**НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**імені М.П. Драгоманова**

**БОЖКО Віра Геннадіївна**

УДК 372.851

1. **ФОРМУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ**

**У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ**

13.00.02 – теорія і методика навчання математики

1. **Автореферат**

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата педагогічних наук

Київ - 2006

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті педагогіки АПН України.

**Науковий керівник:** кандидат педагогічних наук

**Хмара Тамара Миколаївна,**

Інститут педагогіки АПН України,

провідний науковий співробітник лабораторії

математичної та фізичної освіти.

**Офіційні опоненти:** доктор педагогічних наук, професор

**Слєпкань Зінаїда Іванівна,**

Національний педагогічний

університет ім. М.П. Драгоманова,

професор кафедри математики та

методики викладання математики.

кандидат педагогічних наук, доцент,

**Акуленко Ірина Анатоліївна,**

Черкаський національний університет

імені Богдана Хмельницького,

доцент кафедри алгебри

**Провідна установа:** Сумський державний педагогічний університет

ім. А.С. Макаренка, кафедра математики,

Міністерство освіти і науки України, м. Суми.

Захист відбудеться “26” грудня 2006 р. о 14 годині на

засіданні спеціалізованої вченої ради Д.26.053.03 у Національному

педагогічному університеті імені М.П.Драгоманова, 01601, м. Київ,

вул. Пирогова, 9.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Національного

педагогічного університету імені М.П.Драгоманова,

01601, м. Київ, вул. Пирогова, 9.

Автореферат розіслано 8 листопада 2006 р.

**Вчений секретар**

**спеціалізованої вченої ради В.О. Швець**

**Актуальність дослідження.** Навчання математики в середніх закладах освіти України є важливим компонентом загальноосвітньої і професійної підготовки молоді, неперервної освіти, що забезпечує широкі можливості для інтелектуального розвитку особистості, вмінь встановлювати причинно-наслідкові зв’язки між фактами, подіями та явищами. У концепції математичної освіти 12-річної школи в Україні актуальним визначено відбір змісту навчання з урахуванням досягнень світового і вітчизняного досвіду, специфіки навчання математики в навчальних закладах, ідей та поглядів видатних математиків і методистів, сучасної психології та педагогіки. Традиційний зміст навчання математики, що складався десятиріччями, забезпечує досить високий рівень математичної підготовки учнів, проте зміни в галузі техніки, виробництва, освіти, комунікацій ставлять нові вимоги до математичної підготовки і спонукають до переосмислення традиційного змісту, з’ясування тенденцій подальшого його розвитку.

Сучасна шкільна реформа здійснюється з урахуванням Державного стандарту базової та повної середньої освіти, у якому визначені цілі розвитку освітньої галузі, що відповідають об’єктивним вимогам сучасного життя. До традиційних змістових ліній додаються нові “Елементи теорії множин. Комбінаторика”, “Початки теорії ймовірностей та елементи статистики”, визначено необхідний мінімум знань та вмінь для продовження навчання з цих тем та вимоги до їх засвоєння. Це є реальним кроком до створення умов для розвитку одного зі спеціальних і соціально важливих типів мислення – комбінаторного, необхідного сучасній людині як у загальнокультурному плані, так і для професійного становлення та нормальної соціалізації особистості в сучасному суспільстві.

Соціально-економічні зміни в нашому суспільстві обумовлюють потребу сформованості гнучкості, варіативності, критичності мислення, здатності висувати гіпотези перебігу подій та реальності їх підтвердження. Саме тому актуалізується необхідність включення комбінаторних знань і вмінь в інтелектуальний багаж кожної сучасної людини.

Проблеми комбінаторики привертали увагу видатних математиків на різних етапах розвитку цієї науки: Н.Тарталья, Г. Лейбніца, О. Блоха, Н. Віленкіна, Б. Гнєденка, К. Рибнікова, І. Скорохода, О. Халамайзера, О. Хінчіна, М. Ядренка, І. Яглома та інших.

Питання комбінаторики активно досліджувалися відомими зарубіжними математиками: М. Айгнером, К. Бержем, О. Оре, Дж. Райзером, Дж. Ріорданом, Дж.-К. Ротом, Р. Стенлі.

В останні десятиріччя інтерес до комбінаторики значно посилився, оскільки виявилось, що багато проблем теорії інформації, складання та декодування шифрів, проблем, пов’язаних з розробкою оптимальних планів, тобто проблем багатьох галузей людської діяльності мають комбінаторний характер. У зв’язку з цим зараз, у період швидкого процесу комп’ютеризації суспільства, розвитку інформаційних мереж різного рівня та призначення, переходу до ринкових відносин в економіці, на виробництві, суспільство зацікавлене в тому, щоб рівень математичної освіти молоді відповідав вимогам часу. Людина постійно потрапляє до ситуацій планування своєї діяльності, вибору та прийняття оптимального рішення, його зміни в залежності від зовнішніх обставин. Більш успішно це робитиме людина з розвиненим комбінаторним мисленням. Тому елементи комбінаторики включено в зміст освіти як важливу складову математичної культури кожного учня.

У 1970-80 рр. комбінаториці було присвячено чимало досліджень. Розглядалися різні аспекти цієї проблеми: спільне вивчення комбінаторики та початків теорії ймовірностей, визначення в курсі математики наскрізної комбінаторно-імовірнісної лінії, вивчення елементів комбінаторики за допомогою графів, популяризація ідей комбінаторики, вивчення комбінаторики в початкових класах тощо. У більшості досліджень комбінаториці відводиться допоміжна роль: вивчення її підпорядковано меті вивчення початків теорії ймовірностей.

З проблемою оновлення змісту освіти, що належить до розряду вічних, вже не можуть не рахуватись і безпосередні учасники навчального процесу – учителі і організатори шкільної освіти, суспільство в цілому. Гострота цієї проблеми викликана, як мінімум, такими обставинами:

- гуманізацією та демократизацією освіти, переводом її на культурно-творчу основу;

- рівневою та профільною диференціацією навчання математики;

- змінами, які відбулися в математиці в середині ХХ ст. і пов’язані з появою ЕОМ;

- поширенням різних типів загальноосвітніх закладів.

Тому відповідно проблема оновлення змісту математичної освіти на сучасному етапі розвитку суспільства набуває якісно нового аспекту.

Аксіомою, яка перевірена всією історією людства, є твердження: людина – головний цілісний орієнтир і міра всього в житті суспільства. Ця аксіома має безпосереднє відношення до життя будь-якого закладу освіти. Особистість учня – головний ціннісний орієнтир у діяльності школи. Сьогодні, як ніколи, вчитель повинен навчитися бачити в учневі особистість, розуміти всю складність і багатогранність її структури, враховувати вікові особливості, виявляти в учня спадкові, набуті нахили, здібності й можливості, створювати максимально сприятливі умови для їх розвитку. Тільки за таких умов учитель може по-справжньому ефективно керувати процесом навчання, розвитку й виховання учня як особистості, контролювати цей процес, надавати йому відповідних стимулів й вносити корективи.

Як зазначається у Концепції 12-річної школи України, гуманістичні цінності освіти зумовлюють зміну авторитарно-дисциплінарної моделі процесу навчання на особистісно орієнтовану.

Спрямованість вектора шкільної освіти у площину цінностей особистісного розвитку, варіативності й відкритості школи зумовлює принципову необхідність переосмислення всіх чинників, від яких залежить якість навчально-виховного процесу: змісту, методів, форм навчання і виховання, управлінських рішень, взаємовідповідальності учасників навчально-виховного процесу, системи контролю й оцінювання.

Сьогодні актуальність включення комбінаторики до змісту шкільного курсу математики визнана математиками, методистами, цей розділ увійшов до навчальних програм. Так, у програму з математики для 5 класу згідно з концепцією математичної освіти 12-річної школи включено розв’язування комбінаторних задач. Програмою для класів з поглибленим вивченням математики передбачено вивчення комбінаторики у 8 та 9 класах, але чинні підручники не містять відповідних розділів. Спостерігаються позитивні зміни для основної школи. Однак вітчизняного досвіду вивчення комбінаторики в основній школі, по суті, не існує. Не розроблено в належній мірі методичне забезпечення в умовах рівневої та профільної диференціації. Комбінаторні знання можуть стати знаряддям математичного мислення тільки за умови послідовного й систематичного формування протягом усього часу вивчення математики.

Отже, методичний аспект проблем навчання комбінаторики в основній школі досліджений недостатньо. Саме тому наше дослідження присвячене цій актуальній проблемі “Формування комбінаторних знань та вмінь у процесі вивчення математики в основній школі”.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дослідження виконано відповідно до тематичного плану наукових досліджень лабораторії фізичної та математичної освіти Інституту педагогіки АПН України з теми “Науково-методичні засади відбору та реалізації змісту математичної освіти в основній і старшій школі” (№ державної реєстрації 0102U000136). Тему дисертаційного дослідження затверджено Вченою радою Інституту педагогіки АПН України (протокол №2 від 14.03.02) та узгоджено Радою з координації наукових досліджень у галузі педагогіки і психології в Україні (протокол №1 від 25.01.05).

**Об’єкт дослідження** – процес навчання математики учнів основної школи.

**Предмет дослідження** – методика навчання комбінаторики в основній школі.

**Мета дослідження** – на основі вивчення та узагальнення вітчизняного і зарубіжного досвіду, психолого-педагогічної та методичної літератури, педагогічного експерименту розробити методичну систему навчання комбінаторики у процесі вивчення математики в основній школі.

**Гіпотеза дослідження:** якщо систематично й послідовно формувати комбінаторні знання та вміння засобом спеціально дібраної системи теоретичних відомостей і відповідних вправ та задач, то це сприятиме:

- активізації навчальної діяльності учнів;

- розвитку логічного, зокрема комбінаторного мислення;

- підвищенню успішності та якості знань учнів.

Виходячи з предмета, мети і гіпотези, передбачалось розв’язання таких **завдань:**

1. З’ясувати стан порушеної проблеми в педагогічній теорії та практиці шляхом аналізу психолого-педагогічної, методичної і навчальної літератури та педагогічної практики.

2. Визначити психолого-педагогічні та методичні передумови формування комбінаторних знань та вмінь в учнів основної школи.

3. Розробити методичну систему навчання комбінаторики в основній школі.

4. Експериментально перевірити ефективність розробленої методичної системи.

**Методологічну основу** дослідження становлять найважливіші положення теорії пізнання й розвитку мислення, діяльнісної концепції навчання, системного, комплексного та особистісно орієнтованого підходу до навчально-виховного процесу (Л. Виготський, П. Гальперін, В. Давидов, І. Лернер, С. Рубінштейн та ін.), теорії проблемного та розвиваючого навчання (Д. Ельконін, Л. Занков, З. Калмикова, М. Махмутов, І. Якиманська та ін.), наукові здобутки з методики навчання комбінаторики (Я. Бродський, Н. Віленкін, Б. Гнєденко, А. Колмогоров, О. Маркушевич, З. Слєпкань, А. Столяр, М. Ядренко та інші.), з проблеми розвитку пізнавальної активності та управління процесом навчання (Д. Богоявленська, Є. Кабанова-Меллер, Н. Менчинська, Н. Тализіна та ін.), з методики навчання математики в школі (Г. Бевз, М. Бурда, Я. Грудьонов, Ю. Колягін, З. Слєпкань, М. Шкіль, В. Швець та ін.), сучасні концепції комп’ютерної підтримки навчального процесу (Ю. Горошко, М. Жалдак, Ю. Машбиць, Н. Морзе та інші).

Для з’ясування стану проблеми в педагогічній теорії, визначення психолого-педагогічних і методичних передумов формування комбінаторних знань та вмінь в учнів основної школи, розробки методичної системи навчання комбінаторики в основній школі застосовувались такі **теоретичні методи:** аналіз наукової, психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження; змісту програм, підручників, що містять тему “Елементи комбінаторики”; порівняння, узагальнення, систематизація теоретичного і практичного матеріалу.

У процесі впровадження розробленої методичної системи та перевірки її ефективності застосовувались такі **емпіричні методи:** бесіди з учителями, учнями; спостереження за процесом навчання; анкетування; систематизація та узагальнення педагогічного досвіду вчителів; аналіз ефективності дидактичних засобів та сучасних інформаційних технологій навчання; педагогічний експеримент; аналіз і опрацьовування отриманих у ході дослідження результатів.

**Наукова новизна**  дослідження:

- уперше розроблено методичну систему, за допомогою якої забезпечується формування основних комбінаторних знань та вмінь протягом усього часу навчання в основній школі;

- доведено педагогічну доцільність, доступність та можливість послідовного формування комбінаторних знань та вмінь в учнів протягом навчання в основній школі.

**Теоретичне значення** полягає в обґрунтуванні доступності та доцільності послідовної реалізації положення концепції змісту математичної освіти в 12-річній школі та Державного стандарту базової та повної середньої освіти в освітній галузі “Математика” про включення до змісту шкільної освіти наскрізної комбінаторної змістової лінії, у визначенні теоретичних основ формування комбінаторних знань та вмінь в учнів основної школи, у розробці методичних вимог до системи навчальних завдань.

**Практичне значення:**  розроблено та експериментально перевірено ефективність методичної системи, спрямованої на послідовне вивчення комбінаторики в основній школі, зокрема, системи теоретичних знань, вправ і задач комбінаторного характеру та методичних рекомендацій з їх використання. Результати дослідження можуть бути використані вчителями математики, методистами, авторами підручників та навчальних посібників.

**Обґрунтованість і вірогідність** результатів та висновків дисертаційного дослідження забезпечується послідовним дотриманням методологічних основ дослідження, відповідністю методів дослідження суті досліджуваної проблеми, меті, завданням та гіпотезі, результатами проведеного протягом 1999-2004 рр. педагогічного експерименту та впровадженням результатів дослідження в практику.

Результати дослідження **впроваджені** в процесі експериментального навчання в спеціалізованій середній школі І-ІІІ ступенів №3 м. Старобільська Луганської області (довідка №41 від 14.05.04), ЗОШ І-ІІІ ступенів №29 м.Луганська (довідка №34 від 15.02.05), ЗОШ І-ІІІ ступенів №13 м. Луганська (довідка №97 від 17.06.04), ЗОШ І-ІІІ ступенів №1 м. Путивля Сумської області (довідка №79 від 25.06.04), ПШГ “Дитяча Академія” НВК “Слобожанський” (довідка №29 від 20.05.04), середній спеціалізованій фізико-математичного профілю школі №1 м. Луганська (довідка №103 від 21.06.04), Луганському національному педагогічному університеті імені Тараса Шевченка (довідка №1/916 від 11.05.06).

**Особистий внесок здобувача** у роботах, опублікованих у співавторстві, полягає в укладанні системи вправ і задач комбінаторного характеру та методики її використання.

**Апробація.** Результати дослідження доповідалися і були схвалені на двох міжнародних конференціях “Ціннісні пріоритети освіти ХІХ століття” (Луганськ, 2003), “Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики”(Київ, 2004), двох Всеукраїнських конференціях “Науково-методичний супровід модернізації початкової освіти” (Луганськ, 2002), “Проблеми математичної освіти” (Черкаси, 2005), Всеукраїнському методичному семінарі з проблем навчання математики (Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова, 2004), на семінарах кафедри загальної математики (Луганський національний педагогічний університет імені Тараса Шевченка, 2001-2004).

На початковому етапі (1999-2001) експериментальної роботи аналізувався навчально-виховний процес з метою з’ясування та уточнення його закономірностей, отримання загальної інформації з досліджуваної проблеми. На цьому етапі також вивчалися інтереси та мотиваційна сфера учнів основної школи, виявлялися особливості формування комбінаторних знань та вмінь.

На другому етапі (2001-2003) експериментальної роботи було відібрано і систематизовано матеріал з комбінаторики для вивчення його в основній школі. Здійснювалась розробка та експериментальна перевірка методики формування основних комбінаторних знань та вмінь, перевірялась доступність теоретичного і практичного матеріалу для учнів основної школи в контрольних та експериментальних класах.

На цьому етапі було включено як дидактичний засіб навчання зошити з друкованою основою.

На третьому етапі (2003-2004) здійснювалося впровадження та коригування розробленої методики.

**Публікації.** Основні положення і результати дисертації відображені в 13 роботах, серед них 6 – у наукових фахових виданнях, 5 – у тезах та матеріалах конференцій, 2 рекомендовано лабораторією фізичної і математичної освіти Інституту педагогіки АПН України як експериментальні навчальні посібники.

**Структура дисертації.** Дисертація складається зі вступу, двох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел (229 найменувань обсягом 18 сторінок), 4 додатків на 38 сторінках. За обсягом робота займає 244 сторінки, містить 24 таблиці, 44 рисунки.

**ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ**

У вступіобґрунтовано актуальність теми, визначено об’єкт, предмет, мету, завдання, методологічну основу і методи дослідження, наукову новизну, теоретичне і практичне значення, охарактеризовані впровадження, апробація та результати дослідження.

У **першому розділі** “Досліджувана проблема в педагогічній теорії та практиці” визначено психолого-педагогічні основи вивчення комбінаторики в основній школі на сучасному етапі побудови навчально-виховного процесу з урахуванням сучасних вимог до розвитку шкільної математичної освіти, проведено аналіз науково-методичної літератури з проблеми дослідження. Значну увагу приділено розвитку комбінаторного мислення у процесі вивчення математики в основній школі.

Проблема включення елементів комбінаторики у шкільну програму не нова, і хоча вона давно вже є предметом обговорення, до цього часу не отримала задовільного розв’язання. Це пояснюється рядом причин: відсутністю підручників, посібників, дидактичних матеріалів, методичних розробок, слабкою матеріальною базою, консерватизмом та формалізмом в організації шкільної освіти, скороченням навчальних годин, непідготовленістю вчителів. З педагогічного погляду введення елементів комбінаторики в курс математики є процесом специфічним та складним. Пропедевтичний матеріал з комбінаторики повинен послідовно включатись до змісту навчання математики в основній школі. Першу спробу в цьому напрямі зроблено в програмі з математики для 12-річної школи. Комбінаторні задачі включено до теми “Розв’язування текстових задач” у 5 класі. Бажано цей методичний підхід запровадити послідовно і в 6-11 класах масової школи і надалі поширити на початкову школу.

У роботі проаналізовано різні підходи до означень основних комбінаторних понять та послідовності їх формування. Визначено, що теоретико-множинне трактування комбінаторних понять відповідає сучасному науковому підходу і має ряд переваг перед іншими. З’ясовано, що при одночасному введенні таких двох понять, як розміщення і комбінації, засвоєння ознак одного поняття буде підкріплятися засвоєнням ознак іншого, будуть створені умови для постійного порівняння, виявлення подібного та відмінного в цих поняттях. Оскільки означення основних комбінаторних понять мають конструктивний характер, то основний метод, що пропонується для їх формування – це навчання через задачі; зокрема метод доцільно дібраних задач. Реалізація цього методу передбачає розробку системи задач і вправ відповідного характеру.

Провідною метою вивчення комбінаторики є формування комбінаторного мислення як важливого компонента мислення сучасної людини. Основна роль у розвитку комбінаторного мислення учнів, у формуванні комбінаторних знань та вмінь належить задачам, які розглядаються і як мета, і як засіб навчання. Більшість комбінаторних задач є творчими, тому доцільно вчити учнів підходити до аналізу комбінаторних задач з різних боків: спочатку перебирати можливі ідеї і фіксувати їх, використовуючи наочні ілюстрації; зіставляти і, не деталізуючи, прогнозувати результати найбільш плідних з них; складати план розв’язування і працювати за ним; порівнювати різні способи розв’язування; визначати найбільш раціональну ідею. Постійно переконуючись у тому, наскільки важливо, нехай і інтуїтивно, але передбачати результати, учні поступово виробляють у собі цю здатність, оволодівають не тільки прийомами розв’язування, а і певною стратегією мислення: для того, щоб розв’язати задачу, вони знаходять декілька ідей, зіставляють їх, інтуїтивно передбачають, прогнозують результати, здійснюють необхідні розумові дії і, нарешті, порівнюють отримані результати.

Визначено, що основними характеристиками комбінаторного мислення є: універсальність (незалежність від конкретного змісту; гнучкість – зміна внутрішнього плану дій як у процесі пошуку розв’язання задачі, так і в процесі розв’язування); організація цілеспрямованого перебору певним чином обмеженого кола можливостей. Комбінаторне мислення спирається на критерії вибіркового пошуку, дає змогу вирішувати складні, невизначені проблемні ситуації, дозволяє перебирати різноманітні стратегії та обирати найкращий напрямок розв’язування проблеми. Цей специфічний фактор, що відповідає здатності “мислити в різних напрямках” американський психолог Гілфорд назвав “дивергентним мисленням” (від лат. “дивергере” – виявляти різнобіжність). З дивергентністю в наш час пов’язуються буквально всі прояви творчості. Цей стиль мислення можна виховати в школі, включаючи у навчальний процес і елементи сучасних інформаційних технологій.

Комбінаторна діяльність має евристичний характер. Тому під час конструювання занять пріоритет віддається формам, методам і засобам навчання, які дозволяють організувати продуктивну діяльність учнів. Особливого значення набувають такі принципи гуманістичної психології: 1. Увага до кожної ідеї учня, що передбачає позитивне підкріплення всіх ідей і відповідей учнів, максимальну адаптацію дітей до всіх висловлюваних ідей. 2. Створення клімату взаємної довіри, психологічної безпеки. 3. Забезпечення незалежності і самоконтролю у виборі і прийнятті рішень.

У процесі формування комбінаторних знань та вмінь вибір того чи іншого методу навчання здійснюється вчителем на основі логіко-математичного аналізу навчального матеріалу й тих навчальних завдань, розв’язання яких виступатиме дидактичною метою навчання. Дослідження підтвердило той факт, що евристична орієнтація вивчення комбінаторики учнями змінює суб’єктивну оцінку ймовірності досягнення успіху, сприяє становленню впевненості у своїх знаннях і способах діяльності. Учень, який просто повторює діяльність вчителя, задану в зразках, може нічому не навчитися, тому важливо, щоб підключався зворотній зв’язок, рефлексія процесу і продукту особистої діяльності, яка вже відбулася, із зразками, які вводяться пізніше. Така технологія забезпечує мотивоване навчання, розвиток творчих здібностей.

У викладанні методи не можуть бути відірвані від фактів, які добуваються з їх допомогою. Математичне моделювання є важливою стороною прикладної спрямованості математичної освіти, яка добро та природно реалізується засобами дискретної математики, зокрема комбінаторики.

У роботі визначено, що розвиткові комбінаторної діяльності сприяють: орієнтація учнів на самостійну роботу, формування в них потреби в систематичній роботі з науково-популярною і науковою літературою; створення сприятливого мікроклімату для творчої співпраці; забезпечення “математичного” спілкування не тільки на уроці, а і в позаурочний час; забезпечення роботи учнів в гомогенних і гетерогенних групах, парами, індивідуально і колективно; цілеспрямоване формування алгоритмічних і евристичних прийомів розумової діяльності; систематичне повернення учнів до аналізу власних дій, що допомогли віднайти ідею розв’язання проблеми; систематичне проведення роботи з вже розв’язаною задачею з метою навчити учнів ставити і вирішувати ряд нових проблем у зв’язку з нею.

Умовно вивчення комбінаторики доцільно поділити на такі етапи: І. Побудова та використання різних наочних комбінаторних моделей відповідно до змісту задачі (1-4 класи). ІІ. Уведення основних понять комбінаторики, вивчення правил додавання і множення (5-9 класи). ІІІ. Вивчення основних формул комбінаторики та використання їх до розв’язування задач різних рівнів складності (11 клас, 8-9 класи з поглибленим вивченням математики).

У **другому розділі** “Методична система вивчення комбінаторики в основній школі” визначено методичні передумови та вимоги до організації і здійснення процесу вивчення комбінаторики на різних етапах навчального процесу. Розглядаючи систему комбінаторних задач і вправ як дидактичну мету та засіб організації навчальної діяльності учнів, необхідно під час її побудови враховувати: загальні дидактичні принципи навчання математики, принципи розвивального навчання, дидактичні та методичні принципи вивчення комбінаторики, вимоги до знань та вмінь учнів основної школи, їх вікові та індивідуальні особливості.

Дослідження, проведені в ході експерименту, показали, що в початковій школі існує реальна можливість забезпечення комбінаторної пропедевтики, шляхом включення до арифметичного, алгебраїчного та геометричного матеріалу 1-4 класів задач та вправ відповідного характеру. Основні методичні орієнтири навчання учнів комбінаторної діяльності наступні: провідною метою є навчання учнів не розв’язуванню задач певного типу, а формування комбінаторного мислення; необхідно постійно варіювати умови здійснення комбінаторних міркувань; методика навчання розв’язування комбінаторних задач повинна будуватися з урахуванням того, що дітям притаманна своя, поки ще не досконала логіка міркувань, не можна придушувати її, нав’язувати “дорослі” способи розв’язування задач; у процесі навчання розглядаються різні можливості здійснення перебору під час розв’язування комбінаторних задач, в учня є вибір шляхів і засобів розв’язування задачі, він може діяти в даній ситуації згідно із своїми особливостями; у навчанні розв’язуванню комбінаторних задач зберігається етапність, основний напрямок роботи – це перехід учнів від здійснення випадкового перебору варіантів до проведення системного, спочатку без застосування засобів його організації, потім за їх допомогою. Для учнів початкової школи розроблені дидактичні ігри, що сприяють здійсненню учнями дії перебору, розвиткові комбінаторного мислення.

Результати дослідження свідчать, що включення до арифметичного, геометричного й алгебраїчного матеріалу математики 5-7 класів комбінаторних задач дає можливість активізувати розумову діяльність учнів. Для цих задач особливе значення має не отримання відповіді, а процес її знаходження, процес переробки вхідної інформації на вихідну. На першому місці стоїть пошук розв’язання, його реалізація і пізнавальні висновки з опрацьованої теми. Важливим є заключний етап роботи над навчальною задачею комбінаторного характеру. Основним його змістом є осмислення розв’язання, формулювання і розв’язування інших задач (якщо це можливо), безпосередньо пов’язаних з попередньою, породжених першою, і висновки про те, як знаходиться і виконується розв’язання. В цілому процес роботи над задачею комбінаторного характеру має яскраво виражений дослідницький характер, містить елементи творчості. Важливо й те, що комбінаторні задачі є інтегративним чинником між різними математичними поняттями, виховують в учнів гнучкість мислення. Основною особливістю формування комбінаторних знань та вмінь у 5-7 класах є те, що під час ознайомлення з ними домінують індуктивні міркування, в основному, наочно-інтуїтивного рівня із залученням практичного досвіду учнів і прикладів довкілля. Ознайомлення з поняттями комбінаторики повинно відбуватись так, щоб не гальмувати вивчення основних розділів систематичного курсу математики, а сприяти йому. Як показав експеримент, враховуючи ергономічні особливості комбінаторних задач, найбільш ефективним засобом формування комбінаторних знань та вмінь є зошити з друкованою основою.

Система задач у 8-9 класах з поглибленим вивченням математики має бути розрахована на реалізацію рівневої диференціації. Диференціація передбачає добір задач різної складності. Пропонується трирівнева система задач (А – середній, Б – достатній, В – високий). Принцип структурування полягає в тому, що, по-перше, кожний наступний рівень задач вимагає від учнів більш повного використання як алгоритмічної, так і евристичної компоненти, по-друге, задачі третього рівня складності включають елементи задач першого і другого рівнів, а задачі другого рівня складності містять елементи задач першого рівня. Орієнтація на диференціацію знаходить своє відображення у відкритості рівнів складності запропонованого масиву задач. Наявність набору задач до кожного рівня складності дозволяє залучати до роботи всіх учнів. Достатня кількість запропонованих задач створює атмосферу творчого змагання.

Розмаїття форм та видів навчальних програмних продуктів, епізодичність використання у поєднанні з традиційними та некомп’ютеризованими евристичними прийомами і методами навчання за умови доцільного використання сприяють наповненню шкільної математики дійовими дидактичними засобами, збагаченню інтелектуальної, комунікативної сфер особистості учнів. Якісне програмне забезпечення, що ефективно можна використовувати під час організації комбінаторної діяльності у процесі вивчення математики в основній школі, сприяє розвитку мислення, інтуїції, фантазії, елементарних дослідних навичок тощо. Найдоцільнішими для використання під час організації комбінаторної діяльності у процесі вивчення математики виявилися програми серії GRAN.

Основні положення дисертаційного дослідження перевірялися у ході констатувального (1999-2002 рр.), пошукового (2002-2003 рр.) і формувального (2003-2004 рр.) етапів педагогічного експерименту.

У ході констатувального етапу експерименту аналізувалися психолого-педагогічна література з проблеми дослідження, стан сучасної математичної освіти в школі, теоретичний і задачний матеріал, досвід учителів з формування комбінаторних знань та вмінь, виявлявся рівень володіння загальними підходами до розв’язування комбінаторних задач учнями основної школи, розроблялася пробна система задач комбінаторного характеру. У ході констатувального етапу експерименту застосовувалися обсерваційні методи педагогічного дослідження (спостереження) та діагностичні методи (анкетування, тестування). На цьому етапі було визначено необхідні теоретичні положення, сформульовано гіпотезу і завдання дослідження. З метою вивчення практичного досвіду формування комбінаторних знань та вмінь в учнів основної школи здійснювалися цілеспрямовані спостереження: обговорювались уроки, зміст яких був пов’язаний з досліджуваною проблемою, проводились бесіди, анкетування завучів, учителів, студентів-практикантів.

На другому етапі відбувався пошук методів і форм, традиційних і сучасних засобів навчання, що сприяють формуванню комбінаторних знань та вмінь в учнів через систему задач і вправ відповідного характеру, а також проводилась робота з відбору задач, на матеріалі яких доцільно формувати в учнів комбінаторні уміння та розвивати комбінаторне мислення. У зазначений період було проаналізовано отримані результати, внесено необхідні корективи, уточнено побудову і зміст окремих компонентів методики. У той же час проводилося коригування гіпотези і моделі навчального процесу з урахуванням специфіки навчального матеріалу та психологічних особливостей учнів основної школи. Неодноразово уточнювалися методичні рекомендації щодо впровадження в шкільну практику системи задач комбінаторного характеру і методики її використання для формування основних комбінаторних знань та вмінь в учнів основної школи. З’ясувалося, що система задач не дає бажаного результату, оскільки зайвий час витрачається на читання умови, на її запис та оформлення. Тому було розроблено зошити з друкованою основою. З метою удосконалення пропонованої методики здійснювалося спостереження за динамікою успішності та якості підготовки учнів, за формуванням у них позитивних мотивів навчання. У результаті пошукового етапу експерименту були розроблені і відібрані експериментальні матеріали.

У ході формувального етапу експерименту перевірялася ефективність запропонованої методики формування комбінаторних знань та вмінь у процесі вивчення математики в учнів 5-9 класів основної школи шляхом тривалого спостереження за їх діяльністю на уроках математики, анкетування вчителів і учнів, індивідуальних бесід з ними, аналіз відповідних занять, письмових та контрольних робіт.

Для участі в експерименті було залучено 814 учнів, у тому числі 172 – 5-х, 182 – 6-х, 174 – 7-х, 142 – 8-х, 144 – 9-х класів. Проведені експериментальні та традиційні контрольні роботи, статистичне опрацювання результатів дослідження, впровадження методичної системи формування комбінаторних знань та вмінь на уроках математики в 5-9 класах і перевірка висунутої гіпотези показали, що кількість учнів експериментальних класів, результати навчання математики яких досягають достатнього та високого рівня, більше відповідної кількості учнів контрольних класів. Наприклад, для 5-х класів − на 15% , для 6-х − на 8,6%, для 7-х – на 8%.

У ході теоретико-експериментального дослідження отримано такі результати.

1. Систематичне та послідовне формування комбінаторних знань та вмінь засобом спеціально дібраної системи теоретичних відомостей і відповідних вправ та задач є педагогічно доцільним, можливим та доступним для учнів основної школи.

2. Розв’язування комбінаторних задач у процесі вивчення математики розвиває пізнавальні інтереси учнів даного віку, виховує в них активність, бажання вивчати математику і, як результат, сприяє підвищенню успішності.

3. Виявлено психолого-педагогічні, методичні передумови та вимоги до формування комбінаторних знань та вмінь у процесі вивчення математики в основній школі.

4. Розроблено систему вправ і задач комбінаторного характеру та методичні рекомендації щодо її використання.

5. Розроблено методичну систему формування комбінаторних знань та вмінь у процесі вивчення математики в основній школі.

Всебічний аналіз результатів дослідження дозволяє зробити такі **висновки:**

1. Створення нової концепції математичної освіти 12-річної школи, Державного стандарту базової та повної середньої освіти в освітній галузі “Математика” сприяє реалізації переконливо доведених вченими можливості, доцільності і доступності включення надзвичайно корисної для розвитку мислення та адаптивних якостей особистості комбінаторної змістової лінії до змісту шкільної математичної освіти.

2. Процес швидкої комп’ютеризації суспільства, розвиток інформаційних мереж різного рівня і призначення, перехід до ринкових відносин на виробництві, в економіці обумовлюють потребу сформованості гнучкості, варіативності, критичності мислення, здатності висувати гіпотези перебігу подій та реальності їх підтвердження. Ці якості продуктивно розвиваються у процесі розв’язування комбінаторних задач. Саме тому виникає необхідність включення комбінаторних знань та вмінь в інтелектуальний багаж сучасної людини.

3. У 1-9 класах існує реальна можливість забезпечити органічний зв’язок комбінаторної пропедевтики з арифметичним, алгебраїчним і геометричним матеріалом. Задачний матеріал чинних підручників потребує доповнення комбінаторними задачами. Доцільно дібрана система комбінаторних задач дає змогу активізувати розумову діяльність учнів, зрозуміти, які ситуації з оточуючої дійсності, проблеми практичної діяльності приводять до постановки математичних задач. Учні набувають навичок і вмінь будувати та інтерпретувати математичні моделі різного типу, співвідносити математичні методи з практичними потребами на кожному з етапів навчання.

4. Розвиток комбінаторного мислення відбувається в процесі активної розумової діяльності учнів у напрямку пошуку різних способів перелічування об’єктів дослідження. Основними його характеристиками є: організація цілеспрямованого перебору певним чином обмеженого кола можливостей; універсальність (незалежність від конкретного математичного матеріалу; гнучкість – зміна внутрішнього плану дій як у процесі пошуку розв’язання задачі, так і в процесі розв’язування). Комбінаторне мислення спирається на критерії вибіркового пошуку, дає змогу вирішувати складні, невизначені проблемні ситуації; дозволяє перебирати різноманітні стратегії та обирати найкращий напрямок розв’язування проблеми.

5. Розвиткові комбінаторного мислення в учнів основної школи сприяють: забезпечення інтуїтивної основи курсу, яка передбачає збагачення досвіду учнів щодо математичних закономірностей за допомогою залучення їх до спостережень з використанням матеріальних і знакових моделей, комп’ютерних експериментів; формування в них потреби ознайомлюватись з додатковою літературою; орієнтації учнів на самостійну роботу; створення сприятливого мікроклімату для творчої співпраці; організація та забезпечення продуктивної роботи учнів в гомогенних і гетерогенних групах парами, індивідуально і колективно; забезпечення “математичного” спілкування не тільки на уроці, а і в позаурочний час, яке може відбуватися у формі взаємоконсультацій, поточних заліків, математичних вечорів, КВК, математичних боїв і т. ін.; систематичне проведення роботи з розв’язаною задачею для навчання ставити і вирішувати нові проблеми, повернення учнів до аналізу власних дій, що допомогли віднайти ідею розв’язання проблеми.

6. Процес вивчення комбінаторики характеризується етапністю: побудова та використання різних наочних комбінаторних моделей відповідно до змісту задачі; уведення основних понять комбінаторики, вивчення правил додавання і множення; вивчення основних формул комбінаторики та використання їх до розв’язування задач різних рівнів складності. Відповідно до цих умов має моделюватись динаміка та методичні особливості формування комбінаторних знань та вмінь на кожному етапі. Для творчого самовираження і розвитку комбінаторного мислення потрібні не просто задачі з невідомим учневі способом розв'язування, а саме ті, які відповідають його пізнавальним можливостям.

7. Система задач комбінаторного характеру є основним дидактичним засобом навчання і будується на дидактичних принципах з урахуванням: особливостей процесу формування комбінаторних знань та вмінь на різних етапах, відповідності комбінаторних задач матеріалу шкільного курсу математики, що вивчається, наочності комбінаторних задач, диференційованого підходу в навчанні, прикладної спрямованості комбінаторних задач, здійснення порівняння та встановлення зв’язків між комбінаторними поняттями, розвитку в учнів самостійності та творчих здібностей, комплексного і доцільно виправданого залучення традиційних і сучасних засобів навчання. Систему задач слід будувати на базі так званої “неформальної” комбінаторики, способи якої складають основні пошукові стратегії, а саме – хаотичний перебір, системний перебір без застосування наочних засобів перебору та з їх допомогою, графи, комбінаторні правила множення і додавання.

8. Враховуючи ергономічні особливості комбінаторних задач, ефективність схематичних засобів їх розв’язування доцільно використовувати зошити з друкованою основою. Опрацювання завдань такого робочого зошиту сприятиме засвоєнню математичної мови, її символічного і схематичного записів, розвитку мислення, ознайомленню з основними поняттями теорії множин і комбінаторики. Необхідний матеріал з теорії у вигляді схем доцільно включати до кожного з параграфів, задачі кожного типу подавати зі зразками розв’язання. Домашнє завдання й запитання для самоконтролю, подані після кожного параграфа, сприятимуть систематизації та узагальненню знань. Зошит можна використовувати як на уроках математики, так і дома для самостійного розв’язання. Недоцільно одразу розв’язувати велику кількість задач, слід це робити послідовно і систематично, протягом усього терміну навчання в 5-11 класах масової основної школи.

9. Робочий зошит для учнів 8-ого класу з поглибленим вивченням математики сприяє більш усвідомленому засвоєнню основних понять комбінаторики; повторенню й систематизації знань учнів з цього розділу на початку 9 класу. Систему вправ і задач слід структурувати за рівнями складності. Вивчення основних понять комбінаторики “розміщення” і “комбінації” здійснювати з використанням методу паралельного зіставлення і протиставлення.

10. Використання у процесі розв’язування комбінаторних задач програмного забезпечення сприяє вихованню інтуїції, розвитку евристичного мислення, фантазії, елементарних дослідницьких навичок.

11. Подальшого дослідження вимагає розвиток методичної системи навчання учнів комбінаторики в напрямі більш повної реалізації цієї змістової лінії як наскрізної.

Основні положення дослідження відображено в таких **публікаціях:**

1. Божко В.Г. Елементи комбінаторики у 8 класі // Математика в шк. – К., 2003. – № 8. – С. 37−43; 2003. − № 9. – С. 33−36.
2. Божко В.Г. Елементи теорії множин. Комбінаторика (7-9 кл.) // Математика в шк. – К., 2004. − № 6. – С. 26−28.
3. Божко В.Г. Комбінаторні задачі як засіб формування інтересу школярів до вивчення математики // Освіта Донбасу. – Луганськ, 2003. − № 5−6 (100−101). – С. 64−69.
4. Божко В.Г. Урок з теми “Елементи комбінаторики” // Математика в шк. – К., 2004. − №8. – С. 24−32.
5. Божко В.Г. Формування комбінаторних уявлень в учнів молодшого шкільного віку // Вісник ЛДПУ ім. Тараса Шевченка. − Луганськ, 2002. − №8. – С.26−31.
6. Божко В.Г. Формування комбінаторних знань і вмінь в учнів основної школи // Математика в шк. – К., 2006. – № 3. – С. 17-20.
7. Божко В.Г. Комбінаторний стиль мислення – необхідний компонент творчої особистості фахівця // Тенденції та сучасні психолого-педагогічні проблеми підготовки фахівців у вищій школі: Збірник наукових праць СУНУ ім. Володимира Даля. − Луганськ, 2002. − С. 55−56.
8. Божко В.Г. Пропедевтика формування комбінаторних понять у молодших школярів // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції “Науково-методичний супровід модернізації початкової освіти”. – Луганськ: Знание, 2003. – С. 226−231.
9. Божко В.Г. Педагогічні передумови формування комбінаторних знань та вмінь в учнів основної школи // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти”. – Черкаси: Вид. від ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2005. – С. 32−34.
10. Божко В.Г. Комбінаторні знання та вміння як складова математичної культури учнів // Матеріали ІІ Всеукраїнської науково-методичної конференції “Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи”. – Полтава: АСМІ, 2005. – С. 63−65.
11. Божко В.Г. Особливості формування комбінаторних понять в учнів молодшого підліткового віку // Тези доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції «Актуальні проблеми теорії та методики навчання математики”. − К., 2004. − С. 21−22.
12. Божко В.Г., Хмара Т.М. Задачі з комбінаторики: Зошит з друкованою основою для учнів 5-7 кл. серед. загальноосвіт. закл. – Луганськ, 2004. – 24 с. *(автором укладено систему вправ і задач комбінаторного характеру та розроблено методику її використання).*
13. Божко В.Г., Хмара Т.М. Елементи комбінаторики: Робочий зошит для учнів 8-х кл. з поглибл. вивченням математики. – Луганськ, 2004. – 50 с. *(автором укладено систему вправ і задач комбінаторного характеру та розроблено методику її використання)*

*.*

**АНОТАЦІЇ**

**Божко В.Г. Формування комбінаторних знань та вмінь у процесі вивчення математики в основній школі. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук за спеціальністю 13.00.02 – теорія та методика навчання математики. – Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова. Київ, 2006.

У дисертації запропоновано науково обґрунтовану методичну систему формування комбінаторних знань та вмінь у процесі вивчення математики в основній школі. Роботу виконано з урахуванням системи психолого-педагогічних закономірностей навчання. У дослідженні розв’язано завдання формування комбінаторних знань та вмінь у процесі вивчення математики на різних етапах навчально-виховного процесу з урахуванням вікових та індивідуальних особливостей учнів основної школи за допомогою спеціально дібраної системи вправ і задач відповідного характеру.

Розроблено методику формування комбінаторних знань та вмінь в учнів, що характеризується етапністю: побудова та використання різних наочних комбінаторних моделей відповідно до змісту задачі; уведення основних понять комбінаторики, вивчення правил додавання і множення; вивчення основних формул комбінаторики та використання їх до розв’язування задач різних рівнів складності.

**Ключові слова:** комбінаторні знання та вміння, розвиток мислення, вивчення математики в основній школі.

**Божко В.Г. Формирование комбинаторных знаний и умений в процессе изучения математики в основной школе. – Рукопись.**

Диссертация на соискание научной степени кандидата педагогических наук по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения математике. – Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова. Киев, 2006.

В диссертации представлена научно обоснованная методическая система формирования комбинаторных знаний и умений в процессе изучения математики в основной школе. Выделены психолого-педагогические основы изучения комбинаторики в основной школе на современном этапе построения учебно-воспитательного процесса, проведен анализ научно-методической литературы по проблеме исследования. Значительное внимание уделено развитию комбинаторного мышления в процессе изучения математики в основной школе.

В работе проанализированы различные подходы к определениям основных комбинаторных понятий и последовательности их формирования. Выделено, что теоретико-множественная трактовка комбинаторных понятий соответствует современному научному подходу и имеет ряд преимуществ перед остальными. Основной метод, который предлагается для формирования комбинаторных знаний и умений, - это метод обучения через задачи, в частности метод специально подобранных задач.

Выделено, что основным заданием изучения комбинаторики является формирование комбинаторного мышления как важнейшего компонента мышления современного человека. Основная роль в развитии комбинаторного мышления учащихся, формировании основных комбинаторных знаний и умений принадлежит задачам, которые рассматриваются и как цель, и как средство обучения. Основные характеристики комбинаторного мышления: универсальность (независимость от конкретного математического материала; гибкость – смена внутреннего плана действий как в процессе поиска решения задачи, так и в процессе решения); организация целенаправленного перебора определенным образом ограниченного круга возможностей. Комбинаторная деятельность имеет эвристический характер. Поэтому при конструировании занятий приоритет отдается формам, методам и средствам обучения, которые позволяют организовать продуктивную деятельность учащихся.

В работе проанализированы основные факторы, которые влияют на развитие комбинаторного мышления: ориентация учащихся на самостоятельную работу; создание благоприятного микроклимата для творческого сотрудничества; обеспечение «математического» общения не только на уроке, но и во внеурочное время; обеспечение работы учащихся в гомогенных и гетерогенных группах, парами, индивидуально и коллективно; целенаправленное формирование алгоритмических и эвристических приемов мыслительной деятельности и т.д.

Изучение комбинаторики условно поделено на такие этапы: 1) построение и использование наглядных моделей, соответствующих содержанию задачи (1-4 классы); 2) введение основных комбинаторных понятий и правил (5-9 классы); 3) изучение основных формул комбинаторики и использование их в решении задач различных уровней сложности (11 класс, 8-9 с углубленным изучением математики).

В диссертации описана методика изучения комбинаторики в основной школе и представлена система дифференцированных упражнений. Комбинаторная деятельность учащихся начальной школы строится с учетом психологических особенностей детей данного возраста и направлена на развитие мышления. Для младших школьников разработаны дидактические игры, которые благоприятствуют формированию умений осуществлять действие перебора, которое лежит в основе комбинаторной деятельности.

Исследования, проведенные в ходе эксперимента, показали, что в основной школе существует реальная возможность обеспечения комбинаторной пропедевтики, путем включения в арифметический, алгебраический и геометрический материал 1-9 классов задач и упражнений соответствующего характера. Для таких задач особенное значение имеет не получение ответа, а процесс его нахождения, процесс переработки входящей информации на исходящую. Основной особенностью формирования комбинаторных знаний и умений в 1-9 классах является то, что при ознакомлении с ними доминируют индуктивные рассуждения, в основном, на наглядно-интуитивном уровне с привлечением практического опыта учащихся.

В результате экспериментальной работы разработаны тетради с печатной основой с учетом эргономических особенностей комбинаторных задач, возрастных и индивидуальных особенностей учащихся основной школы. Исследованы возможность и целесообразность использования компьютерных технологий в процессе формирования комбинаторных знаний и умений. Наиболее рациональными для использования были программы серии GRAN. Использование педагогических программных средств способствует формированию комбинаторных знаний и умений, развитию эвристического мышления, элементарных исследовательских умений, математической интуиции.

**Ключевые слова:** комбинаторные знания и умения, развитие мышления, изучение математики в основной школе.

**Bozhko V.G. Forming combinatorial knowledge and skills while learning mathematics in school. – Manuscript.**

The thesis as aimed to obtaining the Candidate's Degree in Pedagogic (speciality 13.00.02 – Theory and Methods of Teaching Mathematics). M. Dragomanov State Pedagogical University, Kiev, 2006.

The thesis presents a scientific based methods system of forming combinatorial knowledge and skills while learning mathematics in school. This dissertation is being accomplished according to the system of psychological and pedagogical conformities to natural laws of studying. The research solved the problem of forming combinatorial knowledge and skills while learning mathematics in school on different levels of the education process considering age and individual peculiarities of students with the help of a specially chosen system of corresponding tasks.

The methods to form pupil's combinatorial knowledge and skills have been worked out, which are characterized by staging as follows: constructing and using different visual aids to present combinatorial models according to the plot of the problem; introduction of basic combinatorial concepts, studying the rules of adding and multiplying; studying basic formulas and using them to solve problems of different levels of complexity.

**Key words:**  combinatorial knowledge and skills, development of thinking, learning mathematics in school.