**Алексеев, Георгий Андреевич.**

## К теории интегрируемых редукций уравнений Эйнштейна : Метод преобразования монодромии : диссертация ... доктора физико-математических наук : 01.01.03. - Москва, 1999. - 472 с. : ил.

## Оглавление диссертациидоктор физико-математических наук Алексеев, Георгий Андреевич

ВВЕДЕНИЕ.

Уравнения Эйнштейна.

Точные решения в теории гравитации.

Интегрируемость двумерных редукции уравнений Эйнштейна.

От гипотез интегрируемости к эффективным методам решения.

О содержании диссертации.

ЧАСТЬ I УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА ПРИ НАЛИЧИИ ДВУМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО - ВРЕМЕННЫХ СИММЕТРИИ.

Глава 1 Геометрия пространства-времени с двумерной симметрией.

§ 1.1. Основные обозначения и определения.

§ 1.2. Локальные системы координат.

§ 1.3. Метрика, связность и кривизна.

§ 1.4. Формализм Ньюмена - Пенроуза для пространств с двумерной абелевой группой изометрий.

§ 1.5. Класс метрик Льюиса - Папапетру.

Глава 2 Классические безмассовые поля как источники гравитационного поля в пространстве-времени с двумерной симметрией.

§ 2.1. Электромагнитное поле.

§ 2.2. Двухкомпонентное безмассовое спинорное поле Вейля.

§ 2.3. Скалярное поле с минимальной связью.

§ 2.4. Идеальная жидкость с предельно жестким уравнением состояния р = е и потенциальным движением.

§ 2.5. Полный тензор энергии - импульса гравитационно взаимодействующих безмассовых полей.

Глава 3 Уравнения Эйнштейна для пространства - времени с двумерной симметрией.

§ 3.1. Уравнения связи для конформного фактора /.

§ 3.2. Автодуальная форма уравнений Эйнштейна.

§ 3.3. Уравнения связи для недиагональных компонент метрики Ша ц.

§ 3.4. Динамические уравнения для компонент метрики ¡гаъ • ■ ■

§ 3.5. Замкнутая система динамических уравнений.

§ 3.6. Динамические уравнения в терминах внешних форм.

СОДЕРЖАНИЕ

§ 3.7. Динамические уравнения в комплексной 3 х З-матричной форме.

§ 3.8. Модификация 3x3- матричных уравнений в координатах^}.

§ 3.9. Доказательство эквивалентности 3x3 - матричных уравнений системе динамических уравнений.

ЧАСТЬ II МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МОНОДРОМИИ.

Глава 1 Представление нулевой кривизны для динамических уравнений и эквивалентная спектральная задача.

§ 1.1. Построение ассоциированной линейной системы.

§ 1.2. Эквивалентность дополнительных условий существованию эрмитова интеграла ассоциированной линейной системы

§ 1.3. Эквивалентная 3x3- матричная спектральная задача.

§ 1.4. Пространство локальных решений и нормировочные условия.

Глава 2 Структура фундаментального решения Ф(£,77, w) ассоциированной линейной системы.

§ 2.1. Глобальные аналитические свойства Ф(£,r),w).

§ 2.2. Структура разреза на плоскости w.

§ 2.3. Голоморфная ветвь 4/(£,r¡,w) и ее свойства.

§ 2.4. Локальные аналитические свойства 77,«;) в точках составного разреза L — L+ U .ЦО

Глава 3 Прямая задача преобразования монодромии: определение данных монодромии для произвольного локального решения.

§ 3.1. Определение данных монодромии.

§ 3.2. Данные монодромии для системы (II.1.16).

§ 3.3. Данные монодромии для уравнений обобщенных Эрнста.

Глава 4 Линейное сингулярное интегральное уравнение как эквивалентная форма полевых уравнений.

§ 4.1. Эквивалентная задача сопряжения для аналитических функций.

§ 4.2. Вывод основного сингулярного интегрального уравнения

§ 4.3. Структура сингулярного интегрального уравнения.

§ 4.4. О корректности основного интегрального уравнения.

СОДЕРЖАНИЕ з

§ 4.5. Вычисление комплексных потенциалов и компонент метрики

§ 4.6. Эквивалентность основного интегрального уравнения обобщенным уравнениям Эрнста.

Глава 5 Уравнения Фредгольма эквивалентные уравнениям Эрнста. Обратная задача преобразования монодромии: существование и единственность решений.

§ 5.1. "Достаточность" интегральных уравнений.

§ 5.2. Регуляризация основного интегрального уравнения: уравнения Фредгольма, эквивалентные обобщенным уравнениям Эрнста.

§ 5.3. Уравнения Фредгольма, эквивалентные электровакуумным уравнениям Эрнста.

§ 5.4. Существование и единственность локальных решений для произвольных данных монодромии.

ЧАСТЬ III ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ.

Глава 1 Начальные и краевые условия и различные типы граничных задач.

§ 1.1. Задача Гурса.

§ 1.2. Задача Коши.

§ 1.3. Краевая задача в эллиптическом случае.

Глава 2 Точная линеаризация граничных задач граничных для уравнений Эрнста.

§ 2.1. Задача Гурса. Ц

§ 2.2. Задача Коши.

§ 2.3. Краевая задача в эллиптическом случае.

Глава 3 Граничные задачи для полей с линеаризующимися динамическими уравнениями.

§ 3.1. Волны Эйнштейна - Розена и статические решения Вейля

§ 3.2. Интегральные представления общих решений уравнений

Лапласа и Эйлера - Пуассона - Дарбу.

§ 3.3. Общее решение спектральной задачи и вычисление данных монодромии для вакуумных полей с диагональной метрикой.

§ 3.4. Общее решение задачи Гурса для вакуумных полей с диагональной метрикой в терминах преобразования монодромии.

СОДЕРЖАНИЕ

§ 3.5. Общее решение задачи Коши в гиперболическом случае для вакуумных полей с диагональной метрикой в терминах преобразования монодромии.

§ 3.6. О построении решений граничных задач для вакуумных полей с диагональной метрикой в эллиптическом случае

Глава 4 Классы полей определяемые асимптотическими условиями: слабые поля, поля регулярные на границе а{хг,х2) = 0 и асимптотически плоские поля.

§ 4.1. Общее локальное решение уравнений Эрнста в терминах решения основного интегрального уравнения.

§ 4.2. Общее решение для слабых полей.

§ 4.3. Класс решений, регулярных на границе «(ж1, х2) =

§ 4.4. Редукция линейных интегральных уравнений для полей с аналитически согласованными данными монодромии

§ 4.5. Асимптотически плоские поля и их мультипольные разложения

ЧАСТЬ IV МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ

ЭЙНШТЕЙНА И ЭЙНШТЕЙНА - МАКСВЕЛЛА.

Глава 1 Вакуумные солитоны Белинского и Захарова (А-солитоны) в контексте метода преобразования монодромии.

§1.1. Генерация А-солитонов (метод "одевания").

§ 1.2. Генерация вакуумных ги-солитонов методом одевания

§ 1.3. Преобразование данных монодромии при генерации вакуумных w-солитонов.

Глава 2 Солитонные решения электровакуумных уравнений Эйнштейна

- Максвелла (w - солитоны с комплексными полюсами).

§ 2.1. Определяющая система матричных уравнений.

§ 2.2. Генерация солитонных решений с комплексными полюсами

§ 2.3. Электровакуумные iV-солитонные решения в замкнутой форме.

§ 2.4. Преобразование данных монодромии, при генерации электровакуумных w - солитонов с комплексными полюсами.

Глава 3 О расширении семейства электровакуумных солитонов (вырожденные солитоны с вещественными полюсами).

СОДЕРЖАНИЕ

§ 3.1. Генерация односолитонного решения с вещественным полюсом

Глава 4 Процедура генерация простейшего типа несолитонных решений и соответствующее ей преобразование данных монодромии

§ 4.1. Генерация решений с линейной по ю одевающей матрицей

§ 4.2. Преобразование данных монодромии при генерация решений с линейной по гу одевающей матрицей.

Глава 5 Класс решений электровакуумных полей с произвольными аналитически согласованными рациональными данными монодромии

§ 5.1. Уравнения Эйнштейна-Максвелла в форме линейных сингулярных интегральных уравнений и уравнений Фред-гольма.

§ 5.2. Аналитически согласованные данные монодромии и видоизмененные интегральные уравнения.

§ 5.3. Общий вид решения уравнений Эйнштейна - Максвелла с произвольными аналитически согласованными рациональными данными монодромии.

ЧАСТЬ V ПРИМЕРЫ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА

И ИХ ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ.

Глава 1 Односолитонные возмущения и волны на фоне пространства

Минковского.

§ 1.1. Двумерные абелевы подгруппы изометрий пространства

Минковского и отвечающие им формы метрики.

§ 1.2. Общее решение спектральной задачи для пространства

Минковского.

§ 1.3. Общий вид односолитонного электровакуумного решения с комплексным полюсом на фоне пространства Минковского

§ 1.4. Стационарное осесимметричное односолитонное решение при А = 0: решение Керра - Ньюмена для внешнего поля заряженной вращающейся черной дыры.

§ 1.5 Односолитонные квази-цилиндрические гравитационные и электромагнитные волны на фоне пространства Минковского

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1.6 Односолитонные квази - сферические гравитационные и электромагнитные волны на фоне пространства Минков-ского.

Глава 2 Двухсолитонные конфигурации гравитационных и электромагнитных полей на фоне пространства Минковского.

§ 2.1 Общее двухсолитонное электровакуумное решение на фоне пространства Минковского при А = 0.

§ 2.2 Двенадцатипараметрическое стационарное осесиммет-ричное решение для поля двух взаимодействующих источников типа Керра - Ньюмена.

§ 2.2 Взаимодействующие неплоские солитонные гравитационные и электромагнитные волны.

Глава 3 Генерация простейших несолитонных решений: взаимодействие заданной полевой конфигурации с внешним электромагнитным полем.

§ 3.1. Несолитонные возмущения пространства Минковского

§ 3.2. Динамика замкнутой вселенной Фридмана при наличии однородных электромагнитных полей.

Глава 4 Черная дыра Шварцшильда в полузамкнутой магнитной вселенной Бертотти - Робинсона, как пример нелинейной суперпозиции полей.

§ 4.1. Полевые конфигурации с рациональными данными монодромии и их нелинейная суперпозиция.

§ 4.2. Черная дыра в полузамкнутой статической магнитной вселенной.