

На правах рукописи



ПЕТРАКОВ ЕГОР ВЛАДИМИРОВИЧ
ОПТИМАЛЬНОЕ ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ
СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

01.02.06 - Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2020

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского» (НИИМ Нижегородского университета)

Научный руководитель: **Дмитрий Владимирович Баландин**, доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Борис Александрович Гордеев**, доктор технических наук, главный научный сотрудник лаборатории волновой динамики, экспериментальной механики и виброзащиты машин Института проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»

Евгений Павлович Кубышкин, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического моделирования Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова

Ведущая организация: **Институт проблем механики имени А. Ю. Ишлинского Российской академии наук**

Защита состоится “24” декабря 2020 года в 13:00 на заседании диссертационного совета Д 212.166.09 при Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского по адресу: 603950, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23, корпус 2.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского и на сайте <https://diss.unn.ru/1069>

Автореферат разослан “20” ноября 2020 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Горохов Василий Андреевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Опыт строительства и эксплуатации высотных сооружений, мостов и путепроводов свидетельствует о необходимости применения различных устройств и систем виброзащиты. Наибольший интерес представляют системы, обеспечивающие гашение колебаний при действии ветровых, сейсмических и технологических нагрузок. Актуальность проблемы возрастает в связи с увеличением размеров конструкции, повышением быстроходности и скоростных характеристик машин, ужесточением санитарных и технологических норм к допустимым уровням колебаний. В современных конструктивных решениях нельзя повысить виброзащиту, только изменив геометрию и материалы объекта, так как конструкция может быть более прочной, но при этом не обязательно экономически эффективной, потому что и масса, и инерционная нагрузка могут увеличиться еще больше. Существует потребность в новых эффективных методах виброзащиты.

Степень разработанности темы

В шестидесятых годах прошлого столетия возникло новое направление в исследовании виброзащиты. Одним из основателей этого направления был М.З. Коловский, который начал широко использовать методы теории управления для исследования виброзащитных систем. При большом многообразии используемых в настоящее время виброизоляционных устройств можно выделить три крупных класса таких устройств: пассивные, полуактивные и активные. Пассивные средства виброзащиты более привлекательны из-за простоты технической реализации, большей надежности и отсутствия дополнительных энергозатрат, однако существенным их недостатком являются весьма ограниченные возможности виброзащиты в широком диапазоне внешних нагрузок. Активные системы имеют гораздо больше возможностей по защите конструкций от вредных динамических воздействий. Однако при этом они становятся существенно более сложными устройствами и, следовательно, более дорогими, а зачастую и менее надежными. В свете сказанного на практике приходится искать определенный компромисс между стоимостью и надежностью, с одной стороны, и качеством виброзащиты, с другой стороны.

В настоящее время усилия ученых направлены на создание систем активного и полуактивного гашения колебаний, на что указывает увеличивающееся число публикаций специалистов зарубежных стран. Российский опыт создания систем активного или полуактивного гашения колебаний высотных сооружений отсутствует. Поэтому тема диссертационной работы является актуальной и своевременной.

Работа опирается на труды известных авторов в области динамического гашения и гашения колебаний механических систем: А.Ю. Ишлинского, М.З. Коловского, С.П. Тимошенко, Б.Г. Коренева, Л.М. Резникова, Б.А. Гордеева, В.И. Ерофеева, А.Н. Крылова, Д.В. Баландина, М.М. Когана, В.Ф. Spencer и др.

Цель работы

Разработка методов, алгоритмов и программного обеспечения для решения задач оптимального гашения колебаний сосредоточенных и распределенных систем по различным критериям при действующих возмущениях из заданного класса.

Задачи работы

На основе сформулированной выше цели рассматривались следующие задачи:

1. Постановка задачи гашения колебаний распределенных систем как многокритериальной задачи управления по состоянию линейного стационарного динамического объекта.
2. Решение поставленной задачи при помощи обобщенной H_2 -нормы и техники линейных-матричных неравенств.
3. Поиск оптимальных по Парето множеств решений для задач гашения распределенных и сосредоточенных нагрузок.
4. Анализ эффективности пассивной и активной виброизоляции.
5. Исследование возможных вариантов реализации активных систем гашения и применения на практике.

Научная новизна

1. Поставлена и решена задача о предельных возможностях виброзащиты в системах с сосредоточенными и распределенными параметрами для класса внешних воздействий.
2. Решена двухкритериальная задача гашения колебаний консольной балки с помощью безмассового активного динамического гасителя.
3. Решена двухкритериальная задача оптимального гашения колебаний систем с распределенными параметрами с помощью пьезоэлектрических актюаторов.

Теоретическая значимость

С использованием двухкритериального подхода и теории H_2 -оптимизации разработана методика оценивания предельных возможностей гашения колебаний механических систем с распределенными и сосредоточенными параметрами.

Практическая значимость

Результаты диссертационной работы могут быть использованы при проектировании виброзащитных систем, используемых в строительных конструкциях, транспортных средствах и высокоточных производствах.

Методология и методы диссертационного исследования

- Используются методы теоретической механики и теории колебаний; модель Бернулли-Эйлера, метод нормальных форм, функция Крылова
- Для описания поведения пьезоэлектрических материалов используется уравнения Мэзона
- Методы теории управления, техника линейных матричных неравенств

- В задачах двухкритериальной оптимизации используется свертка Гермейера
- Расчеты выполнены в ПП Matlab

Основные положения, выносимые на защиту

1. Поставлена задача гашения колебаний распределенных систем как многокритериальная задача управления по состоянию линейного стационарного динамического объекта.
2. Приведено решение поставленной задачи при помощи обобщенной H_2 -нормы и техники линейных-матричных неравенств.
3. Представлены оптимальные по Парето множества решений для задач гашения колебаний распределенных и сосредоточенных систем.
4. Приведено сравнение эффективности пассивной и активной виброизоляции.
5. Проведено исследование возможных вариантов реализации активных систем гашения и применения на практике.

Степень достоверности результатов

Использование корректных математических методов теории колебаний и теории управления для анализа математических моделей и синтеза законов управления.

Апробация полученных результатов

Основные результаты были представлены на следующих научных мероприятиях:

1. XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20-24 августа, 2015 г.
2. VII Всероссийский конкурс молодых ученых «Итоги диссертационных исследований» Миасс, 8-11 октября, 2015 г.
3. Всероссийская конференция молодых ученых-механиков, Сочи, 5-15 сентября, 2017 г.
4. X Всероссийская конференция «Нелинейные колебания механических систем» им. Ю.И. Неймарка, Нижний Новгород, 26-29 сентября 2016 г.
5. Международная научная конференция “Проблемы прочности, динамики и ресурса”, Нижний Новгород, 25 – 29 ноября 2019 г.

Публикации

Основные результаты исследований диссертации опубликованы в 10 публикациях из них 3 [1-3] опубликованы в ведущих научных журналах (ВАК) и 1 статья [4] – в журналах, индексируемых в международных базах цитирования Scopus и Web of Science и [5-9] в прочих изданиях.

Зарегистрирована программа для ЭВМ [10] охранный документ № 2018612922 «Библиотека программ, для расчета гибридного динамического гасителя колебаний»

Личный вклад автора

В совместных работах научному руководителю Дмитрию Владимировичу Баландину принадлежит постановка задачи и идея использования обобщенной H_2 –нормы [4].

Разработка математических моделей, алгоритмов, программного обеспечения и численное моделирование принадлежит автору [1-4].

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержит 109 страницы, 47 рисунков, 97 литературных источников.

Диссертационная работа выполнена при поддержке:

Результаты разделов 1.5 и 3.5 выполнены при поддержке гранта федеральной целевой программы (№ 14.578.21.0246), раздел 2.4 выполнен при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (№ 16-01-00606), результаты разделов 2.7, 2.8 и зарегистрированная программа для ЭВМ (охранный документ № 2018612922) выполнены при поддержке гранта федеральной целевой программы (№14.578.21.0110), результаты раздела 3.3 выполнены при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (№18-41-520002). Результаты разделов 3.6 и 3.7 выполнены при поддержке Государственного задания Минобрнауки России (№ 0729-2020-0054).

Содержание работы

Во введении приводится обоснование работы, её актуальность, научная новизна и практическая ценность, представлена структура диссертации и основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе приведен обзор классических и новых методов виброзащиты, которые несмотря на частные случаи их использования являются актуальной темой исследования и инженерно-технологических доработок. Показан спектр возможностей систем гашения колебаний, который расширяется благодаря развитию пассивных, активных и полупассивных систем виброзащиты. Было показано, что выбор оптимального метода виброзащиты зависит от многих факторов среди которых развитие теории автоматического управления, выбор исполнительных и измерительных устройств.

В современных конструктивных решениях повышение виброзащиты зависит не только от топологической формы и материалов защищаемого объекта, но и важным фактором является экономическая эффективность.

Существует два принципиально различных подхода к виброзащите: виброизоляция и динамическое гашение колебаний. В первом случае защищаемый объект изолируется от виброактивного источника посредством специальных устройств, называемых изоляторами (рис.1.1 (а)). Во втором случае к виброактивному источнику прикладываются дополнительные силовые воздействия

с целью уменьшения амплитуды его колебаний (рис. 1.1 (б)). В главе 2 приводится полное подробное описание этих подходов.

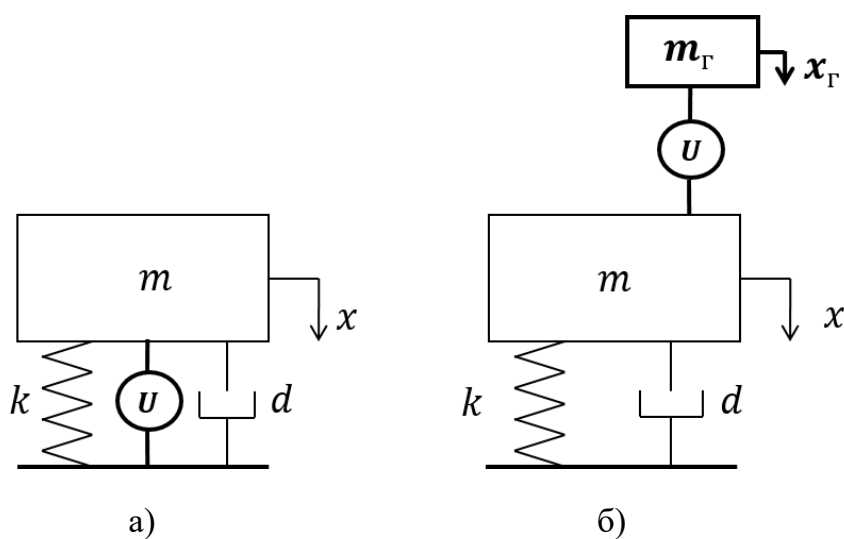


Рисунок 1.1 - Схематичное обозначение: а) виброизоляции объекта, б) приложение динамического гасителя колебаний к объекту

Рост внедрения виброизоляции и динамических гасителей колебаний в защищаемые объекты не уменьшает потребность в новых эффективных методах виброзащиты в особенности для малогабаритных объектов, как, например, элементы высокоточного производства. В прошлом десятилетии появились новые и методы гашения: распределенные динамические гасители (рис. 1.2 (а)) и связные методы виброзащиты зданий (рис. 1.2 (б)).

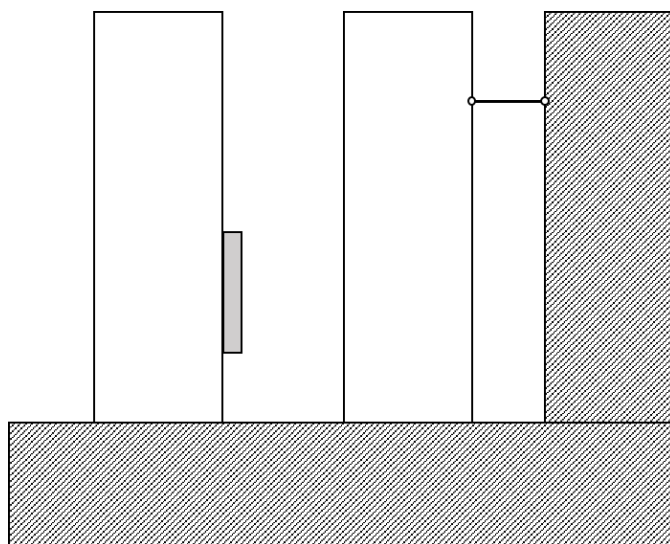


Рисунок 1.2 - Схематичное обозначение приложенного распределенного гасителя к защищаемому объекту и связывание с соседним зданием

Помимо выбора метода виброзащиты возникает вопрос выбора активного или пассивного метода управления, то есть функционирующих либо за счет дополнительных источников энергии, либо за счет механической энергии самой системы, существуют так же полуактивные (гибридные) методы управления, но в

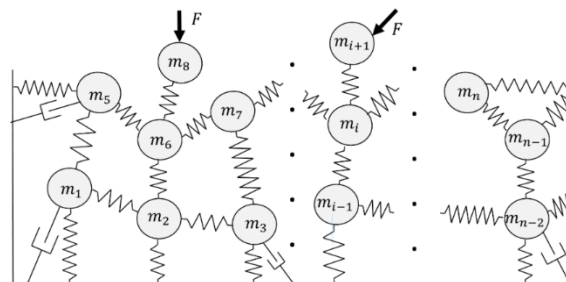
этой работе эта тема подниматься не будет. Пассивные методы управления более привлекательны из-за простоты технической реализации и отсутствия дополнительных энергозатрат, однако существенным их недостатком является ограниченные возможности виброзащиты в широком диапазоне частот.

Существенное повышение эффективности виброзащиты возможно за счет применения систем активного управления (САУ). Использование дополнительной энергии дает возможность реализации более сложных законов управления, вследствие чего достигаются лучшие результаты.

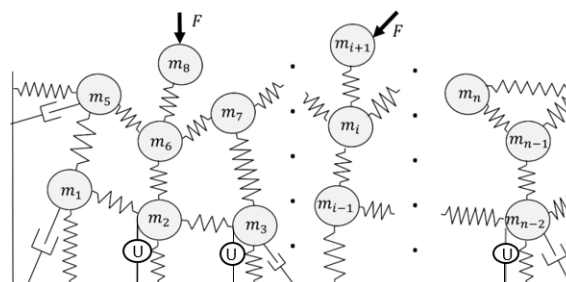
Во второй главе сформулированы и поставлены основные задачи гашения колебаний сосредоточенных систем, в том числе и многокритериальные. Приведены наиболее важные критерии. Разработана методика решения задач гашения колебаний в рамках линейных матричных неравенств относительно обобщенной H_2 — нормы. Решена задача гашения колебаний многоэтажного сооружения с помощью пассивной и активной виброизоляции.

Предположим, что динамической моделью амортизирующего объекта (или основания) (рис. 2.1 (а)) является голономная стационарная механическая система состоящая из N — тел с $3N$ — степенями свободы, положение которой определяется $3N$ — мерным вектором обобщенных координат q . Система совершает малые колебания вблизи устойчивого положения равновесия $q = 0$ под действием обобщенных вынуждающих сил, образующих вектор $F(t)$. Силы сопротивления, возникающие при колебаниях, пропорциональны скоростям материальных точек; при этом предполагается, что система обладает полной диссипацией, т.е. что любое движение сопровождается рассеянием энергии. При этих предположениях движение системы описывается некоторым уравнением Лагранжа второго рода. Для простоты примем замену $n = 3N$.

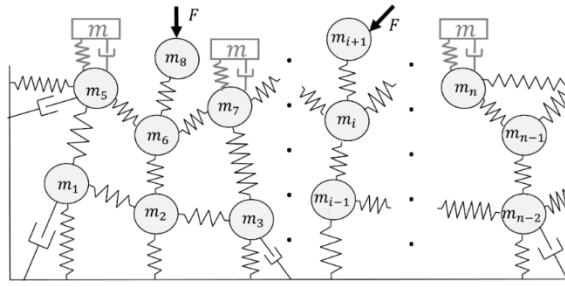
Рассматривается механическая система материальных точек, связанных между собой упруго-вязкими связями (рисунок 2.1):



а)



б)



в)

Рисунок 2.1 – Механическая система а) без систем виброзащиты; б) приложение виброизоляции; в) приложение динамического гасителя колебаний

Уравнение движения данной системы имеет вид:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = BF \quad (2.1)$$

где $q = (q_1 \dots q_n)$, $\dot{q} = (\dot{q}_1 \dots \dot{q}_n)$, $\ddot{q} = (\ddot{q}_1 \dots \ddot{q}_n)$ – вектора кинематических характеристик материальных точек с массой m_i , $i = \overline{1, N}$, M – квадратная массовая матрица $(n \times n)$, K, D – квадратные положительно-полуопределенные матрицы $(n \times n)$ коэффициентов жесткости и демпфирования тел, соответственно, F – векторное поле нагрузок, в основном про данное значение будет сказано далее, B – заданная матрица.

При применении виброизоляции и ДГК к некоторым телам (рис 2.1 (б, в)) система дифференциальных уравнений, описывающих систему примет вид:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = BF + QU \quad (2.2)$$

где U – вектор управляющих воздействий на систему, Q – заданная матрица. Для случая использования ДГК размерность системы увеличится на число приложенных динамических гасителей с учетом трех координат для каждой, следовательно, число собственных частот тоже увеличится.

В рассматриваемой многокритериальной задаче оптимизации вводятся взаимно конкурирующие критерии. В качестве характерного показателя решения задачи, по значению которого оценивается оптимальность найденного решения будут взяты Парето-критерии. Искомое нами решение представляет собой состояние рассматриваемой системы, при котором значение каждого частного критерия, характеризующего систему, не может быть улучшено без ухудшения других. Предложенные нами критерии представляют собой линейные комбинации кинематических характеристик и управления. Возьмем k – критериев гашения которые между собой являются конкурирующими:

$$J_i(U) = \max_{F \in \mathcal{F}} \max_{t \in [0, \infty)} |\tilde{K}q(t) + \tilde{D}\dot{q}(t) + \tilde{Q}U(t)| \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, k} \quad (2.3)$$

где $\tilde{K}, \tilde{D}, \tilde{Q}$ – вспомогательные матрицы для описания линейной комбинации отклика системы – критерия гашения.

Итогом должен являться функционал, содержащий оптимальное по Парето множество значений при различных значениях α , относительно двух критериев. Для

поиска оптимальной обратной связи воспользуемся обобщенной H_2 оптимизацией реализованной при помощи линейных матричных неравенств, воспользуемся сверткой Гермейера и тогда линейные матричные неравенства запишутся как:

$$\begin{pmatrix} AY + YA^T + B_u Z + Z^T B_u^T & B_v \\ B_v^T & -I \end{pmatrix} < 0, \begin{pmatrix} Y & C_\alpha^T \\ C_\alpha & \alpha^2 \gamma^2 \end{pmatrix} \geq 0, \begin{pmatrix} Y & Z^T D_\alpha^T \\ D_\alpha Z & (1 - \alpha)^2 \gamma^2 \end{pmatrix} \geq 0$$

Рассмотрим проблему оптимальной виброизоляции, как задачу сейсмоизоляции высотного здания. Механическая система, моделирующая колебания высотного здания при сейсмическом воздействии на фундамент, представляет собой цепочку материальных точек (этажи здания), связанных последовательно диссипативными и упругими элементами (рис. 2.2).

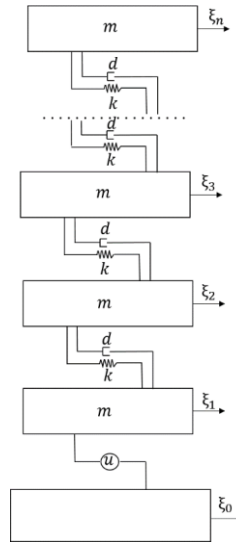


Рисунок 2.2 – Схема виброизоляции многомассовой конструкции

Функционалы, характеризующие качество виброизоляции многомассовой упругой системы, выберем в следующем виде

$$J_1(u) = \sup_{v \in L_2} \frac{\sup_{t \geq 0} |x_1(t)|}{\|v\|_2}, \quad J_2(u) = \sup_{v \in L_2} \frac{\max \left\{ \sup_{t \geq 0} |x_2(t) - x_1(t)|, \dots, \sup_{t \geq 0} |x_n(t) - x_{n-1}(t)| \right\}}{\|v\|_2}.$$

Первый функционал характеризует смещение первого этажа относительно основания, а второй определяет деформацию многомассовой системы. Задача управления будет состоять в нахождении параметров обратной связи θ управления (виброизолятора), минимизирующего по Парето указанные функционалы. Заметим, что рассматриваемые функционалы обладают следующим свойством: выбор параметров обратной связи, приводящий к уменьшению одного из них, например, максимального смещения первого этажа относительно основания влечет увеличение значения другого функционала, определяющего максимальную деформацию системы (высотного здания). Таким образом, естественный подход к задаче виброизоляции заключается в поиске компромисса между значениями максимального смещения объекта относительно основания и максимальной деформации самого упругого объекта, что приводит к двухкритериальной задаче оптимального управления.

Приведем результаты решения двухкритериальной задачи для $n = 10, \beta = 0.1$. Сначала рассмотрим случай, который назовем «идеальное связывание», когда измерению доступно полное состояние управляемой системы, т.е. в формировании обратной связи участвуют как координаты, так и скорости всех материальных точек механической системы, например связывание 10 этажей соседних зданий. На рисунке 2.3 кривая 1 (сплошная линия) представляет множество оптимальных по Парето значений функционалов $\{J_1, J_2\}$ для указанного наилучшего случая, полученное решение позволяет получить оценку снизу для оптимальных значений функционалов хотя подобная реализация не возможна на практике. Рассмотрим далее случай, когда обратная связь формируется на основе лишь текущего значения переменной x_1 и скорости ее изменения $\dot{x}_1$ (переменная x_{11}). Фактически, данный случай соответствует пассивной виброизоляции 1 этажа с упругим и демпфирующим элементами. На рисунке 2.3 кривая 2 (штриховая линия), расположенная выше «предельной» кривой 1 соответствует Парето оптимальным значениям функционалов в классе пассивной виброизоляции. Еще две кривые 3 (пунктирная линия) и 4 (штрих-пунктирная линия), представленные на рисунке 2.3 отвечают случаям, когда помимо пассивной виброизоляции используется связь со вторым этажом соседнего здания (кривая 3) и еще дополнительно связаны с третьим этажом (кривая 4). Анализ приведенных на рисунке 2.3 кривых показывает, что методы связи (кривые 3 и 4) не намного лучше пассивного (кривая 2), но все эти три решения заметно уступают «идеальному связыванию» (кривая 1).

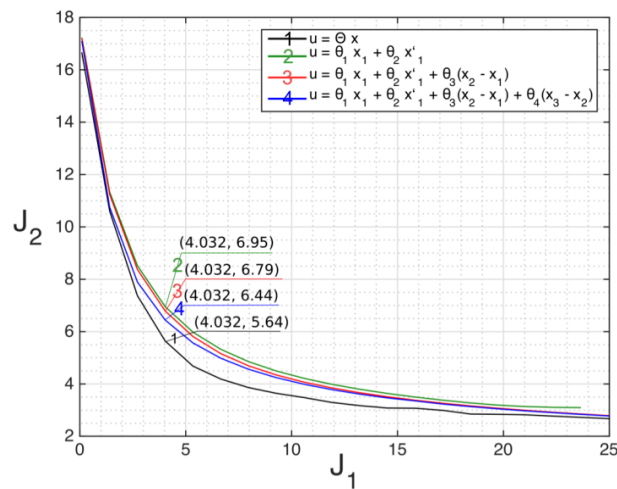


Рисунок 2.3 – Парето фронты при различных типах виброизоляторов

Схема решения многокритериальной задачи оптимального управления основана на применении свертки Гермейера и на технике линейных матричных неравенств. В двухкритериальной задаче оптимальной виброизоляции высотного здания от сейсмических воздействий на плоскости критериев построено множество Парето, а также проведено сравнение «идеального» Парето изолятора с более простыми схемами виброзащиты.

В третьей главе были поставлены и решены двухкритериальные задачи гашения колебаний распределенных систем, среди которых задача гашения с помощью активной и пассивной виброизоляции, действующей как вдоль всей длины объекта защиты, так и на отдельных интервалах, рассмотрены также задачи гашения

колебаний механических систем с использованием пьезоэлектрических слоёв, расположенных как вдоль всей длины объекта, так и на отдельных интервалах с различными формами пьезоэлектрических обкладок.

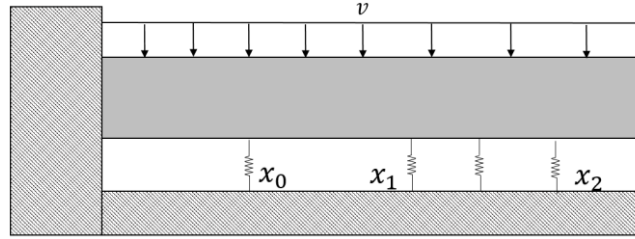


Рисунок 3.1 - Консольная балка с упругой связью в одной точке и на интервале

Для описания поперечных колебаний балки принята безразмерная модель Бернулли–Эйлера, а для описания учета внутреннего трения – линейная модель вязкости (Кельвина – Фойгта). При этих предположениях уравнение поперечных колебаний балки находящейся под внешним воздействием и управлением принимает вид:

$$\ddot{\omega} + \beta K \dot{\omega} + K \omega = -u + v(t) \quad (3.1)$$

где $\omega = \omega(x, t)$ – прогиб балки, $K = \frac{\partial^4}{\partial x^4}$ – дифференциальный оператор четвертой степени, $\beta = \left(\frac{a}{l^2}\right) \vartheta_0$ – безразмерный коэффициент демпфирования системы, $a^2 = EI/\rho A$, E – модуль упругости, I – момент инерции сечения, ρ – плотность, A – площадь поперечного сечения балки, $\vartheta_0 = \vartheta/a^2$ – коэффициент внутренней вязкости, $u = \frac{l^3}{EI} u_0$ – управление системой, $v = \frac{l^3}{a^2} v_0$ – ускорение, действующее на основание (функция принадлежащая классу L_2).

Если для управления используется датчик, установленный в точке x_1 , то управление записывается в виде:

$$u = \theta^{(1)} \omega(x_1) + \theta^{(2)} \dot{\omega}(x_1)$$

где $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}$ – коэффициенты обратной связи при перемещении и скорости.

Для приведения уравнения (3.1) к главным координатам (относительно функции времени) использованы методы разделения переменных и нормальных форм:

$$\omega(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) T_i(t), \int_0^1 X_i X_j dx = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}, \int_0^1 K X_i X_j dx = \begin{cases} \lambda^4, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \quad (3.2)$$

Здесь X_i – функции формы, λ собственные числа. Функции формы и значения собственных чисел находятся из краевых условий для консольной балки:

$$X(0) = 0, \quad X'(0) = 0, \quad X''(1) = 0, \quad X'''(1) = 0$$

Функции формы описываются с помощью функций Крылова. Преобразование уравнения (3.1) к главным координатам приводит к соотношению:

$$\ddot{T}_i + \beta \lambda_i^4 \dot{T}_i + \lambda_i^4 T_i = - \int_0^1 X_i dx \sum_{j=1}^{\infty} X_j(x_1) (\theta_j^{(1)} T_j + \theta_j^{(2)} \dot{T}_j) + \int_0^1 X_i dx v(t) \quad (3.3)$$

Математическая модель (3.3) описывает активную виброизоляцию балки вдоль всей длины (рис. 3.2 (а)), но на практике такая постановка является не всегда выполнимой и коммерчески выгодной, поэтому стоит рассмотреть связь балки с

основанием на интервале или же в некоторой точке (рис 3.1). Для описания балки связанной с основанием в точке и на интервале воспользуемся обобщенными функциями Дирака и Хевисайда. Тогда рассмотрим математическую модель пассивной виброизоляции а так же уравнение в главных координатах балки, связанной с основанием в точке x_0 и на интервале $[x_1, x_2]$:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial^5 \omega}{\partial x^4 \partial t} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = -(K'_s \omega + D'_s \dot{\omega})(\delta(x - x_0) + H(x_1, x_2)) + v(t)$$

$$\ddot{T}_i + \left(\beta \lambda_i^4 + (X_i^2(x_0) + \int_{x_1}^{x_2} X_i^2 dx) D'_s \right) \dot{T}_i + \left(\lambda_i^4 + (X_i^2(x_0) + \int_{x_1}^{x_2} X_i^2 dx) K'_s \right) T_i = \int_0^1 X_i dx v(t)$$

где x_0 и (x_1, x_2) – точка и участок упруго-вязкой связи основания с балкой, $\delta(x - x_0) = \begin{cases} 0, x \neq x_0 \\ 1, x = x_0 \end{cases}$ и $H(x_1, x_2) = \begin{cases} 0, x < x_1, x > x_2 \\ 1, x \in [x_1, x_2] \end{cases}$ – дельта-функция Дирака и функция Хевисайда. Аналогично уравнению (3.1) и преобразованиям для активной виброизоляции вдоль всей длины (3.2) приводится выражение для активной виброизоляции на интервале или в точке.

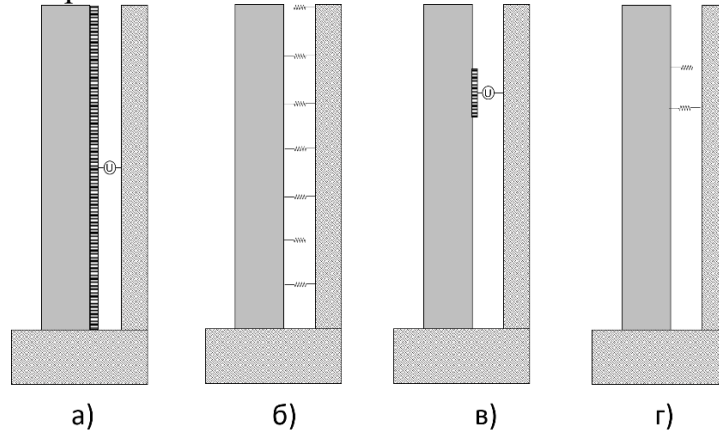


Рисунок 3.2 – Методы приложения гашений: а), б) активное и пассивное гашения вдоль всей длины, в), г) активное и пассивное гашения на интервале

Для понимания влияния действия управления на интервале разделим балку на 10 интервалов и начнем нумерацию интервалов от основания. Исследуем активное (рис. 3.2 (а, в)) и пассивное (рис. 3.2 (б, г)) гашение колебаний консольной балки, связанной с основанием пассивными и активными методами с равномерно распределенным управлением по всей длине (рис. 3.2 (а, б)) и управлением на 8 интервале (этаже) (рис. 3.2 (в, г)).

Сравним пассивное и активное гашение:

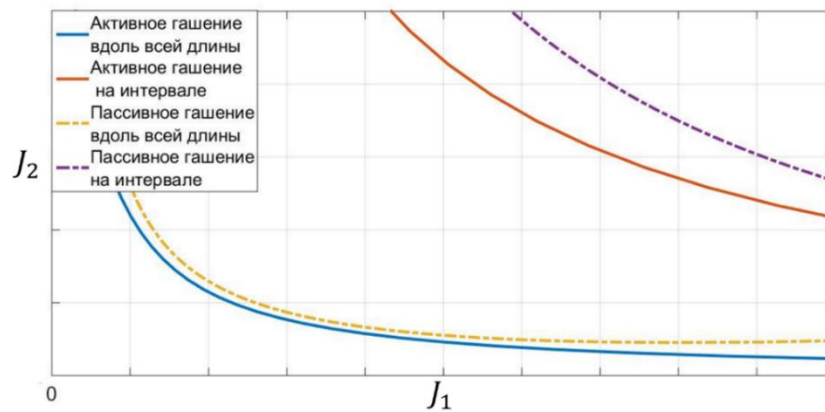


Рисунок 3.3 – Парето множества активных и пассивных методов гашения

Анализ рисунка 3.3 показывает, что наилучший результат получается при использовании равномерно-распределенного гашения вдоль всей длины. Причем разница между результатом применения пассивного и активного гашения незначительна. Активное и пассивное гашение на 8 интервале представляют собой наиболее простые методы приложения виброзащиты, но наименее эффективные, по сравнению с распределенными гасителями колебаний.

Виброграммы вынужденных колебаний и результатов активного гашения колебаний для распределенного и интервального управления имеют вид, приведенный на рисунке 3.4.

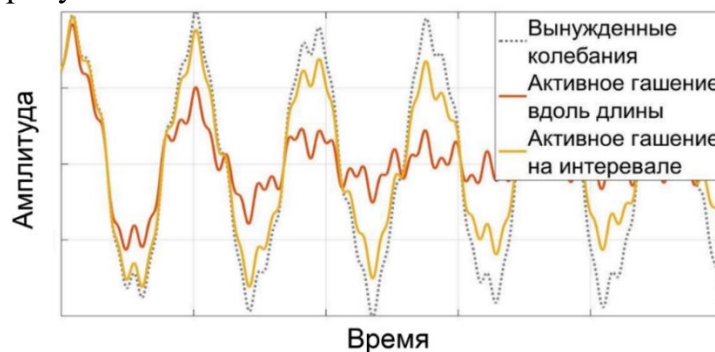


Рисунок 3.4 – Виброграмма колебаний при активном гашении

Анализ виброграмм показывает, что имеет место эффект от использования как интервального так и распределенного гашения колебаний. Следует отметить, что разница между результатом применения таких гашений значительна.

С учетом разницы технологических, энергетических и финансовых затрат на активные и пассивные системы выбор той или иной из них остается открытым. Рассмотрим теперь распределенный динамический гаситель для рассредоточенной системы, причем массовые и инерциальные характеристики не учитываются ввиду того, что на практике прикладываются тонкие слои, например, пьезоэлектрические, чье влияние на данные характеристики системы не существенно.

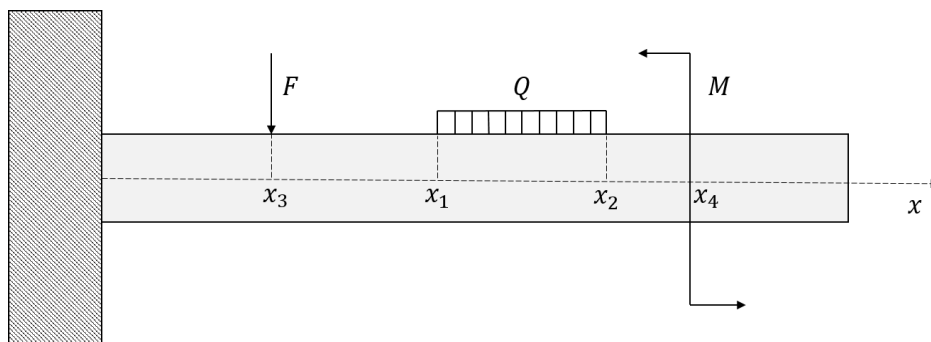


Рисунок 3.5 - Балка, нагруженная поперечными силами и изгибающим моментом

Потенциальная энергия приложенных нагрузок имеет следующий вид:

$$\Pi = \int_0^l (QH(x_1, x_2) + F\delta(x - x_3) + M\delta'(x - x_4))\omega dx$$

где Q – распределенная нагрузка на интервале (x_1, x_2) , F – сосредоточенная сила в точке x_3 , M – изгибающий момент в точке x_4 . Используя принцип Гамильтона получим математическую модель балки, находящейся под действием распределенной нагрузки Q на интервале $[x_1; x_2]$, сосредоточенной силы F в точке x_3 , изгибающего момента M в точке x_4 . Используя метод Фурье и метод нормальных форм уравнение, описывающее поведение консольной балки под действием поперечной силы, равномерно распределенной нагрузки и изгибающего момента преобразуется к уравнению в безразмерных главных координатах (3.4).

$$\ddot{T}_i + \lambda_i^4 \beta_i \dot{T}_i + \lambda_i^4 T_i = \left(Q' \int_{x_1}^{x_2} (X_i dx + F' X_i(x_3) - M' X_i'(x_4)) dx \right) \quad (3.4)$$

где $[x_1, x_2, x_3, x_4]$ – безразмерные координаты приложения сил, $Q' = \frac{l^3 Q}{EJ}$, $F' = \frac{l^2 F}{EJ}$, $M' = \frac{lM}{EJ}$ – безразмерные нагрузки.

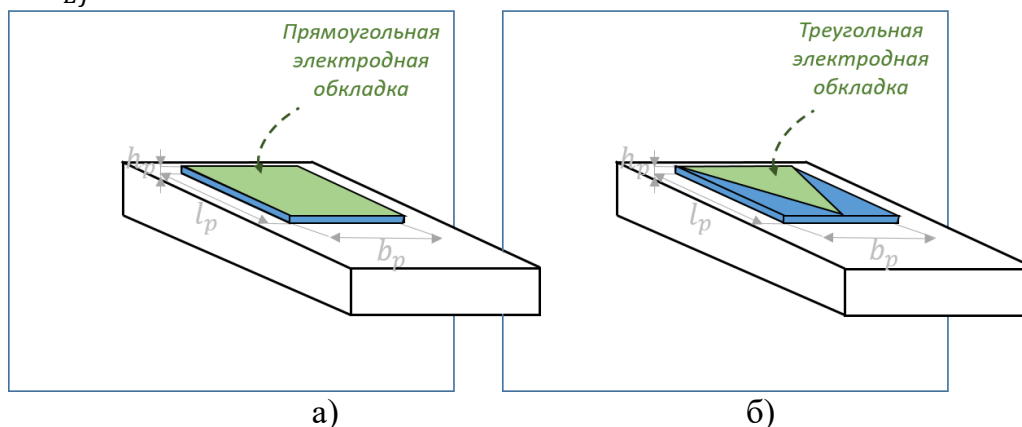


Рисунок 3.6 – Приложение пьезоэлектрических слоев с различной формой электродных обкладок: а) прямоугольной и б) треугольной.

Практическим примером распределенного гасителя является использование пьезоэлектрического слоя с обеих сторон обжатого электродной обкладкой (рис. 3.6). Из уравнения состояния пьезоэлектрического материала выводится модель поведения пьезослоя с различной формой электродных обкладок. Математическая

модель пьезоэлектрического слоя приложенного на интервале с различной формой электродной обкладки примет вид:

$$\ddot{\omega} + \beta K \dot{\omega} + K \omega = \gamma (\overline{b_p(x)} H(x_1, x_2))'' U \quad (3.5)$$

где $\gamma = lb_p^0 z_m e_{31} V_0 / EI$ – безразмерный коэффициент влияния пьезоэлектрического слоя, $(x_1, x_2) = \frac{(x_1^0, x_2^0)}{l}$ – безразмерный интервал приложения, U – безразмерное напряжение, подаваемое на пьезоэлектрический слой, являющиеся управлением.

Вводимые критерии эффективности использования пьезоэлектрического слоя вводятся в рамках обобщенной H_2 – нормы:

$$J_1 = \|H_{z_1 v}\|_{g_2} = \sup_{v \in L_2} \frac{\sup_{t \geq 0} |z_1(t)|_{g_\infty}}{\|v\|_2} = \lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(CYC^T) \quad (3.6)$$

$$J_2 = \|H_{z_2 v}\|_{g_2} = \sup_{v \in L_2} \frac{\|z_2(t)\|_{g_\infty}}{\|v\|_2} = \lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(D\theta Y \theta^T D^T)$$

где первый критерий J_1 описывает перемещение на конце балки, J_2 – электрическое напряжение подаваемое на пьезоэлектрический слой.

Рассмотрим частные случаи приложения пьезоэлектрических слоев, обладающих прямоугольной и треугольной обкладками используя модель активного гашения колебаний пьезоэлектрического слоя.

На рис.3.7 приведены оптимальные множества решений относительно критериев (3.6).

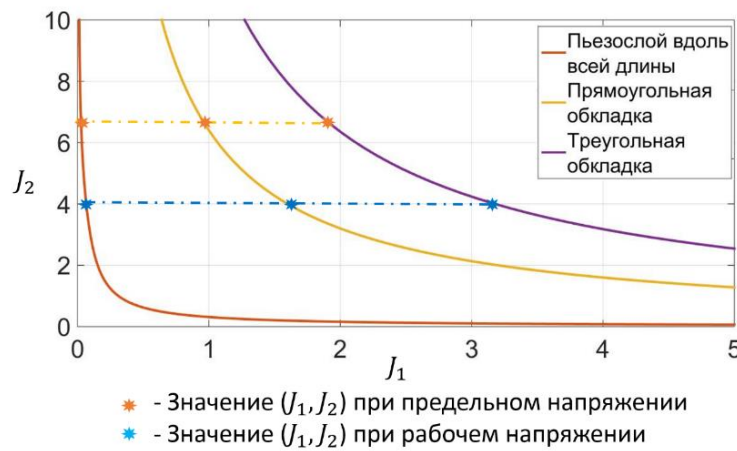


Рисунок 3.7 - Оптимальные множества решений

Судя по приведенным Парето-оптимальным множествам, эффективность пьезослоя с прямоугольной обкладкой выше, чем у треугольного при обоих режимах эксплуатации. Приведем виброграммы для обоих случаев эксплуатации относительно вынужденных колебаний системы (рис. 3.8).

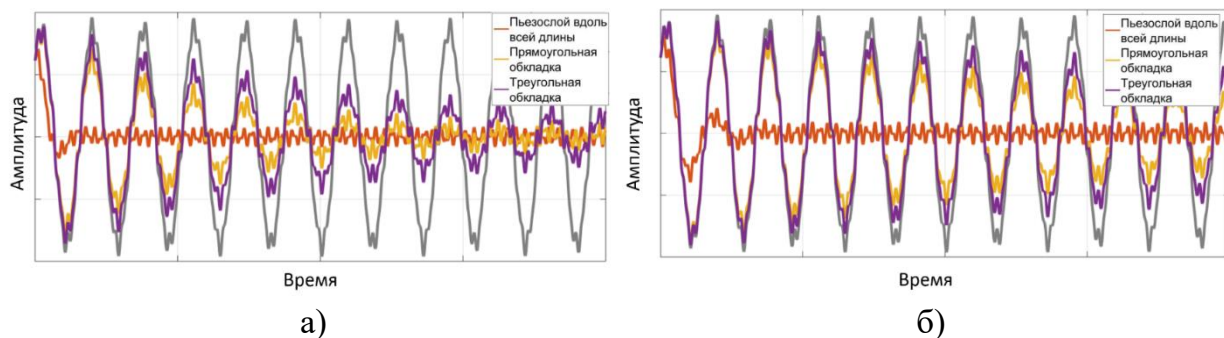


Рисунок 3.8 – Виброграммы: а) при предельном и б) при рабочем напряжениях

Из виброграммы очевидно, что при рабочем напряжении (рисунок 3.8 а) разница между виброграммами для различных обкладок минимальна, но при предельном напряжении отличия виброграмм (рис. 3.8 б) уже более ощутимо, но все равно не значительно. Стоит отметить, что длина пьезоэлектрических слоев была в 5 раз меньше длины балки, а толщина слоев меньше на порядок и расчеты приводились для значения коэффициента $\gamma = 0.0516$. То есть при использовании тонких пьезослоев существует возможность ощутимо уменьшить амплитуду колебаний в случае внешнего воздействия на консольную металлическую балку как для случая предельного напряжения пьезоэлектрического слоя так и для рабочего напряжения.

В Заключение приведены основные выводы диссертационной работы. Исследованы системы активного и пассивного гашения колебаний сосредоточенных и распределенных систем. Поставлены многокритериальные задачи оптимального гашения механических систем с сосредоточенными и распределенными параметрами. Разработана методика расчета активной виброизоляции (связывания) и распределенного динамического гасителя колебаний с использованием пьезоэлектрических слоев с использованием теории обобщенной H_2 -оптимизации. Разработан алгоритм и реализована программа для ЭВМ численного решения задач оптимального управления механических систем с сосредоточенными параметрами в двухкритериальной постановке. Приведены Парето-оптимальные множества решений для задач виброзащиты, поставленные для механических систем с сосредоточенными и распределенными параметрами. Проведен анализ результатов систем с активными и пассивными методами виброизоляции, предложен подход использованию пьезоэлектрических слоев с различной формой электродных обкладок.

Результаты, полученные в ходе диссертационного исследования могут быть использованы при проектировании виброзащитных систем различной сложности, в том числе для строительных конструкций (высотные сооружения, мосты и путепроводы), для машиностроительной отрасли (электрогенераторы и турбины), для транспортных средств (амортизационные системы) и для высокоточных производств (литографическое оборудование).

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:

1. Федотов И.А., Ежов Е.Н., Петраков Е.В., Синтез динамических гасителей колебаний высотных сооружений, Процессы в геосредах, №8, (2016), с. 65-70. **(перечень ВАК)**
2. Петраков Е.В., Оптимальное гашение поперечных колебаний консольной балки. Проблемы прочности и пластичности, Т.81, № 1, (2019), с 94-102. **(перечень ВАК)**
3. Петраков Е.В., Лотфи Пур Х., Дробный Е.В., Активное гашение поперечных колебаний консольной балки пьезоэлектрическими слоями с различными формами электродов, Проблемы прочности и пластичности, Т.81 № 4 (2019), с 429-442. **(перечень ВАК)**
4. Balandin D.V., Ezhov E.N., Petrakov, E.V, Fedotov, I.A. (2018). Multi-criteria problems for optimal protection of elastic constructions from vibration. Materials Physics and Mechanics. 40. 239-245. **(Scopus, Web of Science)**

Публикации в прочих изданиях:

5. Петраков Е.В., Оптимальное гашение колебаний механических систем с распределенными параметрами, Всероссийская конференция молодых ученых-механиков, Сочи, с. 94,5-15 сентября, 2017 г.
6. Баландин Д.В., Ежов Е.Н., Петраков Е.В., Федотов И.А. Оптимальное гашение колебаний механических систем в условиях неопределённости внешних воздействий. // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов. Казань, 20-24 августа 2015, с.311-312
7. Петраков Е.В. Ежов Е.Н., Гашение колебаний многоэтажных сооружений. VII Всероссийский конкурс молодых ученых «Итоги диссертационных исследований» Миасс, 8-11 октября, 2015 г.
8. Федотов И.А., Ежов Е.Н., Петраков Е.В. Гашение колебаний высотного сооружения при помощи гибридного управления, Всероссийская конференция молодых ученых-механиков, Сочи, 5-15 сентября, 2017 г.
9. Ежов Е.Н., Петраков Е.В., Федотов И.А. Синтез динамических гасителей колебаний высотного сооружения на основе решения многокритериальной задачи. // X Всероссийская конференция «Нелинейные колебания механических систем» им Ю.И. Неймарка. Нижний Новгород, 26-29 сентября 2016 г, стр.741-745

Зарегистрированная программа для ЭВМ:

10. Баландин Д.В., Федотов И.А., Ежов Е.Н., Петраков Е.В. Библиотека программ, для расчета гибридного динамического гасителя колебаний// Программа для ЭВМ, ОД № 2018612922, дата регист. 01.03.2018

Подписано в печать 22.10.2020 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 1. Заказ № 345. Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии ННГУ им. Н.И. Лобачевского.
603000, г. Нижний Новгород, ул. Б. Покровская, 37