспериментальные данные (“◆”) — [24]; (“▼”) — [25].

Результаты, полученные при $Re_\theta = 1840$ с использованием волновой модели, количественно и качественно согласно с численными [1, 23] и экспериментальными результатами [24, 25].

В п. 4.3 представлены результаты, описывающие поведение напряжений Рейнольдса (13) в турбулентном пограничном слое. Напряжения сдвига Рейнольдса показаны на рис. 11 (а) при различных значениях числа Рейнольдса. Кроме того, видно хорошее согласие с данными прямого численного моделирования [26, 27] при $Re_\theta = 441$ (рис. 11 (б)).

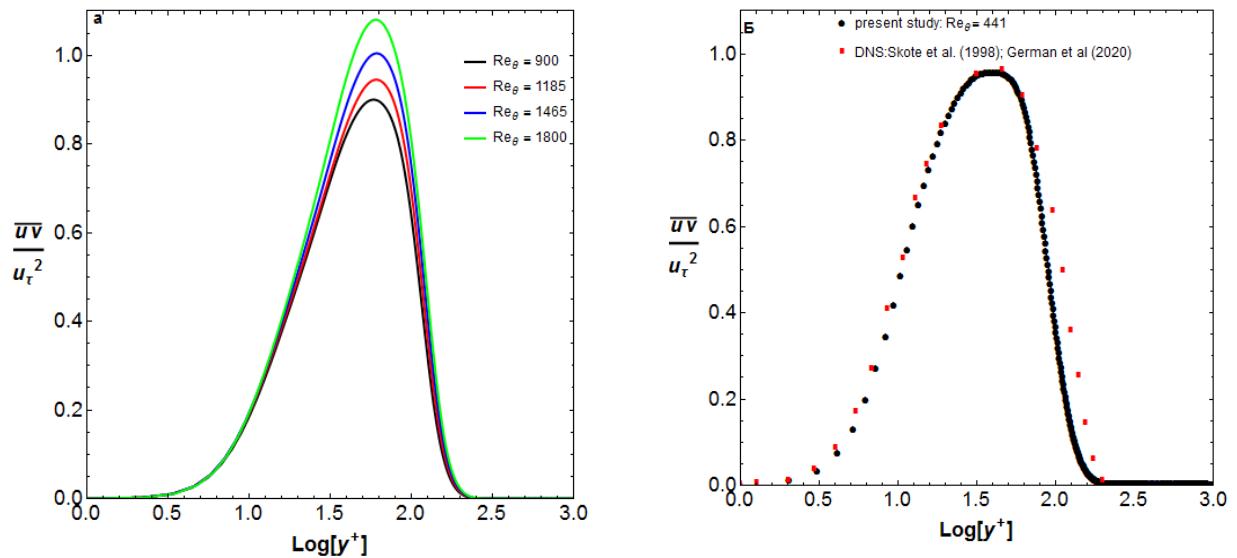


Рис.11. (а) – Напряжение сдвига Рейнольдса при $\mathbf{k}_1 = (0.5, 0)$, отнесенное к динамической скорости, при различных значениях числа Рейнольдса: (—) $Re_\theta = 900$; (—) $Re_\theta = 1185$; (—) $Re_\theta = 1465$; (—) $Re_\theta = 1800$.

(
б
)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ РАБОТЫ

В данной диссертационной работе решена важная задача определения турбулентной динамики несжимаемой жидкости, протекающей по пластине под нулевым углом атаки с нулевым продольным градиентом давления. Получены

результаты, которые имеют научное значение, на основе решенной задачи, сделаны следующие выводы:

- Высокая точность использования метода коллокаций проявляется в появлении типичной экспоненциальной точности метода при увеличении числа точек коллокации. При сравнении полученных результатов с известными прецизионными результатами Мака обнаруживается хорошее согласие. Ясно, что метод коллокации с полиномами Чебышёва очень эффективен, так как он создает матрицы, которые имеют небольшую размерность и обычно являются хорошо обусловленными.
- Верификация численных результатов проводилась с помощью сравнения с результатами, полученными другими численными методами на профиле средней продольной скорости развитого ТПС. Это сравнение показало хорошее совпадение.
- Сформулирована и решена система обыкновенных дифференциальных уравнений для совокупности волн в состоянии множественного трехволнового резонанса, описывающая когерентную структуру.
- Полученная система автономных уравнений для амплитуд гармоник и субгармоник сопоставлена с теоремой Биркгофа–Хинчина (в формулировке А. Н. Колмогорова), и проверено численно свойство эргодичности этой системы.
- Определены среднеквадратичные значения пульсаций скорости, напряжения сдвига Рейнольдса. Показано, что поведение касательного напряжения имеет качественное и количественное согласие с экспериментальными данными Клебанова.
- Установлено, что полученные статистические характеристики ТПС определяются только когерентной частью полного решения задачи.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в следующих научных изданиях

1. Селим, Р. С. Собственные моды уравнения Орра-Зоммерфельда в развитом турбулентном пограничном слое // Журнал Труды Маи. —2019.—. № 109. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=111352>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-5](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-5)
2. Zharov, V. A. Heat transfer in the boundary layer in an compressible fluid in terms of waveguide turbulence model / V. A. Zharov, R.S. Selim // Journal of physics: Conference Series. —2019.—. Vol.1309.
3. Селим, Р. С. Собственные значения уравнения Сквайра для ламинарных и развитых турбулентных пограничных слоев // Журнал Труды Маи. —2020.—. № 112. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=116333>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-5](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-5)
4. Жаров, В. А. Волновая модель организованных структур в турбулентном пограничном слое на пластине с нулевым продольным градиентом давления / В.А Жаров, И.И. Липатов, Р.С. Селим // Учёные записки ЦАГИ. — 2020. Т. — 51. — №6. — С.51-59. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44688158>.
5. Жаров, В. А. Спектральные характеристики течения несжимаемой жидкости в турбулентном пограничном слое / В.А Жаров, И.И. Липатов, Р.С. Селим // Вестник МГОУ. Серия: Физика-Математика. —2020. —. №4. — С. 12 – 27. <https://doi.org/10.18384/2310-7251-2020-4-12-27>.
6. Zharov, V. A. Mathematical Modeling of Incompressible Fluid Flow in Turbulent Boundary Layers / V. A. Zharov, I.I. Lipatov, R.S. Selim // Lecture Notes in Civil Engineering: Proceedings of the XIII International Scientific Conference on Architecture and Construction. — 2020. — P. 391 – 405.
7. R.S. Selim. Determination of Thermal Conductivity Coefficient in the Turbulent Boundary Layers // Lecture Notes of Mechanical Engineering: Safety in Aviation and Space Technologies. — 2021. — Pp. 191-200.

8. R.S. Selim. Determination of Reynolds shear stress from the turbulent mean velocity profile and spectral characteristics of Orr-Sommerfeld -Squire equations // Journal of physics: Conference Series. — 2021. — Vol 2056.
9. Селим, Р. С. Турбулентная статистика с точки зрения когерентной структуры в пограничном слое // Вестник МГОУ. Серия: Физика-Математика. —2021. —. №4. — С. 75 – 85. <https://doi.org/10.18384/2310-7251-2021-4-75-85>.
10. Жаров, В. А. Пульсационные характеристики скорости в рамках волноводной модели развитого турбулентного пограничного слоя / В.А Жаров, Р.С. Селим // Учёные записки ЦАГИ. — 2022. Т. — 53. — №2. — С.28-37.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

1. Xiaohua Wu., Parviz Moin. Transitional and turbulent boundary layer with heat transfer // physics of fluids. — 2010. —V. 22, p. 085105.
2. Hussein Togun, S.N. Kazi, Ahmed Badarudin. Review of Experimental Study of Turbulent Heat Transfer in Separated Flow // Australian Journal of Basic and Applied Sciences. — 2011. —V. 5, — No.10.— p. 489 – 505.
3. Kenzo Sasaki, Ricardo Vinuesa, André V. G. Cavalieri, Philipp Schlatter and Dan S. Henningson. Transfer functions for flow predictions in wall-bounded turbulence // J. Fluid Mech. —2019. —V. 864. — p. 708–745.
4. Гарбарук А.В. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений: учебное пособие / А.В. Гарбарук М.Х. Стрелец, М.Л. Шур. — СПб: Изд-во Политехн. унта. — 2012. —88 с.
5. Cantwell B.J. Organized motion in turbulent flow // Ann. Rev. Fluid Mech. 1981. — V.13. — p. 457 – 515.
6. Катасонов М.М. Возникновение и развитие локализованных возмущений в круговой трубе и пограничном слое: учеб. Пособие / М.М. Катасонов, В. В. Козлов, Н.В. Никитин, А.С. Сбоев. — Новосибирск: РИЦ НГУ. — 2014. — 222 с.
7. Kline J., Reynolds W.C., Schraub F.A., Runstadler P.W. The structure of turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. —1967. —V. 30. — p. 741–773.
8. Горелов С.Л. Жаров В.А., Хлопков Ю.И. Когерентные структуры в турбулентном пограничном слое // М: МФТИ. — 2002. — с. 267
9. Spalart P. R. Strategies for turbulence modeling and simulations // Int. J. Heat Fluid Flow. —2000. — V. 21.— p. 252–263.
10. Yakhot V., Steven A. Orszag. Renormalization Group Analysis of Turbulence // Journal of Scientific Computing. — 1986. —V. 1, — No. 1.
11. Landahl M. T. A wave-guide model for turbulent shear flow // J. Fluid Mech.— 1967. —V. 29, No. 3. — p. 441 – 459.

12. Жаров В.А. Волноводная модель когерентной и стохастической составляющих развитого турбулентного пограничного слоя // Труды ЦАГИ. — 2014а. — вып. 2731. — с. 3 – 48.
13. Жаров В. А., Липатов И. И., Селим Р. С. Волновая модель организованных структур в турбулентном пограничном слое на пластине с нулевым продольным градиентом давления // Научные записки ЦАГИ. — 2020. — Т.51, №6. С.–51–59.
14. Аджемян Л.Ц., Антонов Н.В., Васильев А.Н. Квантово-полевая ренормализационная группа в теории развитой турбулентности // УФН. — 1996. — Т. 166, №2. — С. 1257–1284.
15. Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л. Ренормгрупповые методы описания турбулентных движений несжимаемой жидкости // М.: МФТИ. — 2006. — с. 492.
16. Walker J.D.A., Herzog S. Eruption mechanisms for turbulent flows near walls // Proc. 2nd Int. Symp. On Transport Phenomena in Turbulent Flows. Tokyo. —1987.
17. Schlichting H. and Gersten K. Boundary Layer Theory // Springer. 8th Ed., Berlin. —2000.— P.145–494.
18. Musker A. J. Explicit expression for the smooth wall velocity distribution in turbulent boundary layer//AIAA Journal. — 1979.—V.17, No. 6. —P. 655 – 657.
19. Mack L.M. A numerical study of the temporal eigenvalue spectrum of Blasius boundary layer flow // J. Fluid Mech. —1976. —V. 73, No.3. — P.497–520.
20. Georg E.A., Ramis Ö, Philipp, S. Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to $Re = 8300$ // International Journal of Heat and Fluid Flow.—2014.—V.47.—P .57–69.
21. Spalart P. R. Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 1410$ // J. Fluid Mech. —1988. —V.187. — P. 61.

22. Graaff D. B. De., Eaton J. K. Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. —2000. —V.422. P. 319 – 346.
23. Dong L, Kun. L, and Jianren. F. Direct numerical simulation of heat transfers in a spatially developing turbulent boundary layer // Physics of Fluids. —2016.— V. 28, 105104.
24. Purtell L. P. Turbulent boundary layer at low Reynolds number // Phys. Fluids. — 1981. — V. 24, Issue 5. —P.802–8011.
25. Karlsson R. I. and. Johansson. T. LDV measurements of higher order moments of velocity fluctuations in a turbulent boundary layer // International Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid Mechanics, 3rd, Lisbon, Portugal, Proceedings (A87-40701 17-35). Lisbon, Institute Superior Technician Laser Anemometry in Fluid Mechanics, (Lisbou, Portugal). —1986. — P. 273–289.
26. Skote M., Henningson Dan S., and Henkes R. A. W. M. Direct numerical simulation of self-similar turbulent boundary layers in adverse pressure gradients // Flow Turbulence and Combustion. —1998. —V.60, No. 1. P. 47–85.
27. German S., Guillermo A. Reynolds shear stress modeling in turbulent boundary layers' subject to very strong Favorable Pressure Gradient // Computers and Fluids. — 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2020.104494>.