**Богачев, Николай Владимирович.**

## Рефлективные гиперболические решётки : диссертация ... кандидата физико-математические наук : 01.01.06 / Богачев Николай Владимирович; [Место защиты: Нац. исслед. ун-т "Высш. шк. экономики"]. - Москва, 2019. - 79 с.

## Оглавление диссертациикандидат наук Богачев, Николай Владимирович

Оглавление

1 Введение 5

1.1 Основные понятия и предварительные сведения ........................5

1.1.1 Дискретные группы отражений....................................5

1.1.2 Арифметические группы отражений и рефлективные гиперболические решётки....................................................6

1.1.3 Открытые проблемы..................................................9

1.2 Результаты работы............................................................10

1.2.1 Результаты главы 3 ....................................................10

1.2.2 Результаты главы 4....................................................14

1.2.3 Результаты главы 5 ....................................................15

1.3 Апробация работы............................................................16

1.4 Основные обозначения ......................................................16

2 Дискретные группы отражений 18

2.1 Три главные геометрии......................................................18

2.1.1 Евклидово пространство Еп ........................................18

2.1.2 Сферическое пространство §п......................................18

2.1.3 Пространство Лобачевского Ип ....................................19

2.2 Многогранники в Хп ........................................................19

2.2.1 Гиперплоскости и полупространства, выпуклые и остроугольные многогранники ..................................................20

2.2.2 Комбинаторное строение и матрица Грама остроугольных многогранников ..........................................................21

2.3 Дискретные группы движений и фундаментальные многогранники . 22

2.4 Группы отражений и многогранники Кокстера ..........................23

2.4.1 Определения..........................................................23

2.4.2 Абстрактные группы Кокстера и схемы Кокстера................24

2.4.3 Группы отражений в Еп и §п........................................25

2.4.4 Группы отражений в Ип..............................................25

2.5 Квадратичные решётки......................................................28

2.6 Арифметические дискретные группы простейшего типа................30

2.7 Арифметические группы отражений и рефлективные гиперболические решётки........................................................................32

2.8 Известные методы классификации ........................................33

2.8.1 Метод Винберга......................................................33

2.8.2 Методы Никулина и Аллкока........................................35

2.8.3 Метод Шарлау........................................................35

2.9 Известные результаты........................................................36

3 Алгоритм Винберга и проект VinAl 39

3.1 Общее описание алгоритма Винберга ......................................39

3.2 Компьютерные реализации алгоритма Винберга........................40

3.3 Основные шаги программы VinAl и вспомогательные результаты ... 40

3.3.1 Выбор базисной точки ..............................................40

3.3.2 Построение фундаментального конуса ............................41

3.3.3 Разложение корней решётки ........................................41

3.3.4 Вывод корней ........................................................42

3.3.5 Подпрограмма решения квадратичных диофантовых уравнений 42

3.4 Программа для решеток над /[¡2]..........................................42

3.5 Исследование на устойчивую рефлективность ............................43

3.5.1 Алгоритм Винберга ..................................................43

3.5.2 Метод "плохих" отражений..........................................43

3.6 Доказательство нерефлективности ........................................44

3.6.1 Метод Бугаенко понижения размерности ..........................44

3.6.2 Метод бесконечной симметрии....................................44

3.7 Результаты работы программы ..............................................44

4 Устойчиво рефлективные гиперболические /-решётки ранга 4 48

4.1 Метод наиболее удаленного ребра..........................................48

4.1.1 Ограничения на длину ребра Е для О-арифметических компактных многогранников Кокстера в Н3................................50

4.1.2 Доказательство теоремы 1.2.1 и ограничения на |(м3,м4)| . ... 52

4.2 Короткий список решёток-кандидатов ....................................54

4.2.1 План нахождения короткого списка решёток-кандидатов ... 54

4.2.2 Короткий список решёток-кандидатов ............................56

4.3 Исследование на (1,2)-рефлективность и доказательство теоремы 1.2.2 58

5 Устойчиво рефлективные гиперболические решётки ранга 4 над /(¡2) 60

5.1 Метод наиболее удалённого ребра ..........................................60

5.2 Короткий список решёток-кандидатов ....................................61

5.2.1 План нахождения короткого списка решёток-кандидатов ... 61

5.2.2 Короткий список решёток-кандидатов ............................61

5.3 Исследование на устойчивую рефлективность............................64

5.3.1 Решётки с ортогональным базисом ................................64

5.3.2 Решетки с неортогональным базисом ..............................69

Литература 74